Fortsetzung auf der 3. und 4. Umschlagsseite

ABHANDLUNGEN
DER GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN
PHILOLOGISCH-HISTORISCHE KLASSE, NEUE FOLGE BD. XIX, 3

THEODOSIUS TRIPOLITES SPHAERICA

VON

J. L. HEIBERG
(KOPENHAGEN)



BERLIN
WEIDMANNSCHE BUCHHANDLUNG
1927

Angenommen in der Sitzung am 2. Juli 1926.

Druck der Dieterichschen Universitäts-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner) in Göttingen.

De codicibus.

Sphaerica Theodosii in collectionem, cui titulus est ὁ μικρὸς ἀστρονομούμενος (τόπος), recepta sunt, quam commentatur Pappus libro VI. eius collectionis praecipuus testis est

Cod. Uaticanus Gr. 204, membr. saec. X, quem descripsit A
H. Menge, Neue Jahrb. f. Philol. 1886 p. 183 sq. sphaerica cum scholiis habet f. 1 sqq. (f. 1—2 manu recenti).

Cod. Uatican. Gr. 202, chartac. orient. saec. XIV, u. Menge, B
Euclidis opp. VI p. XIII. sphaerica habet uol. I f. 1—81.

Cod. Uatican. Gr. 203, chartac. orient. saec. XIII, u. Apol- C
lon. Perg. II p. XI. sphaerica habet f. 1—15 (f. 1—55 man. recentiore).

Cod. Parisin. Gr. 2342, chartac. saec. XIV, u. Omont, In- D
vent. II p. 243. sphaerica habet f. 118^{v}—129. cf. Apollon. II p. LXIX.

Cod. Parisin. Gr. 2448, chartac. orient. saec. XIV, u. E
Omont, Inv. II p. 263. sphaerica habet f. 88^{v}—140^{r}; des. p. 154, 11 λοξὸς. sequuntur continuo scholia quaedam ad Euclidis Data (mg.: hoc pertinet ad δεδομένα) f. 140^{r}—141^{v}. in fine figura ad Sphaeric. III 14.

Cod. Parisin. Gr. 2390, chartac. orient. saec. XIII, u. F
Omont, Inv. II p. 251. sphaerica habet f. 236^{r}—260^{v} (inc. p. 6, 16).

hos codices contuli totos; praeterea noui:

Cod. Uatican. Gr. 193, chartac. saec. XIV—XV, u. Hermes XXXVIII p. 71 not. f. 8^{r} sphaeric. p. 2, 2—16 (2 ἐστιν, 6 ἐστὶν om., 10 ἐστὶν, 11 σημείου, 13 κεκλίσθαι om., 14 αἱ om., τῇ τῶν κοινῶν τομῶν τομῇ = B); 42, 2—3; 5.

Cod. Uatican. Palatin. Gr. 62, chartac. saec. XVI, u. Stevenson p. 31 sq. sphaerica habet f. 1—36 (inc. θεοδοσίου σφαιρικῶν βιβλίον πρῶτον, des. τέλος τῶν σφαιρικῶν τοῦ θεοδοσίου τέλος. f. 37 uacat. contuli p. 2, 2—8, 2.

p. 2, 5 τὸ] τὸ τοιοῦτον, 6 διάμετρος] ἄξων (DE), 9 ἄξωνος, add. δηλαδὴ τῆς διαμέτρου, 11 σημείου] πᾶσαι (DE), 14 αἱ] om. (B), τῇ τῶν κοινῶν τομῶν τομῇ (B), 16 περιέχεται, 18 ἡ] ἡ γινομένη (E), 20

ἐπιφάνεια] mg. (∧); **4, 8** μὴ] δὴ μή, 12 pr. αἱ] corr. ex καί, EAEB καὶ] mg. (∧), 13 ΔΑ ΔΒ, 14 ἐπεὶ] καὶ ἐπεὶ (B^2), 15 τὰ ἄρα] ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἑκατέρα ∧τῶν ε̄ γω|νιῶν τὰ ἄρα, mg. ext. τῶν πρὸς τῷ ε̄ γω, mg. int. τῶν $\overset{o}{\pi\rho}$ del.; 16 ἴσα] ἴσα εἰσί, 17 τῆς ΕΔ (E), τῆς EB (E), ἄρα ἐστὶν (DE), 22 mg. $\overset{o}{\pi}$ (E), δὴ (DE), 23 πεσεῖται τοῦ κύκλου, 26 τὸν; **6, 1** τετμήσθω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα (B^2), τὴν] om. (BDE), 2 τὸ Δ] καὶ ἔστω τὸ Δ, 7 ἀλλ' ἀδυνατόν, ἐπὶ τὸ] ἐπὶ τὸ τοῦ, ΑΒΓ κύκλου, 13 mg. $\overset{o}{\pi}$ (E), 14 πρὸς] αὐτοῦ πρὸς (E), εὐθεῖαν, 17 μὴ τέμνοντος οὐχ ἅπτεται, 19 μὴ τέμνοντος ἁπτέσθω, 22 τομὴν] τὸ μέν, corr. mg.; 24 ἀθεῖαν?, corr. mg.; 25 σφαῖραν] σφαῖραν· ἔστι γὰρ ἐν μὲν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας ὁ κύκλος ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ ἡ εὐθεῖα (mg. A); **8, 1** μὴ τέμνοντος οὐχ ἅφεται.

Cod. Urbin. Gr. 80, chartac. saec. XVI. Excerpta e Syntaxi Ptolemaei cum commentariis uariorum. f. 110^r (ad Synt. I 10, ἐξήγησις τοῦ μεγάλου λογοθέτου): ἰστέον, ὅτι σφαῖρά ἐστι σχῆμα κτλ., mg. ὅροι τῶν θεοδοσίου σφαιρικῶν, p. 2, 2—16 (6 ἄξων = DE, 10 λέγεται = DE, 11 πᾶσαι = DE, 14 ὀρθὰς γωνίας = DE).

Cod. Ambrosian. Gr. 28 (A 101 sup.), chartac. saec. XV—XVI, u. Martini et Bassi I p. 31 sq. sphaerica habet f. 111—138. descriptus est e cod. Parisin. 2342 (u. Apollonii opp. II p. XXI).

Cod. Ambrosian. Gr. 702 (Q 112 sup.), chartac. saec. XVI, u. Martini et Bassi II p. 807. continet sphaerica f. 1—44 et additamenta quaedam f. 45—46 (alia manu).

Cod. Magliab. cl. XI cod. 35, chartac. saec. XVI, u. Vitelli, Studi Italiani di Filologia class. II p. 544 sqq. (nr. 2). sphaerica habet f. 1—39^r (cum scholiis). contuli p. 2, 1—16, 4, 24—8, 2.

p. **2, 1** θεοδοσίου σφαιρικῶν πρῶτον (AB), 4 εἰσί, 14 αἱ τῶν κοινῶν τομαὶ (AC), mg. „v̄r legeñ ἀπὸ τῶν κοινῶν τομαί"; **6, 1** τὴν] om. (BDE), 2 τὸ Δ] καὶ ἔστω τὸ Δ σημεῖον, 7 ΑΒΓ] τοῦ ΑΒΓ κύκλου, 11 οὐδέ, τὸ Η] τοῦ Η, 12 ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om., 13 πόρισμα (DB^2), 14 πρὸς] αὐτοῦ πρὸς (E), 23 κύκλου περιφέρειαν, 24 EBZ, 25—σφαῖραν] om. descriptus est ex cod. Paris. suppl. 13.

Cod. Riccardian. Gr. 38 (K II 1), chartac. saec. XVI, u. Vitelli l. c. p. 496 sq. sphaerica (cum scholiis) habet f. 78^v—123. contuli p. 2, 1—8, 2.

p. **2, 1** θεοδοσίου σφαιρικῶν α̅^{ον} (CD), 6 ἄξων (DE), 9 ἄξονος δηλαδὴ τῆς διαμέτρου, 11 σημείου] πᾶσαι (DE), 14 τῇ κοινῇ] utrumque -ῃ in ras. mai., 18 ἡ] ἡ γενομένη, 19 ἐστιν, 20 ποιείσθω δὲ καί; **4, 3** ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, 5 τοῦ] om., 7 πόρισμα. καὶ ἐκ

τούτου φανερὸν ὅτι τοῦ διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ὄντος κύκλου τὸ αὐτὸ κέντρον ἐστὶ καὶ τῆς σφαίρας, 8 ἀλλὰ δή, 13 ΔΑ ΔΒ, 14 καὶ ἐπεί, 15 pr. τῶν] om., τὰ ἄρα] ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἑκατέρα τῶν πρὸς τῷ Ε γωνιῶν· τὰ ἄρα, 16 ἴσα ἐστὶ (DE), 17 τῆς ΕΔ (E), λοιπὸν—EB] om. (cfr. B), 19 αἱ] om. (AC), 22 πόρισμα (D), δὴ (DE), 23 πεσεῖται τοῦ κύκλου, 26 ἡ] om., δὲ τὸ αὐτῆς; **6, 1** δὴ] διά, 2 τὸ Δ] καὶ ἔστω τὸ Δ σημεῖον, 7 ΑΒΓ] τοῦ ΑΒΓ κύκλου, 11 οὐδέ, 12 ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om., 13 π^{ρ} mg. (E), 14 πρὸς] αὐτοῦ πρὸς (E), 17 μὴ τέμνοντος οὐχ ἅπτεται, 19 μὴ τέμνοντος ἁπτέσθω, 23 κύκλον] κύκλου περιφέρειαν, 24 εὐθεῖαν τὴν EABZ, 25 τὴν σφαῖραν] om., mg. τὴν σφαῖραν ἔστι δὲ ἐν μὲν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας ὁ κύκλος ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ ἡ εὐθεῖα οὐδὲ ὁ ΔΑΒ κύκλος ἄρα τέμνει τὴν (26), 28 κύκλου ΔΑΒ.

Cod. Marcian. Gr. 301, chartac. saec. XV, u. Heiberg, Om Scholierne til Euklids Elementer, Vidensk. Selsk. Skr., Hauniae 1888, p. 57. fuit Bessarionis (Omont, Inv. des mss. grecs et latins donnés à S. Marc de Venise par le cardinal Bessarion, Paris 1894, p. 30 nr. 244). sphaerica habet f. 378—435 (des. τέλος τῶν σφαιρικῶν τοῦ θεοδοσίου).

Cod. Marcianus Gr. 302, chartac. saec. XV, u. Heiberg l. c. p. 35. fuit Bessarionis (Omont l. c. p. 30 nr. 245), qui magnam partem ipse scripsit (Morelli, Bibliotheca manuscr., Bassani 1802, p. 178). sphaerica habet f. 184^v—208^v (des. τέλος τῶν σφαιρικῶν τοῦ θεοδοσίου | τέλος).

horum duorum Marcianorum communes scripturae hae sunt (contuli p. 2, 1—10, 16):

p. **2, 1** θεοδοσίου σφαιρικῶν βιβλίον πρῶτον, mg. ὅροι, 5 τὸ] τὸ τοιοῦτο, ἐστιν, 6 ἄξων (DE), 9 ἄξονος δηλαδὴ τῆς διαμέτρου, 11 σημείου] πᾶσαι (DE), 14 αἱ] om. (B), τῶν κοινῶν τομῶν τομῇ (B), πρὸς] αἱ πρός; **4, 3** ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, 13 ΔΑΔΒ, 14 καὶ ἐπεί, 15 τὰ ἄρα] ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἑκατέρα τῶν πρὸς τῷ Ε γωνιῶν· τὰ ἄρα, 16 ἴσα εἰσί, 17 τῆς ΕΔ (E), τῆς EB (E), 22 $\overset{o}{\pi}$ mg. (E), δὴ (DE); **6, 1** τετμήσθω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα (B^2), τὴν] om. (BDE), 2 τὸ Δ] καὶ ἔστω τὸ Δ, 7 ΑΒΓ] τοῦ ΑΒΓ κύκλου, 12 ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om., 13 $\overset{o}{\pi}$ mg. (E), 14 πρὸς] αὐτοῦ πρὸς (E), 16 μὴ τέμνοντος οὐχ ἅφεται, 19 μὴ τέμνοντος ἁπτέσθω, 25 σφαῖραν] σφαῖραν· ἔστι γὰρ ἐν μὲν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας ὁ κύκλος ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ ἡ εὐθεῖα (mg. A, u. scholia); **8, 10** AB (AB), 17 AEZ (ABCDF); **10, 8** ὑποκείμενον] αὐτὸ (A), 15 ἀπὸ] ἑκατέρωθεν (A), 16 ἴσοι] ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσοι (A).

p. **2, 16** περιέχωσι 302, 18 ἡ] ἡ γιγνομένη 301, ἡ γινομένη 302;

6, 22 τομὴν] e corr. 302; **2, 6** supra ἄξων scr. γρ. διάμετρος 301; **4, 17** ΕΔ] 302, ΕΔ τῆς ΕΔ 301; **8, 1** οὐχ ἅψεται μὴ τέμνοντος 301, μὴ τέμνοντος οὐχ ἅψεται 302. **12, 11** ΓΔ κύκλου ἐστίν 301, 302, = A^2; 17 ἴση—(18) σφαίρας] 302, mg. 301; 33—34 ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ 301, 302, = A^2. uterque igitur ab A correcto pendet.

Cod. Parisin. Gr. 2363, chartac. saec. XV, u. Omont, Inv. II p. 246 sq. sphaerica habet f. 1—25 (cum scholiis). in Sereno ex Uat. 206 (Sereni opusc. p. IX sq.), in sphaericis e Parisin. 2472 descriptus est (Euclidis opp. VII p. XXII); p. 148, 28 soli γὰρ τοῦ habent pro γάρ.

Cod. Parisin. Gr. 2364, chartac. saec. XV, u. Omont, Inv. II p. 247. sphaerica habet f. 1—43 (cum scholiis nonnullis). f. 1^r mg. sup.: „1508 Venetiis | Andreæ Coneri | CIↃCCCCXXXVI", mg. inf. Coneri emblema (u. Sereni opusc. p. XI). pendet ex Uatic. 203. p. 10, 23 αἱ—(24) κατὰ om. = C.

Cod. Parisin. Gr. 2365, chartac. saec. XVI, scripsit Nicolaus Sophianus; u. Omont, Inv. II p. 247. sphaerica habet f. 1—44 (cum scholiis). pendet ex Uatic. 202. p. **2, 1** θεοδοσίου σφαιρικῶν πρῶτον | ὅροι, 6 διάμετρος] mut. in ἄξων, 14 τῇ τῶν κοινῶν τομῶν τομῇ (= B) corr. in τῇ κοινῇ τομῇ; **4, 1** ΑΒΓ γραμμὴ] ἀπὸ τοῦ ∧ (= B) del., mg. ∧ αβγ γραμμή.

Cod. Parisin. Gr. 2366, chartac. saec. XVI, scripsit Ioannes Hydruntinus; u. Omont, Inv. II p. 247. sphaerica habet f. 1—39, inc. θεοδοσίου σφαιρικῶν πρῶτον, in fine m. 2: τέλος τοῦ γ^8 τῶν σφαιρικῶν. descriptus uidetur ex Marcian. 301, sed correctus (cf. Menge, Euclidis opp. VI p. XXVI). p. **2, 6** διάμετρος, 14 αἱ τῶν κοινῶν τομαὶ (AC); **4, 13** ΔΒ ΔΑ, 14 ἐπεί; **10, 15** ἀπό.

inter codices Marcianos aliis commodatos in indice Marciano adfertur 38^b: 1548 die 20 julii al mag^{co} ambasciator de franza sferica Theodosii.

Cod. Parisin. Gr. 2472, chartac. saec. XIV, u. Omont, Inv. II p. 266 sq. sphaerica habet f. 1—43^r (cum scholiis), a p. 22, 1 καὶ ἐν τῷ alia manu. pendet ex Uatic. 202 (u. Euclidis opp. VII p. XXII).

p. **2, 14** τῇ τῶν κοινῶν τομῶν τομῇ (B), 14—15 sic (B^2), 23 τῆς] om. (B); **4, 1** ἡ ἀπὸ τοῦ κύκλου (B); **8, 26** ΚΛ] om. (B).

Cod. Parisin. Gr. suppl. 13, chartac. saec. XVI, u. Omont, Inv. III p. 203. sphaerica habet f. 1—44 (cum scholiis). p. **2, 14** αἱ τῶν κοινῶν τομαὶ (AC); **6, 13** mg. π̊, ἐν] sic (C, contra A), 24 ΕΑΒΖ] Ε- supra add.; **14, 3** ΘΛ (contra CE); **30, 8** δύο ταῖς] mut. in δυσὶ ταῖς m. 2, δυσὶ ταῖς Magl.; **32, 21—22** ΔΖΗ ἴση ἐστίν

καί ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΔΖ ἴση καὶ ἡ ΑΘ (del. A^2). pendet ex A nondum correcto.

Cod. Parisin. Gr. suppl. 451, chartac. saec. XV, u. Omont, Inv. III p. 264. f. 1^r: „Mauritii Brescii. Ex dono illustris viri Philippi Ptolomæi equitis S. Stephani Senensis. Senis 1. Decebr. 1589". sphaerica habet f. 3—45^r (cum scholiis nonnullis). pendet ex Uatic. 203. p. **6, 1** δὲ τὴν (AC); **20, 29** αἱ] deinde eras. Δ; **22, 4** εὐθεῖά ἐστιν] om. (C^2); **30, 11** κύκλου] om. (C); **32, 22** ἐστιν ἴση (C).

Cod. Rossianus (Vindob.) Gr. 38 (XI 128), chartac. saec. XVI, u. Gollob, Sitzungsber. d. Akad. d. Wissensch. in Wien 1910, 164^3 p. 101 sqq. sphaerica habet f. 87^r—120^r (cum scholiis). pendet ex Uatic. 203 correcto.

p. **2, 14** αἱ τῶν κοινῶν τομαὶ (AC); **4, 11** ἀπὸ τῆς ·/· σημείου πρὸς τὴν (supra scr.) ΑΒΓ, mg. ·/· τοῦ Ε; **10, 23** αἱ—(24) κατὰ] mg. inf. (cf. B^2C), 23 ΗΚ ΗΘ; **12, 4** ἡ ὑπὸ—(5) ἐστι] om., 5 πάλιν; **14, 11** ἐπιζευχθῇ εὐθεῖά τις ἡ mg. inf. (cf. BC); **20, 3** δὲ ἡ (C), 11 ΑΒΓ (C), 22 ἐλεύσεται (C^2), 29 αἱ (DEFC^2); **22, 4** εὐθεῖά ἐστιν] om. (C^2).

Cod. Berolin. Phillipps. Gr. 1544, chartac. saec. XVI. descriptus est ex Marciano 302; u. Euclidis opp. VII p. XLV. fuit Federici Malatestae, cui Marcianum 302 mutuo datum esse compluribus annis ante 1532 ostendit Morelli, Biblioth. ms. p. 178.

Theodosii Sphaerica cum ceteris „libris intermediis" (Wenrich, De auctorum Graecorum versionibus et commentariis Syriacis Arabicis etc., Lipsiae 1842, p. 206) iam saeculo IX ad Arabes peruenerunt, ubi a Costa ben Luca translata sunt usque ad II 5, reliqua a Thabete ben Korrah, u. Haggi Khalfa I p. 389 nr. 1099 (cf. Wenrich l. c. p. 206 sq.; Suter, Die Mathematiker u. Astronomen der Araber u. ihre Werke, Leipzig 1900, p. 41): „Sphaerica Theodosii Graeci geometrae. numeratur hoc opus in celeberrimis inter Euclidem et Almagestum intermedios et e tribus constat libris, qui 59 schemata continent, quorum tamen in nonnullis exemplis unum excidit.[1]) Mostaín billah Abu labbas Ahmed Ben elmotesem tempore Khalifatus sui illud e Graeca lingua in Arabicam verti iussit, versionemque Costa Ben Luca Baalbeki curandam suscepit ad schema V usque libri II circa annum 250" (h. e. 864); idem V p. 48 nr. 9883: „liber de sphaericis auctoribus Menelao et Theodosio III libri et 59

1) **In Graecis codd. 60 propositiones, sed I 22—23 interpolatae.**

figurae, quarum in nonnullis exemplis 1 deest". uersionem saeculo XIII emendauerunt Nasireddin el Tusi (Suter l. c. p. 152) aliique (ibid. p. 155, 192).

Apud occidentales saeculo XII duae Sphaericorum uersiones ex Arabico Latinae exstiterunt, altera Platoni Tiburtino, altera Gerardo Cremonensi adtributa (u. Ch. H. Haskins, Studies in mediaeval science, Cambridge U.S.A. 1924, p. 51). in Biblionomia Ricardi de Fournival (Delisle, Cabinet d. mss. II p. 526) adfertur: nr. 41 Theodotii liber de speris ex commentario Boetii, nr. 42 dicti Theodosii liber de speris ex commentario Adelardi. neutrum horum operum alibi commemoratur; sed sine nomine auctoris uersio Latina ex Arabico in compluribus codicibus seruata est (u. Björnbo, Abhandl. z. Gesch. d. mathemat. Wissensch. XXVI^{3}, Leipzig 1911, p. 130), cuius initium hic dabo e codice Uatic. 1548 (membran., hac in parte saec. XIV) f. 25—50 adlatis etiam ex cod. Parisin. 9335 (*a*) et cod. Uatic. 3380 („scritto di mano di Pomponio Cęcio Cardinale", *b*) scripturis paucis. de cod. Dresd. Db 86 u. Curtze, Zeitschr. f. Math. u. Phys., hist. lit. Abth. 1883, p. 3 (sphaerica habet f. 128—158^{v}).

Prima pars Theodosii de speris incipit.

(S)pera est figura una quidem superficie contenta, intra quam unum punctorum ipsius existit, a quo omnes recte linee protracte, que illi superficiei occurrunt, sunt adinuicem equales, et punctum illud spere est centrum. meguar (*seq. ras. 1 litt.*) vero spere est quelibet recta linea per centrum transiens et ab utraque parte spere ad spere superficiem perueniens, cum ipsa figitur et spera circa ipsam voluitur. spere autem poli sunt meguar extremitates. res, que in spera circuli polus dicitur, est punctum supra spere superficiem consistens, a quo omnes linee recte ad circuli circumferenciam protracte adinuicem sunt equales. circulorum in spera a centro elongatio equalis dicitur, cum perpendiculares, que a centro spere ad circulorum superficies protrahuntur, adinuicem sunt equales. circulus vero, qui (*seq. ras.*) magis est remotus, est, supra quem longior (*corr. ex* longitudo) cadit perpendicularis. superficies supra aliam superficiem inclinata dicitur, cum supra communem differentiam du-

1 Theodosius de speris *b*. pars prima *a*. 2 sphera *b*. figura] figura corporea *ab*. 7 *pr.* spere] om. *a*. 12 circulorum] *post* -o- *ras.* 1548, *deinde del.* vero q magis.

arum superficierum quodlibet punctum signatur, a quo in utraque duarum superficierum linea recta supra conmunem differentiam orthogonaliter erigitur, et due linee protracte angulum continent acutum. inclinatio autem est angulus, qui (*seq. ras.*) ab illis duabus rectis lineis continetur. inclinatio superficiei a superficie dicitur equalis inclinationi superficiei alterius ab altera superficie, cum linee recte, que protrahuntur a communibus differentiis superficierum orthogonaliter in una quaque superficierum existens ab eisdem punctis, angulos equales sunt continentes, quarum vero anguli sunt minores, minoris sunt inclinationis.

I 4: (C)um superficies contigerit speram ita, quod eam non secet, linea recta, que coniungit, quod est inter centrum spere et punctum contactus, erit perpendicularis super superficiem contingentem.

I 5: cum superficies aliqua speram contingerit, *des.* simili quoque modo monstratur, quod non esse potest, ut punctum aliud, quod non sit supra lineam *ba*, sit centrum; centrum igitur spere supra lineam *ba* consistit. et illud est, quod demonstrare voluimus.

I 18: qualiter linea equalis diametro circuli dati in spera describatur.

I 19: quo modo linea diametro spere date equalis reperiatur. propp. 22—23 om.

ad p. 42, 2 mg.: hec est secunda pars libri.

II 12 p. 60, 28—62, 2: et separabo ex eis duos arcus equales ab ea parte, qua duarum (*corr. ex* duorum) diametrorum extremitates sequuntur.

II 14 (qualiter supra speram maior ex circulis eius signetur contingens circulum datum, et sint eorum contactus supra unum punctum ei datum) ante II 13 collocata.

II 13 p. 68, 13: et dico etiam, 17—19: et hoc vero est, quoniam circulus maior[1]) *kn* diuidit duas portiones *ekh efh*, quas separauit, in duo media, et similiter etiam diuidit portiones duas *zlt zqt*; ergo arcus *ek* est equalis arcui *kh*.

II 15 p. 74, 4—5: signetur et sit equalis. 21 sqq.: ergo circulus, qui signatur supra polum *k* et secundum longitudinem *km*, transit etiam per punctum *g*, quod est *gmq*. et manifestum est, quod ipse contingit circulum *ab* (p. 74, 23—27 *om.*). quod

10 minoris] maioris *b*.

2) μέγιστος κύκλος semper sic uertitur.

si quis dixerit, quod arcus, qui separatur ·S· arcus *bg*, est equalis lateri quadrati, quod signatur in circulo maiore, ostendam ei secundum hunc modum. p. 76, 2—3: NH, EM] *bh* (*del.*) *bh me*, *mg.* in ał *nh*. 7—9: iam igitur manifestum est, quod illud, quod facere voluimus, secundum duas existit figuras (cf. p. 74, 23). et illud est, quod demonstrare voluimus.

ad p. 112, 3: pars secunda libri Theodosii de speris completa est; incipit pars 3ª eiusdem.

III 2: Cum in circulo describitur linea recta separans ex eo portionem semicirculo non minorem d·m̄ [1]) sit supra eum portio circuli non maior semicirculo inclinata supra portionem, que non est maior semicirculo, et diuiditur arcus portionis, que facta est, in partes inequales, linea, que subtendunt minori arcui, est minor omnibus rectis lineis, que ab illo puncto producuntur, supra quod diuiditur, ad arcum portionis, que non est minor semicirculo.

in fine: hic finitur pars tertia libri Theodosii de speris, que est eius ultima pars, cum qua totus finitur liber, et nichil deficit.

Cod. Uatican. lat. 3380 post p. 2, 16 addit: supra quodlibet punctum in spera quantumlibet occupando spatium circulum designare. f. 23ᵛ des. p. 162, 2, uacat 1/3 paginae; f. 24ʳ III 14 ad p. 164, 2, reliqua pars paginae uacat; f. 24ᵛ—26 uacant; f. 27ʳ *inc.* sunt equalia videlicet arcus *hk* et arcus *np*, *des.* equaliter inclinati super circulum *abc*; quod est propositum. f. 21ʳ hoc enim necesse est, quemadmodum demonstrauimus in prima decimi] *mg.* nota, quod hinc constat hanc esse expositionem Campani.

aliam uersionem Latinam praebent codd. Uaticani lat. **Regin. 1261** (membr. saec. XIV f. 197ᵛ) et **Palatin. 1351** (membr. saec. XIII—XIV), cuius specimina dabo e cod. Palatino (f. 196ʳ—233ʳ).

Spera est figura solida una tantum superficie contenta, in cuius medio punctus est, a quo omnes linee recte ad eius superficiem exeuntes sibi inuicem sunt equales, et hic punctus spere centrum dicitur. dyametrus spere est linea recta per centrum spere transiens extremitatesque suas superficiei spere applicans

2 est punctus *Reg.* 3—4 centrum spere *Reg.* 4 diametrus *Reg.*

1) Scr.: et erecta.

ex utraque parte. axis spere est dyametros eius, que, cum circa ipsam spera reuoluitur, fixa manet, axis autem extremitates poli spere nominantur. equales sibi inuicem dicuntur esse spere, quarum dyametri ad inuicem sunt equales. polus circuli in spera signati est punctus existens in superficie spere, a quo omnes recte linee ad ipsius circuli circumferentiam protracte sunt ad inuicem equales. circuli in spera equaliter a centro distare dicuntur, cum perpendiculares a centro spere ad ipsorum superficies ducte fuerint ad inuicem; polus autem a centro magis distare dicitur, supra cuius superficiem cadens perpendicularis est longior. cum due plane superficies se inuicem secant, supra quarum communem sectionem due recte linee insimul site in eodem puncto perpendiculariter stantes angulum continent acutum, altera illarum super reliquam dicitur inclinata. inclinatio autem earum dicitur differentia recti anguli et eius, qui ab illis rectis lineis continetur. plane superficies super alias planas superficies equaliter inclinate dicuntur, quarum inclinationes fuerint adinuicem equales, magis autem inclinate dicuntur, quarum inclinatio fuerit maior, minus uero, quorum minor. speram contingere superficies dicitur, que, cum speram tangat, in quamcumque partem eiecta fuerit, speram minime secat. si aliqua plana superficies speram secet, communis differentia plane superficiei secantis et curue superficiei spere erit circumferencia circuli.

des. si super circulum maiorem in spera contingentem duos circulorum equedistantium fuerit alius maior circulus inclinatus contingens duos eorundem equedistantium predictis duobus maiores, fuerintque loca contactus super primum circulum maiorem, ex circulo autem inclinato separati fuerint duo arcus equales non continui ab eadem parte circuli maioris, ex equedistantibus quatuor circuli maiores contingentes duos primos equedistantes, quos contingit circulus maior primus, transeuntes per extremitates duorum arcuum separatorum, separabunt ex circulo maiore equedistantium duos arcus inequales, quorum qui propinquior erit circulo maiori primo maior erit. hec quoque non differt a sexta, nisi quod ad premissa differt, a quinta autem sicut antepremissa a quarta. procedendum est autem in istius demonstratione per sextam, sicut processimus in demonstratione antepremisse per quartam. f. 233ᵛ uacat. f. 234

1 diametros *Reg.* 4 diametri *Reg.* 9 polus] *del. Reg. supra scr.* circulus. 13 stantes] cadentes *Reg.*

Menelaus de sphaericis ex Arabica translatione latine uersus et scholiis utilibus auctus. *des.* f. 287ᵛ: expletus est tractatus tercius libri milei de spericis et cum eius expletione completus est totus liber eius.

Theodosius I in cod. Palat. 32 propositiones habet, II uero 31 et III decem.

Cod. Uatican. Reginens. Lat. 1268, membr. saec. XIV. f. 207ᵛ: hee propositiones sunt necessarie in theorematō undecimo partis secunde libri theodosii de speris. *inc.* perpendicularis protracta a puncto h̄ ad superficiem circuli a̅b̅g̅ cadit super communem differentiam circulorum a̅b̅g̅ a̅h̅g̅; *des.* f. 211ᵛ iam equidistabat ei; quod est impossibile. ergo due linee v̄d h̅t̅ sunt equidistantes. hec probatio est necessaria in figura sectoris.

Cod. Parisin. Lat. 9335 saec. XIV (u. Apollonii opp. II p. LXXV). f. 1 pars prima libri theodosii de speris incipit. 22 propositiones. *des.* expleta est pars prima libri theodosii de speris viginti duas continens figuras. pars secunda libri theodosii de speris incipit. II propositiones 22. *des.* pars secunda libri theodosii de speris expleta est, incipit pars tercia libri theodosii de speris. III propositiones 13. *des.* explicit pars tercia libri theodosii de speris que est eius pars ultima cum qua totus finitur liber (f. 19ʳ col. 1). sequitur Autolycus. cf. Björnbo l. c. p. 138.

Scholia primus edidit Fridericus Hultsch (Abhandl. d. kgl. sächs. Gesellsch. d. Wissensch., philol.-hist. Cl., X p. 381 sqq., Leipzig 1887) e codd. ABCD et Monac. Gr. 301 (chartac. saec. XVI, scripsit Andreas Darmarius).

codd. ABCD contuli. in A distinxi a manu prima (A) cum Hultschio A^2 A^3 A^4 A^5 A^{rec} (ad I nr. 67 pro A^m scrib. A^3); A^i significat scholium inter lineas scriptum. in C quoque manum recentiorem signaui C^2. in D scholia rubro colore scripta sigla D^r significaui. F in I nr. 95 et III nr. 12 adhibui. praeterea E contuli in II nr. 57, 134, 162; III nr. 76, 97, et in iis, quae in uerbis Theodosii intercalauit, II nr. 59, 86, 106, 108, 150, 153, 158; III nr. 12, 46, 47; praeterea inde sumpsi I nr. 1, 2, 6, 65; II nr. 1, 10, 23, 36, 163; III nr. 1, 2, 35, 53, 54, 57, 77, 80, 82, 91, 105, 115.

ceterorum quoque codicum complures scholia habent.

cod. Marcian. Venet. Gr. 301 (u. p. V).

post schol. I nr. 31 habet: διὰ τοῦ α̅ᵒ τῶν στοιχείων, deinde

I nr. 36 (ἑνδεκάτου τῶν στοιχείων), 37, 38; II nr. 57 (19 γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΕ, ΖΓΗ; 21 ΑΒ; p. 177, 7 αἱ] ἴσαι, 8 ΖΜΔ), 59 (in fig. B om., p. 177, 14 τοῦ] τοῖς, 17 συμβάλλεται, 19 ΔΑ] ΔΕ, 20 ΖΗ] ΔΗ, ἥτις] ὅτι, 23 ΕΗ] ΕΚ; 178, 1 Ε om.), 62 (178, 6 ΑΒ καὶ ΔΕ), 67 (αὐτοῦ] τοῦτο), 94, ad II 17 extr.: διὰ τῶν αὐτῶν σφαιρῶν, 118, 119 (ὡς om.), 140 (τοῦ), 142 (διὰ τοῦ β̅ου), ad καὶ ἔστω p. 100, 17: διὰ τοῦ ι̅ε̅, 143 (διὰ τοῦ θ̅), 144 (βιβλίου om.), 145 (τούτου τοῦ βιβλίου om.); III nr. 29 (p. 187, 25 ΕΔ ἐλάττων, 27 ἀπὸ] ἐκ, ΕΓ, περιφέρειαν om.), 50 (διὰ τοῦ α̅ου), 60 (διὰ τοῦ γ̅ου τοῦ βιβλίου τούτου), 62 (ια′ τῶν στοιχείων), 71 (βιβλίου om.), 78, 79, 84, 92 (τὸ), 117, 118 (τὸ, στοιχείων), 119 (διὰ τὸ ι̅ τῶν στοιχείων), 120 (+ ⟨δ⟩ιὰ τὸ ἐπὶ ι̅α̅ τοῦ Εὐκλείδου).

cod. Riccard. Gr. 38 (K II 1), chartac. s. XVI (Vitelli, Studi ital. di Filol. class. II p. 496 sq.):

inter lineas I 21, 22 (τῶν—ἁπτομένας] στοίχου), 23 (τὸ] τοῦ, στοιχίων), in mg. 26 (τὸ] τοῦ, στοίχων), 31 (τοῦ πορίσματος τοῦ α̅ου θεωρήματος τῶν σφαιρικῶν), 36 (διὰ τὸ, ια′ τῶν στοιχείων), 37, 38 (τοῦ ὅρου om.), 41 διὰ τὸν (τ del.) ὅρον τοῦ α̅ου, 44 (τὸ] τοῦ, α̅ου στοιχείων), 45, 46, διὰ τοῦ ε′ τῶν στοιχείων, διὰ τοῦ δ̅ τοῦ στοιχείου, διὰ τὸν ὅρον, διὰ τοῦ δ̅ τοῦ ι̅α̅ τῶν στοίχων, 50 (τούτου τοῦ] τοῦτου), ad prop. 11: διὰ τοῦ α̅ τῶν στοιχίων, ad prop. 12: διὰ τοῦ ιβ′ τοῦ ι̅α̅ου, διὰ τοῦ π̅ᵒ τοῦ β̅ου θεωρήματος, διὰ τοῦ ς̅ (cf. 55), 57 (τοῦ ὅρου om.), πόρισμα τοῦ α′ (cf. 58), διὰ τοῦ ζ′ (cf. 61), 62 (τοῦ, Εὐκλείδου om., ια′] ια′ τῶν στοιχίων), 63 (τούτου τοῦ βιβλίου om.), 66 (τοῦ), 67 (τοῦ ιη′ τοῦ), 68 (τοῦ), πόρισμα τοῦ β′ (cf. 69), 70 (διὰ τὴν om.), 73 (πᾶσαι γάρ] πασῶν, τέμνουσιν, διὰ—ια′ om.), διὰ τοῦ α̅ου, 74, 77, 78, 83 (περιφερείς] ἡμικυκλίου), 82, διὰ τοῦ κ̅α̅ τοῦ Εὐκλείδου (cf. 84), διὰ τὸ κ̅ς̅ τοῦ α′ τῶν στοιχείων, 87 (κβ′] β′, στοιχείων), διὰ τὸ α̅ον καὶ ς̅ον ἡμῶν, 93, 94 (κ̅ε̅), 100, δια^τ͡ κ, 105 (τούτου—βιβλίου om.); II, 8 (βιβλίου om.), 11, 13 (διὰ τοῦ, ια′] corr. ex ιδ′), 18 (-θ e corr.), 19 (τὸ ἀντίστροφον), διὰ τοῦ β̅ου τοῦ γ̅ου, 26, 29 (τοῦ), 30 (ἤτοι—α′ om.), 31 (τοῦ), 34, ἀπὸ τοῦ γ̅ου, 40 (ἀπὸ] διὰ, ἤτοι—ς′ om.), 42 (τοῦ, τούτου—βιβλίου om.), 48 (γ′), 49 (ἀπὸ τοῦ om.), 54 (ις′] -ς′ e corr., τοῦ ια′ om.), 57 (18 ὁμοίως, οἱ δύο, 22 ΔΕ] corr. ex ΑΕ, 25 ΔΛ] mut. in ΑΛ, ΛΕ] ΕΘ, ΖΜΗ ΚΝ corr. ex ΜΗ?, καὶ—26 ΗΚ del., 26 ἔτι] ἐστιν, 19—21 = ΒΕ, 1 τῶν] mut. in ταῖς, Β] bis, pr. del., 3 ἐστι, ΘΑΛΕ, ἀπεναντίαι, 5 pr. Θ e corr., 6 τῇ] τὸ, εἰσὶν, 7 ἐστὶν, 8 ΑΛΕ sed corr., ΖΜΗ] -Η e corr.), 59 (14 τοῦ] τῆς, 15 -εῖον e corr., 17 συμβάλλεται sed corr., 20 Ζ- e corr., ἥτις] ὅτι, supra add. φανερόν, mg. ∧λέγω del., 21 ΕΜ? sed corr., 25 ἐστι] ἐστιν, 26 δὲ comp., ὀρθῇ? sed corr., 1 Ε] supra

scr.), 62 (5 init. del. πεσεῖται, 6 ΔΕ] καὶ ΔΕ, 13 τῆς sed corr., 15 ἔστι] ἐπεὶ, 17 ΑΘΕ] -Θ- e corr., ἐστιν, 20 ἴση, corr. m. 2), 67, 71 (τούτου—βιβλίου om.), 74 (τοῦ, τούτου—βιβλίου om.), 78 (τοῦ ζ′), 79 (τοῦ, τούτου—βιβλίου om.), 96 (ια′, τούτου—βιβλίου om.), 98 (τούτου—βιβλίου om.), 101, 109 (τοῦ, τούτου—βιβλίου om.), 112 (τοῦ ς′ om., βιβλίου] τῶν σφαιρικῶν), 118, 119 (ὡς om.), ad prop. 21: διὰ τοῦ ιθ′, 128 (τοῦ, Εὐκλείδου om.), διὰ τοῦ ις τοῦ α, 140 (τοῦ), διὰ τοῦ β′, διὰ τοῦ ιε τοῦ α, 143 (τοῦ, τούτου—βιβλίου om.), 144 (βιβλίου om.), 145 (τούτου—βιβλίου om.), 152, 160 (τοῦ, τούτου—βιβλίου om.), 161 (πρωτέραν); III 6 (γ′] ζ′ τοῦ γ′, διὰ—ζ′ om.), 12, 29 (init. add. :6:∧, ΕΑ] corr. ex ΕΔ, ἐλάττων, supra τῶν add. πασῶν m. 2, 26 ἐλάττων, 27 ἀπὸ] ἐκ, περιφέρειαν om., 28 καί] postea ins., ἐλάττων, ἐλάττων, ἐστὶν, 29 περιφέρειαν om.), 46, 47, 48 (τοῦ), 60 (τοῦ), 62 (βιβλίου Εὐκλείδου] τῶν στοιχείων), διὰ τοῦ ∧ (ι τοῦ supra add.) β τῶν σφαιρικῶν, 66, 70 (διὰ τὸ om.), ια τοῦ α[ου], 75 (τοῦ, τούτου—βιβλίου om.), ιδ τοῦ γ, 76 (ἀπὸ τοῦ om.), ιγ τοῦ β (78), 79, ἀπὸ τοῦ γ τοῦ γ, 81 (βιβλίου om.), 98, ι[ου] τοῦ α[ου] (117), 118 (Εὐκλείδου] στοιχείων), 119 (τοῦ—Εὐκλείδου] τῶν στοιχείων), διὰ τοῦ ια τῶν Εὐκλείδου (120), 128, 133, 142, 145 (∔).

Biblioteca Nazionale, cod. Magliab. 2 (class. XI 35), chartac. s. XVI (Vitelli l. c. p. 544 sqq.):

I 21, 22 (τῶν—ἁπτομένας] στοιχείου), 23, 26, 37, 38, διὰ τὸν ὅρον τοῦ α′, 44 (α[8] τῶν στοιχείων), 45, 46, διὰ τὸ ε′ τῶν στοιχείων, διὰ τὸ δ′ τῶν στοιχείων, διὰ τὸν ὅρον, διὰ τὸ δ′ τοῦ ια′ τῶν στοιχείων, 50, 51, 52 (τὸ γ′, τῶν] τοῦ ...), 61 (ιζ′, τούτου—βιβλίου om.), 62 (ιη′ τοῦ, ια′ τῶν στοιχείων), 63 (τούτου—βιβλίου om.), 66, 67, 68, 69 (η′ om.), 70, 72, 73 (διὰ—ια′ om.), 74 (τοῦ—κύκλου om.), 77, 78 (τὸ κβ′, βιβλίου—Εὐκλείδου] τῶν στοιχείων), 84 (εἰσι, γ′ om.), 82 (τῶν Στοιχείων om.), 83 (τῆς αὐτῆς] αὐτοῖς, τῆς] τοῖς), 102 al.; II 18, 19 (τὸ ἀντίστροφον) al., ὁρισμὸς γ τοῦ ια στοιχ., 21 (διὰ τὸ om., Εὐκλείδου] στοιχ.), ὅρος, 32, ἀπὸ τοῦ πρὸ αὐτοῦ (33), 34, 67, 71 (τούτου—βιβλίου om.), 72, 78 (τοῦ), 79 (τοῦ, τούτου—βιβλίου om.), 94 (τοῦ ι′), 97, 98 (τούτου—βιβλίου om.), 101, 102 (τούτου—βιβλίου om.), 109 (τοῦ, τούτου—βιβλίου om.), 112 (βιβλίου] τῶν σφαιρικῶν), 118, 119 (ὡς om.), διὰ τοῦ ιθ′, 128 (Εὐκλείδου om.), 138, 140 (τοῦ), 141, 142 (τοῦ ε′ τοῦ β′), διὰ τοῦ ιε′ τοῦ α′, 143 (τούτου—βιβλίου om.), 144 (βιβλίου om.), 145 (τὸ, τούτου—βιβλίου om.), 152, διὰ τὸ κ′, 161; III 6 (γ′] ζ′ τοῦ γ′, διὰ τὸ ζ′ om.), 48 (τοῦ), 60 (τοῦ, τοῦ βιβλίου τούτου), 62 (τὸ, βιβλίου Εὐκλείδου] τῶν στοιχείων), 69, 71 (τὸ, βιβλίου om.), 75, διὰ τὸ δ′ τοῦ α′, 76 (ιγ′] corr. ex γ), 78, 79, 84, 92, 117, 118 (τὸ, Εὐκλείδου] στοιχείων), 119 (ια′ euan.), 120 (ια′] ια′ τῶν). praeterea in uerba Theodosii recepta: post II 10 σχόλιον εἰς τὸ αὐτὸ ι′ τούτου τοῦ β[8] βιβλίου τῶν σφαιρικῶν Θεοδοσιου II 57 (19 γωνίαι] γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒ ΕΖ ΓΗ; αἱ Β, Γ om., 20 ΑΕ, 21 ΑΒ, 23 ΔΕ] corr. ex ΑΕ, 25 ΔΛ] mut. in ΑΛ, ΛΕ] ΕΘ, ΜΗ] ΗΚΝ? e corr., καὶ—ΗΚ (26) del., 26 ἔτι] ἐστιν; 177, 1 τῶν] mut. in ταῖς, Β] bis, pr. del.; 3 ἐστι, ΘΑΛΕ, ἀπεναντίαι, 5 pr. Θ e corr., 6 τῇ] τὸ, εἰσὶν, 7 ἐστὶν, 8 ΑΛΕ, ΖΜΗ] -Η e corr.); post II 11: σχόλιον εἰς τὸ αὐτὸ ια[ον] II 59, εἰς τὸ αὐτὸ II 62; post III 2: σχόλιον εἰς τὸ γ[ον] τῶν σφαιρικῶν κ[ε]ν β III 29; p. 136, 33 γεγράφθω γὰρ] διὰ τὸ ιε′ τοῦ β′ τῶν σφαιρικῶν. f. 129—133[r]: σχόλια εἰς τὸ ι′ τοῦ β′ βιβλίου τῶν σφαιρικῶν Θεοδοσίου, schol. II 57 (α), 59 (β, εἰς τὸ ια, p. 178, 1 τοῦ Ε ἐπὶ] mg. m. 1), 62 (γ, εἰς τὸ αὐτό), εἰς τὸ γ τῶν σφαιρικῶν κεφ. β III 29 (p. 187, 25 ΕΔ, 27 ΒΓ περιφέρειαν] ΕΓ).

uidetur descriptus esse e **cod. Paris. suppl. Gr. 13,** qui eadem omnia habet (Omont, Inv. III p. 203, chartac. saec. XVI). schol. 59 (β#) et 62 (γ#) in mg. ad II 11, schol. III 29 mg. ad III 2 (Δ#), ad II 15 m. 2 schol. II 80, 81, 82 (τοῦ, τούτου—βιβλίου om.), 84, 85 (τοῦ, τούτου—βιβλίου om.), 87, 88 (180, 2 εὐθεῖα om.), διὰ ι′ (cf. 96), διὰ ιγ′ (cf. 98), διὰ ιε, διὰ ιγ (cf. 102).

Cod. Paris. suppl. Gr. 451, chartac. saec. XV (Omont, Inv. III p. 264): schol. II 57 (18 ὁμοιω′, γὰρ αἱ, 23 ΑΕ; 25 ΑΛΕΘΖΜΗΚ, Θ e corr.; καὶ—26 ΗΚ om.; 177, 1 τῶν] ταῖς, 3 ἀπεναντίαι), 59 (20 ἥτις] φανερὸν ὅτι), 62 (6 ΔΕ] καὶ ΔΕ); III 46, 47 (15 ἡμικύκλιον] τμῆμα, 25 κύκλου, ἴσαι] ἦεν), 66 (23 ΔΜ, 24 ἡ] ἡ ὑπὸ, 28 αἱ om.; 192, 1 δύο] δὲ, 3 ὥστε] ἴση), 98 (193, 28 alt. μετρεῖ om.; 194, 1 τῷ] corr. ex τὸ), 104 (γὰρ om., ὡς—Στοιχείων om.), 128 (196, 22 πρὸς τὴν), 142, 133 (198, 7 ΝΛ), 144, 145.

Cod. Paris. Gr. 2363, chartac. saec. XV (Omont, Inv. II p. 246 sq.), cum scholiis multis, quorum primum est I 3, ultimum III 152. II 4 om.

Cod. Paris. Gr. 2364, chartac. saec. XV (Omont, Inv. II p. 247). schol. II 57, 59, 62; III 46, 47, 66, 98, 128 (σχόλιον), 145, 142, 144, 143; post III 12 spatium uacuum 3—4 linn., seq. schol. III 133 (σχόλιον). post εὐθειῶν p. 114, 33 in uerbis Theodosii schol. III 12 (19 ἡ δὲ—21 εὐθειῶν om., 23 ΒΛΓ).

Cod. Paris. Gr. 2365, chartac. saec. XVI (scripsit Nicolaus Sophianus; Omont, Inv. II p. 247). primum scholium I 3. inter alia habet I 85, 86; II 4 (6 γὰρ om., 7 ΗΘ] Θ, 8 τὸ, 9 τῆς] τοῦ, ΘΒ] ΕΗ, 13 ὅτι καὶ αἱ; 174, 1 κοιναὶ om., αὐτῶν om., 2 εἰσι, 4 ὀρθή—καὶ] ὡς); post III 3 in uerbis Theodosii schol. III 36 (σχόλιον, 19 γωνίᾳ, 20 περισσόν, τῇ, 21 τῷ] τὰ[ο], 27 ἡμίσαιαι?).

Cod. Paris. Gr. 2366, chartac. saec. XVI (scripsit Ioannes Hydruntinus; Omont, Inv. II p. 247). post p. 114, 33 in uerbis Theodosii schol. III 12 (19 ΒΛΓΚ).

Cod. Paris. Gr. 2472, chartac. saec. XIV (Omont, Inv. II p. 266 sq.). praeter citationes aliquot (διὰ τὸ) habet schol. I 85 (σχόλιόν ἐστι. τὸ ΔΕΖ, des. οὖσα τῷ Κ Δ .. Ζ; Κ numerus est propositionis sequentis, del.; Δ .. Ζ euan.); II 4 (σχόλ m. rec., 9 τὰ εϑγ; 174, 1 κοιναὶ αὐτῶν om., 2 τὰ αὐτὰ ἐπίπεδα, 4 ὀρϑή—ΑΒΓ om., ὥστε καὶ] ὡς, 5 πρὸς ὀρϑάς ἐστιν ἡ ΗΘ); II 57 (σχόλιον m. rec., 23 τῶν] τῶν δὲ; 177, 2 ἄρα] ἔσται), 59 (17 μὴ] καὶ), 62 (10 τῇ ΕΖ λοιπῇ, 19 ἴσαι), 77 (10 ΑΝΒ] Α); ultimum scholium III 152.

Scholia **codicis Rossiani 38** (chartac. saec. XVI) indicat E. Gollob, Sitzungsber. d. Akad. d. Wissensch. in Wien, philos.-hist. Kl. 164 [3] p. 104 sq.

Corrigenda.

Tripolites *deleatur ubique.*
P. 173, 3 (II 1) *scrib.* ϑεώρημα.
P. 176, 22 — εἰλήφϑω.
Errores bis repetitos p. 132, 3 (ΒΖΓ) et p. 138, 21 (ΒΖΓ) Theodosio relinquendos esse censeo.

THEODOSIUS TRIPOLITES SPHAERICA

VON

J. L. HEIBERG

A = Vat. Gr. 204 s. X.
B = Vat. Gr. 202 s. XIV.
C = Vat. Gr. 203 s. XIII.

D = Paris. Gr. 2342 s. XIV.
E = Paris. Gr. 2448 s. XIV.
F = Paris. Gr. 2390 s. XIII.

Α'.

1. Σφαῖρά ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ μιᾶς ἐπιφανείας περιεχόμενον, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

2. κέντρον δὲ τῆς σφαίρας τὸ σημεῖόν ἐστι.

3. διάμετρος δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, περὶ ἣν μένουσαν εὐθεῖαν ἡ σφαῖρα στρέφεται.

4. πόλοι δὲ τῆς σφαίρας εἰσὶ τὰ πέρατα τοῦ ἄξονος.

5. κύκλου πόλος ἐν σφαίρᾳ ἐστὶ σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, ἀφ' οὗ σημείου αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

6. ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὁμοίως κεκλίσθαι λέγεται καὶ ἕτερον πρὸς ἕτερον, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων πρὸς ὀρθὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων πρὸς τοῖς αὐτοῖς σημείοις ἴσας γωνίας περιέχωσιν.

α'.

Ἐὰν σφαιρικὴ ἐπιφάνεια ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῇ, ἡ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γραμμὴ κύκλου περιφέρειά ἐστι.

σφαιρικὴ γὰρ ἐπιφάνεια ἐπιπέδῳ τινὶ τετμήσθω, καὶ ποιείτω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας τὴν ΑΒΓ γραμμήν. λέγω, ὅτι ἡ ΑΒΓ γραμμὴ κύκλου περιφέρειά ἐστιν.

εἰ μὲν οὖν τὸ τέμνον ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου ἐστὶ τῆς σφαίρας,

1 θεοδοσίου σφαιρικῶν πρῶτον **AB**, θεοδοσίου σφαιρικῶν ᾱ **CD**, θεοδοσίου σφαιρικῶν **E**. θεοδοσίου σφαιρικά mg. inf. et sup. **B**. ἀρχή mg. **B**. + φύλλα τϙ καὶ ἄγραφα ε mg. inf. **B**. 3 τῶν] om. **A**, τοῦ e corr. **D**. κείμενον **AD**, corr. **D**[1]. πᾶσαι] om. **D**. 4 εἰσί **BDE**. 5 -τρον δὲ τῆς] in ras. **A**. ἐστιν **D**, comp. **E**. 6 διάμετρος] ἄξων **DE**. 10 ἐστὶ] λέγεται **DE**. 11 σημείου] πᾶσαι **DE**. 13—14 πρὸς ἕτερον] om. **A** add. ∧. 14 αἱ] om. **B**. τῇ κοινῇ τομῇ] **D**, ταῖς κοιναῖς τομαῖς **E**, τῇ τῶν κοινῶν τομῶν τομῇ **B**, τῶν κοινῶν τομαὶ **AC**. ὀρθὰς] ὀρθὰς γωνίας **DE**. 14—15 -γόμεναι εὐθεῖαι] in loco litt. euan. ins. **B**[2], item τοῖς lin. 15. 18 Ἐὰν] ἂν **B**. ἡ] ἡ γιγνομένη in ras. **D**, ἡ γινομένη **E**. ἐν τῇ] in ras. **D**, post ἐν loc. litt. euan. **B**. 19 ἐστιν **D**, comp. **C**. 20 ἐν] om. **B**. 21 τῇ] postea ins. **C**. ΑΒΓ (pr.)] AB **A**. λέγω] in loco litt. euan. **B**[2]. 22 περιφέρειά ἐστιν] in spat. uac. ins. **C**[2]. 23 τοῦ] in spat. mai. ins. **B**[2]. τῆς] τῶν comp. **C**, om. **B**.

Liber I.

1. Sphaera est figura solida una superficie comprehensa, ad quam quae ab uno puncto intra figuram posito ducuntur rectae, omnes inter se aequales sunt.

2. centrum autem sphaerae est punctum illud.

3. diametrus autem sphaerae est recta quaedam per centrum ducta et utrimque superficie sphaerae terminata, circum quam rectam manentem sphaera circumuoluitur.

4. poli autem sphaerae sunt termini axis.

5. circuli in sphaera polus punctum est in superficie sphaerae, a quo puncto quae ad ambitum circuli ducuntur rectae, inter se aequales sunt.

6. planum ad planum similiter atque aliud ad aliud inclinatum esse dicitur, ubi rectae ad communem sectionem planorum perpendiculares in utroque plano ad eadem puncta ductae aequales angulos comprehendunt.

I.

Si superficies sphaerica plano aliquo secatur, linea in superficie sphaerae orta ambitus circuli est.

superficies enim sphaerica plano aliquo secetur, quod in superficie sphaerae lineam ΑΒΓ efficiat. dico, lineam ΑΒΓ ambitum circuli esse.

si igitur planum secans per centrum circuli ductum est,

φανερόν, ὅτι ἡ ΑΒΓ γραμμὴ κύκλου περιφέρειά ἐστιν· αἱ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν προσπίπτουσαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, καί ἐστιν ἡ ΑΒΓ γραμμὴ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ· ὥστε αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν ΑΒΓ γραμμὴν προσπίπτουσαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ ὑπόκειται τὸ ΑΒΓ ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ὄν· ὥστε ἡ ΑΒΓ γραμμὴ κύκλου περιφέρειά ἐστιν, ἧς κέντρον τὸ αὐτό, ὃ καὶ τῆς σφαίρας.

Ἀλλὰ μὴ ἔστω τὸ τέμνον ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, τὸ δὲ κέντρον τῆς σφαίρας ἔστω τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον κάθετος ἤχθω ἡ ΔΕ καὶ συμβαλλέτω τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΑΒΓ γραμμὴν εὐθεῖαι αἱ ΕΑ, ΕΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΒ, ΔΑ.

ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ, καὶ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΔ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΔ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΔΒ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΒΕ, ΕΔ, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΔ ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΕ, ΕΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ ΕΔ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΒ· ἴση ἐστὶν ἄρα ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ.

ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Ε πρὸς τὴν ΑΒΓ γραμμὴν προσπίπτουσαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἡ ἄρα ΑΒΓ γραμμὴ κύκλου περιφέρειά ἐστιν, ἧς κέντρον τὸ Ε.

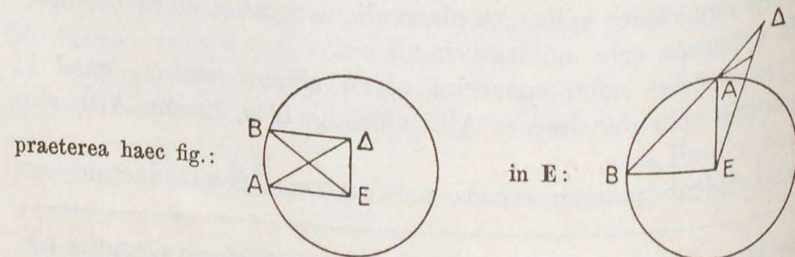
Ἐκ δὲ τούτου φανερόν, ὅτι, ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ κύκλος, ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπ' αὐτὸν κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ κέντρον πεσεῖται.

β'.

Τῆς δοθείσης σφαίρας τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα· δεῖ δὴ αὐτῆς τὸ κέντρον εὑρεῖν.

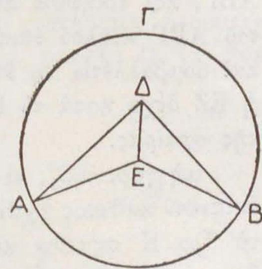
1 ΑΒΓ γραμμὴ] ἀπὸ τοῦ **B**. figuram om. **AE**, τοῦ β̄ **C**. B] K **D**. in **BCD** praeterea haec fig.:



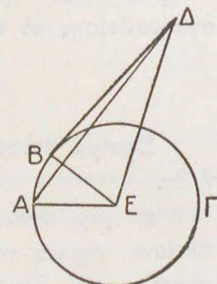
in **E**:

2 τῆς] τῇ **AC**. 3 $\overset{H}{\text{ἐισί}}$ **C**. ἐστι **A**, comp. **C**. -ιν ἡ Α-] in loco litt. euan. ins. **B²**. 4 post γραμμὴν ras. 2 litt. **B**. 5 ὑπόκεινται **E**. ἐπίπεδον] -δον in ras. **A**. 6 ὄν] om. **B**. ἧς] -ς e corr. **D**. 8 τῆς$^{\beta}$σφαίρας τοῦ $^{\alpha}$κέντρου **B**. 9 ἀπὸ—σημεί-] in loco litt. euan. **B²**, item 10 ἤχθω ἡ ΔΕ. 10 καὶ mg. **B²**. 11 τὸ] suprascr. **B**. Ε—προσ-] in loco litt. euan.

adparet, lineam ΑΒΓ ambitum circuli esse; rectae enim a centro sphaerae ad superficiem ductae inter se aequales sunt (def. 1), et linea ΑΒΓ in superficie posita est; quare rectae a centro sphaerae ad lineam ΑΒΓ ductae inter se aequales sunt. et planum ΑΒΓ supponitur per centrum sphaerae ductum; itaque linea ΑΒΓ ambitus circuli est (Eucl. I def. 15), cuius centrum idem est, quod sphaerae.



Jam uero planum secans per centrum sphaerae ductum ne sit, centrum autem sphaerae sit punctum Δ, et a Δ puncto ad planum secans perpendicularis ducta sit ΔΕ, quae cum plano in puncto Ε concurrat, et a puncto Ε ad lineam ΑΒΓ ductae sint rectae ΕΑ, ΕΒ, et iungantur ΔΒ, ΔΑ.



quoniam $ΑΔ = ΔΒ$, et $ΑΔ^2 = ΑΕ^2 + ΕΔ^2$, $ΔΒ^2 = ΒΕ^2 + ΕΔ^2$ (Eucl. I 47), erunt $ΑΕ^2 + ΕΔ^2 = ΒΕ^2 + ΕΔ^2$. auferatur, quod commune est, $ΕΔ^2$; erit igitur, quod relinquitur $ΑΕ^2 = ΕΒ^2$ (Eucl. I κοιν. ἔνν. 3); ergo $ΑΕ = ΕΒ$.

similiter igitur demonstrabimus, etiam omnes rectas ab Ε ad lineam ΑΒΓ ductas inter se aequales esse; ergo linea ΑΒΓ ambitus circuli est, cuius centrum est Ε (Eucl. I deff. 15—16).

Corollarium.

Hinc adparet, si in sphaera sit circulus, rectam a centro sphaerae ad eum perpendicularem ductam in centrum cadere.

II.

Datae sphaerae centrum inuenire.

sit sphaera data; oportet igitur centrum eius inuenire.

B², item 12 πρὸς—γρα- et in seqq. complura. 12 πρὸς] ἐπὶ **D**. ἐπιζεύχθωσαν **E**. 14 ante ἐπεὶ add. καὶ **B²**. ἀπὸ τῆς] in spat. min. ins. **C²**. 16 ΑΕ, ΕΔ] ΕΑ ΕΑ **E**. ἴσα] **ABC**, ἴσα ἐστὶ **DE**. κοινὸν—λοιπὸν (17) in ras. **D**. 16—17 -ω τὸ ἀπὸ ΕΔ] in loco litt. euan. **B²**. 17 ἀπὸ τῆς ΕΔ **E**, bis **B²**. λοιπὸν—ΕΒ mg. **B²**. τῆς] e corr. **C**. ΕΑ **E**. ΕΒ] **ACD**, τῆς ΕΒ **B²E**. 17—18 ἐστὶν ἄρα] **AB²C**, ἄρα ἐστὶν **DE**. 18 ΕΑ **E**. 19 δὴ] om. **E**. αἱ] om. **AC**. 22 ἐστι (macula del.) πόρισμα mg. **B²**, $\overset{\sigma}{\pi}$ mg. **E**, πόρισμα mg. **D**. δὲ] **ABC**, δὴ **DE**. ἡ ἀπὸ τοῦ κέν-] in loco litt. euan. **B²**, deinde del. κεν. fig. alt. hab. **BD**.

τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινί· ποιήσει δὴ τὴν τομὴν κύκλον. ποιείτω τὸν ΑΒΓ, καὶ εἰλήφθω αὐτοῦ τὸ κέντρον τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου τῷ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἀνεστάτω ἡ ΔΕ καὶ ἐκβεβλήσθω καὶ συμβαλλέτω τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κατὰ τὰ Ε, Ζ, καὶ τετμήσθω ἡ ΕΖ δίχα κατὰ τὸ Η σημεῖον. λέγω, ὅτι τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας.

μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ ΑΒΓ ἐπίπεδον κάθετος ἤχθω καὶ συμβαλλέτω τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Κ σημεῖον· τὸ ἄρα Κ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ἀλλὰ καὶ τὸ Δ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Θ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας.

ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλο πλὴν τὸ Η· τὸ Η ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι, ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ κύκλος, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖα ἀνασταθῇ, ἐπὶ τῆς ἀνασταθείσης τὸ κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας.

γ'.

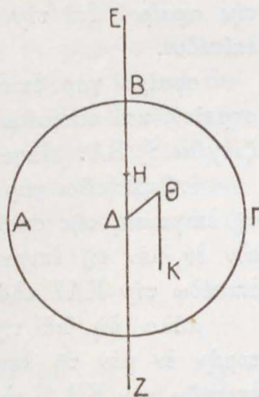
Σφαῖρα ἐπιπέδου οὐχ ἅπτεται μὴ τέμνοντος κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν.

εἰ γὰρ δυνατόν, σφαῖρα ἐπιπέδου ἁπτέσθω μὴ τέμνοντος κατὰ πλείονα σημεῖα τὰ Α, Β, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Γ σημεῖον, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΒΓ, καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῶν ΑΓ, ΒΓ ἐπίπεδον· τομὴν δὴ ποιήσει ἐν μὲν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κύκλον, ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ εὐθεῖαν. ποιείτω οὖν ἐν μὲν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας τὸν ΔΑΒ κύκλον, ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ τὴν ΕΑΒΖ εὐθεῖαν.

καὶ ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον οὐ τέμνει τὴν σφαῖραν, οὐδὲ ὁ ΔΑΒ κύκλος ἄρα τέμνει τὴν ΕΑΒΖ εὐθεῖαν. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΔΑΒ ἐπὶ τῆς περιφερείας εἴληπται δύο σημεῖα τυχόντα τὰ Α, Β, ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ ΔΑΒ κύκλου. ἀλλὰ καὶ ἐκτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

1 τετμήσθω] -σθω mg. **B**^{2}, deinde ἡ δοθεῖσα σφαῖρα in loco litt. euan. 4 τῇ] τὴν] **AC**, om. **BDE**. 2 Δ] e corr. **D**. Δ] corr. ex M **B**^{2}. τοῦ e corr. **D**. 5 Η (alt.)] e corr. **D**. 7 τοῦ] om. **A**. 10 -περ ἐστὶν ἀδύ-] in loco litt. euan. **B**^{2}, -περ in mg. transit; post -να- eras. ν. 11 δὴ] om. **E**. πλὴν τὸ Η] in loco litt. euan. **B**^{2}. τὸ (pr.)] mut. in τοῦ **C**^{2}, τοῦ **B**^{2}. 13 $\overset{o'}{\pi}$ mg. **E**, πό seq. lac. **B**, πόρισμα **DB**^{2}. ἐν] om. **A**. 14 αὐτῷ **A**. πρὸς] αὐτοῦ πρὸς **E**. ἀναταθῇ **D**. 15 ἀναταθείσης **D**. 16 inc. **F**. γ'] om. **A**. 19 μὴ ἁπτέσθω τέμνοντος **A**. μὴ] in ras. **B**. 20 σημεῖον **D**. 21 ἐπιζεύχθωσαν **C**, corr. **C**^{2}. ad fig. τοῦ $\overline{\gamma}$ **C**, fig. om. **E**, A om. **B**. fig. hab. etiam **F**, litteris bis positis; in **E** litt. B infra A coll., pro E repetitur Γ. 23 εὐθεῖα **E**. Post εὐθεῖαν del. καὶ ἐπεὶ—ὁ ΔΑΒ κύκλος (25) **C**. 24 ΕΑΒΖ] corr. ex ΑΒ **C**; $\overline{εα}$ $\overline{βζ}$ **E**, ut solet. 26 τέμνει | τέμνει **D**. ΕΑΗΖ εὐθεῖαν **E**.

secetur plano aliquo; efficiet igitur sectionem circulum. efficiat ΑΒΓ, et sumatur centrum eius Δ, et a puncto Δ ad planum circuli ΑΒΓ perpendicularis erigatur ΔΕ et producta concurrat cum superficie sphaerae in Ε, Ζ, et ΕΖ in puncto Η in duas partes aequales secetur. dico, punctum Η centrum sphaerae esse.



ne sit enim, sed, si fieri potest, sit Θ, et a Θ ad planum ΑΒΓ perpendicularis ducatur et cum plano concurrat in puncto Κ; punctum Κ igitur centrum circuli ΑΒΓ est (prop. I coroll.). uerum etiam Δ; quod fieri non potest. itaque punctum Θ centrum sphaerae non est.

similiter igitur demonstrabimus, ne aliud quidem centrum esse praeter Η; ergo punctum Η centrum est sphaerae; quod erat demonstrandum.

Corollarium.

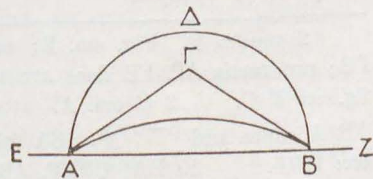
Hinc adparet, si in sphaera sit circulus, et a centro eius ad planum perpendicularis recta erigatur, in erecta centrum sphaerae positum esse.

III.

Sphaera planum non secans non tangit in pluribus punctis quam uno.

Nam, si fieri potest, sphaera planum non secans in pluribus tangat punctis Α, Β, et sumatur centrum sphaerae (prop. II) Γ, et ducantur ΑΓ, ΒΓ, et planum per ΑΓ, ΒΓ ducatur; sectionem igitur in superficie sphaerae efficiet circulum (prop. I), in plano autem rectam (Eucl. XI 3). efficiat igitur in superficie sphaerae circulum ΔΑΒ, in plano autem rectam ΕΑΒΖ.

et quoniam planum sphaeram non secat, ne ΔΑΒ quidem circulus rectam ΕΑΒΖ secat. quoniam igitur in ambitu circuli ΔΑΒ duo quaelibet puncta sumpta sunt Α, Β, recta ab Α ad Β ducta intra circulum ΔΑΒ cadet (Eucl. III 2). uerum etiam extra; quod fieri non potest.



27 σημεῖον **E**. Α, Β, ἡ ἄρα] in loco litt. euan. **B**^{2}. ἀπὸ] om. **B**^{2}. 28 τὸ] e corr. **F**.

σφαῖρα ἄρα ἐπιπέδου οὐχ ἅψεται μὴ τέμνοντος κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν.

δ'.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδου ἅπτηται μὴ τέμνοντος, ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον.

σφαῖρα γὰρ ἐπιπέδου τινὸς ἁπτέσθω μὴ τέμνοντος κατὰ τὸ A σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ B σημεῖον, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ BA. λέγω, ὅτι ἡ BA ὀρθή ἐστιν πρὸς τὸ ἐπίπεδον.

ἐκβεβλήσθω γὰρ διὰ τῆς BA ἐπίπεδον· τομὴν δὴ ποιήσει ἐν μὲν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κύκλον, ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ εὐθεῖαν. ποιείτω οὖν ἐν μὲν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας τὸν ΑΓΔ κύκλον, ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ τὴν EAZ εὐθεῖαν.

πάλιν δὴ διὰ τῆς AB ἕτερον ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω καὶ ποιείτω τομὴν ἐν μὲν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας τὸν AΘ κύκλον, ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ τὴν KAΛ εὐθεῖαν.

καὶ ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ἐφάπτεται τῆς σφαίρας, καὶ ἡ EAZ ἄρα εὐθεῖα ἐφάπτεται τοῦ ΑΓΔ κύκλου. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΓΔ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ EAZ κατὰ τὸ A σημεῖον, ἀπὸ δὲ τοῦ A ἐπὶ τὸ κέντρον αὐτοῦ ἐπέζευκται ἡ AB, ἡ AB ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν EAZ [καὶ φανερόν, ὅτι τὸ B σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΓΔ κύκλου, ἐπειδήπερ ἐκβέβληται διὰ τῆς BA οὔσης ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπίπεδον τὸ τοῦ ΑΓΔ κύκλου]. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἐπὶ τὴν KAΛ κάθετός ἐστιν ἡ BA. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ BA δύο εὐθείαις ταῖς EZ, KΛ τεμνούσαις ἀλλήλας ἐπὶ τῆς τομῆς ὀρθὴ ἐφέστηκεν, καὶ τῷ δι' αὐτῶν ἄρα ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν ἡ BA. τὸ δὲ διὰ τῶν EZ, KΛ ἐπίπεδόν ἐστι τὸ ἐφαπτόμενον. ἡ AB ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ ἐφαπτόμενον ἐπίπεδον τῆς σφαίρας.

ε'.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδου ἅπτηται μὴ τέμνοντος, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἀνασταθῇ εὐθεῖα, ἐπὶ τῆς ἀνασταθείσης ἔσται τὸ κέντρον τῆς σφαίρας.

2 σημεῖον **E**. Fig. om. **E**; arcum interiorem in ⌒ mut. C deletis ΑΓ, ΓB; pro rectis ΑΓ, ΓB duos arcus hab. **F**, qui omnes litt. bis praebet. ad fig. τοῦ δ' **C**. 3 δ' om. **A**. 7 ( ) φαῖρα **B**, ut saepius. 9 BA (pr.)] AB A supra add β—α **A**². BA (alt.)] corr. ex AB **C**. ἐστιν] **AF**, comp. **C**, ἐστι **BDE**. 10 BA] **CDEF**, AB **AB**. ἐν] ἐ- e corr. **D**. 11 κύκλον] τὸν ΑΓΔ κύκλον **E**. εὐθεῖαν] τὴν AZE εὐθεῖαν κύκλον ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ εὐθεῖαν **E**. 13 EAZ] **A**, ZAE **E**, AZE **BCDF**. εὐθεῖα **E**. 14 post διὰ del. τῆς διὰ **C**. 17 ἅπτεται **C**, sed corr. EAZ] ᾱεζ **E**, AEZ **ABCDF**. ἄρα] om. **B**. 18 ἅπτεται **B**, deinde supra scr. ἄρα **B**². τοῦ ΑΓΔ] ΑΔΓ **E**.

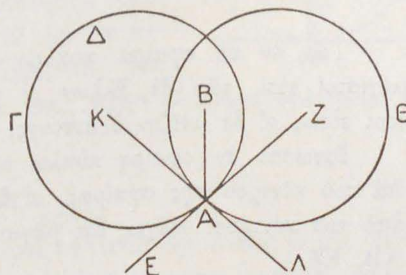
ergo sphaera planum non secans non tanget in pluribus punctis quam uno.

IV.

Si sphaera planum non secans tangit, recta a centro sphaerae ad punctum contactus ducta perpendicularis est ad planum.

sphaera enim planum aliquod non secans in puncto A tangat, et sumatur centrum sphaerae punctum B (prop. II), et ducatur BA. dico, rectam BA ad planum perpendicularem esse.

ducatur enim per BA planum; sectionem igitur efficiet in superficie sphaerae circulum (prop. I), in plano uero rectam (Eucl. XI 3). efficiat igitur in superficie sphaerae circulum ΑΓΔ, in plano uero rectam EAZ.



rursus igitur per AB aliud planum ducatur et sectionem efficiat in superficie sphaerae circulum AΘ, in plano uero rectam KAΛ.

et quoniam planum sphaeram contingit, etiam recta EAZ circulum ΑΓΔ contingit. quoniam igitur circulum ΑΓΔ contingit recta aliqua EAZ in puncto A, et ab A ad centrum eius ducta est AB, recta AB ad EAZ perpendicularis est [Eucl. III 18][1]). similiter igitur demonstrabimus, rectam BA etiam ad KAΛ perpendicularem esse. quoniam igitur recta BA ad duas rectas EZ, KΛ inter se secantes in puncto sectionis perpendicularis erecta est, etiam ad planum per eas ductum perpendicularis est BA (Eucl. XI 4). planum autem per EZ, KΛ ductum planum contingens est; ergo AB ad planum sphaeram contingens perpendicularis est.

V.

Si sphaera planum non secans tangit, et a puncto contactus ad planum perpendicularis recta erigitur, in recta erecta positum erit centrum sphaerae.

Ad fig. τοῦ ε' **C**; Θ e corr. **C**, om. **F**; Λ e corr. **C**; B om. **E**. τοῦ ΑΓΔ] om. **B**. 19 τις] τῆς **C**. A (pr.)] in spat. mai. **B**². σημεῖον] in mg. transit **B**². ἀπὸ δὲ] in loco litt. euan. **B**². 20 AEZ **F**. 24 δυσὶν **C**. εὐθίαις? **B**. 25 ἀλλήλαις **BCF**. ἐφέστηκε **CDE**. 26 KΛ] om. **B**. 27 ἐστιν **A**. ἐστιν **A**. 29 ε'] om. **AB**. 31 ἀνασταθῇ] ἀνα- in ras. **D**.

1) Uerba 20 καὶ φανερόν—23 κύκλου deleo; prorsus inutilia sunt et ratiocinationem conturbant.

σφαῖρα γὰρ ἐπιπέδου ἁπτέσθω μὴ τέμνοντος κατὰ τὸ Α σημεῖον, καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΒ. λέγω, ὅτι ἐπὶ τῆς ΑΒ ἐστι τὸ κέντρον τῆς σφαίρας.

μὴ γάρ, ἀλλ᾽, εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Γ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΑ.

ἐπεὶ οὖν σφαῖρα ἐπιπέδου ἅπτεται μὴ τέμνοντος κατὰ τὸ Α σημεῖον, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπέζευκται ἡ ΓΑ, ἡ ΓΑ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ ἐπίπεδον. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΑ ὀρθὴ πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον· ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἄρα σημείου τοῦ Α τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῷ ὑποκειμένῳ δύο πρὸς ὀρθὰς ἀνεσταμέναι εἰσὶν αἱ ΑΒ, ΑΓ εὐθεῖαι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Γ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλο πλὴν τὸ ἐπὶ τῆς ΒΑ· ἐπὶ τῆς ΒΑ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας.

ς′.

Τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλων οἱ μὲν διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας μέγιστοί εἰσι, τῶν δὲ ἄλλων οἱ μὲν ἴσον ἀπέχοντες ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσοι εἰσίν, οἱ δὲ μεῖζον ἐλάττονες.

ἔστωσαν ἐν σφαίρᾳ κύκλοι οἱ ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, καὶ ὁ μὲν ΓΔ ἔστω διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, οἱ δὲ ΑΒ, ΕΖ πρότερον ἴσον ἀπεχέτωσαν ἀπὸ τοῦ κέντρου. λέγω, ὅτι μέγιστος μέν ἐστιν ὁ ΓΔ, ἴσοι δέ εἰσιν οἱ ΑΒ, ΕΖ.

εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Η σημεῖον· τὸ αὐτὸ ἄρα ἐστὶ καὶ τοῦ ΓΔ κύκλου· καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τοῦ Η σημείου ἐπὶ τὰ τῶν ΑΒ, ΕΖ κύκλων ἐπίπεδα κάθετοι αἱ ΗΘ, ΗΚ καὶ συμβαλλέτωσαν τοῖς τῶν κύκλων ἐπιπέδοις κατὰ τὰ Κ, Θ σημεῖα· τὰ Θ, Κ ἄρα σημεῖα κέντρα ἐστὶ τῶν ΑΒ, ΕΖ. καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ἀπὸ τῶν Θ, Η, Κ ἐπὶ τοὺς ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ κύκλους εὐθεῖαι αἱ ΘΛ, ΗΜ, ΚΝ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΛ, ΗΝ.

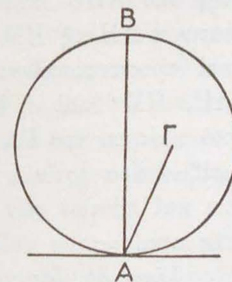
---

2 σημεῖ^ω **E**. 3 -ς ΑΒ] in spat. mai. **B**². 4 ἔστω] om. **B** in extr. lin. 7 καὶ] om. **A**. 8 ὑποκείμενον] αὐτὸ **A**. 9 δύο] δύο εὐθεῖαι **E**. 10 εὐθεῖαι] om. **E**. 11 ΒΑ] ΒΛ **A**. Fig. hab. **B** et e corr. **C**; in **ADE** haec est: Β |/ Γ Δ (in **AD** add. ε′); nullam fig. **F**. 13 om. **A**. 14 οἱ] corr. ex ὁ in scrib. **C**. τῆς σφαίρας τοῦ κέντρου **F**. 15 εἰσιν **A**. οἱ] ἀπὸ] ἑκατέρωθεν **A**. 16 ἴσοι] ἢ (supra scr.) ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσοι **A**. οἱ] e corr. **B**. 17 ἐν] supra scr. **A**. καὶ] in ras. **A**. καὶ—ΕΖ (18)] mg. **C**² add. ·b· ἔστω] inc. pars antiqua **A** fol. 3. 18 ·b· πρότερον **C**. 19 ἴσοι] ἴσ- renou. **A**. 23 κάθετος **B** et **C**, sed corr. -τοι αἱ] in spat. uac. ins. **F**². αἱ—κατὰ (24)] mg. **B**² (κείμενον), om. **C**. ΗΘ] om. **B**²**F**. ἐμβαλλέτωσαν **E**, -βαλ- in spat. uac. ins. **F**². 24 Κ, Θ] Θ, Κ edd. Θ, Κ] Κ, Θ **E**. 25 ΑΒ] supra scr. **B**. ΕΖ] ΕΖ κύκλων e corr. **A**². καὶ προσ-] om. **A**. Κ] postea ins. **C**. 26 ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ] **A**²**DEF**, ΑΒΓ ΔΕΖ **AC**, ΔΕΖ **B**. 27 αἱ] ἡ **B**.

sphaera enim planum non secans in puncto A tangat, et a puncto A ad planum perpendicularis erigatur AB. dico, in AB positum esse centrum sphaerae.

ne sit enim, sed, si fieri potest, sit Γ, et ducatur ΓA.

quoniam igitur sphaera planum non secans tangit in puncto A, et a centro sphaerae ad punctum contactus ducta est ΓA, recta ΓA ad planum perpendicularis est (prop. IV). uerum etiam BA ad planum suppositum perpendicularis est; ab eodem igitur puncto A ad idem planum, id scilicet, quod suppositum est, duae rectae AB, AΓ perpendiculares erectae sunt; quod fieri non potest (Eucl. XI 13). itaque punctum Γ centrum sphaerae non est. similiter igitur demonstrabimus, ne aliud quidem centrum esse praeter id, quod in BA positum est; ergo centrum sphaerae in BA positum est.

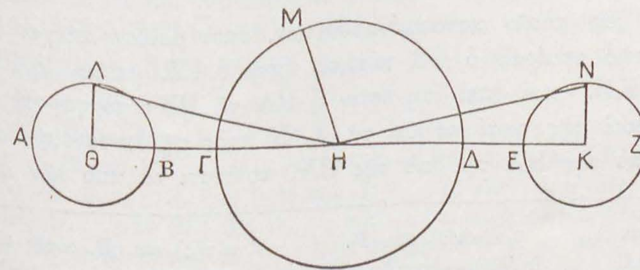


VI.

Circulorum in sphaera, qui per centrum sphaerae ducti sunt, maximi sunt, ceterorum autem, qui a centro aequali spatio distant, aequales sunt, qui maiore, minores.

sint in sphaera circuli AB, ΓΔ, EZ, et ΓΔ per centrum sphaerae ductus sit, AB, EZ autem prius a centro aequali spatio distent. dico, maximum esse ΓΔ, aequales autem AB, EZ.

sumatur enim centrum sphaerae punctum H (prop. II); idem igitur circuli ΓΔ quoque centrum est; et a puncto H ad plana circulorum AB, EZ perpendiculares ducantur HΘ, HK, quae cum



planis circulorum in punctis K, Θ concurrant; puncta Θ, K igitur centra sunt circulorum AB, EZ (prop. I coroll.). et a punctis Θ, H, K ad circulos AB, ΓΔ, EZ rectae ΘΛ, HM, KN adducantur, et iungantur HΛ, HN.

καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΘ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ τοῦ ΑΒ κύκλου ἐπίπεδον, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΑΒ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας. ἅπτεται δὲ αὐτῆς ἡ ΘΛ οὖσα ἐν τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΛΘΗ γωνία. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΗΚΝ ὀρθή ἐστι. πάλιν, ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΛΘΗ, ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΛΗΘ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΛΘΗ τῆς ὑπὸ ΛΗΘ· πλευρὰ ἄρα ἡ ΛΗ πλευρᾶς τῆς ΛΘ ἐστι μείζων. καί ἐστιν ἡ ΛΗ τῇ ΗΜ ἴση διὰ τὸ τὸ Η σημεῖον κέντρον εἶναι τῆς σφαίρας, καὶ προσπεπτωκέναι ἀπ᾽ αὐτοῦ πρὸς τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας τὰς ΛΗ, ΗΜ· καὶ ἡ ΗΜ ἄρα τῆς ΛΘ μείζων ἐστί. καὶ ἡ μὲν ΗΜ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΓΔ κύκλου, ἡ δὲ ΘΛ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒ κύκλου· μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ΓΔ κύκλος τοῦ ΑΒ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πάντων τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλων καὶ μὴ ὄντων διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

λέγω δέ, ὅτι καὶ οἱ ΑΒ, ΕΖ κύκλοι ἴσοι εἰσίν.

ἐπεὶ γὰρ οἱ ΑΒ, ΕΖ κύκλοι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΗΚ. καὶ ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΛ τῇ ΗΝ· ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΛΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΝ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΛΗ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΛΘ, ΘΗ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΗΝ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΝΚ, ΚΗ· καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΛΘ, ΘΗ ἄρα ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΝΚ, ΚΗ. ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΘΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΚ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΘΛ λοιπῷ τῷ ἀπὸ τῆς ΚΝ ἴσον ἐστίν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΛ τῇ ΚΝ. καί ἐστιν ἡ μὲν ΘΛ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒ κύκλου, ἡ δὲ ΝΚ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒ κύκλου τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖ κύκλου.

ἀλλὰ δὴ πάλιν μεῖζον ἀπεχέτω ὁ ΑΒ κύκλος τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἤπερ ὁ ΕΖ. λέγω, ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ὁ ΑΒ κύκλος τοῦ ΕΖ κύκλου.

τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ μεῖζον ἀπέχει ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ὁ ΑΒ κύκλος ἤπερ ὁ ΕΖ, μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΗ τῆς ΚΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΛ τῇ ΗΝ· τὸ γὰρ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας καὶ τὰ Λ, Ν πρὸς τῇ ἐπιφανείᾳ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΗΛ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΝ, τουτέστι τὰ ἀπὸ τῶν ΛΘ, ΘΗ

1 ἔστιν **A**. κύκλου] om. **B**. 2 αὐτῆς] om. **B**, αὐτῆς εὐθείας **E**. καὶ] ins. A^2. 3 ὀρθὰς—ἐπιπέδῳ (4)] bis D, sed corr. ὀρθὰς] α supra add. **A**. ποιήσει] **ACDEF**, ποιεῖ A^2, om. **B**. γωνίας] β supra add. **A**. 4 ΑΒ] om. **B**. 5 πάλιν] mut. in καὶ A^2, πάσαις **B**. ἐπεὶ] om. **B**. ΛΘΗ] ΛΘΗ γωνία **E**. 6 ἐστὶ (alt.) **F**. ΛΘΗ] -ΘΗ in ras. **A**. 8 τῇ] τῆς **B**. 9 fort. τὴν ἐπιφάνειαν. Fig. in prop. VII hab. **F**; E om. **A**, Z om. **D**; eandem f. 3r mg. inf. repetit A^2 (H] N) addito circulo, in quo litt. H; hunc addit etiam **C**. 10 ἐστίν **A**, ἐστὶ καὶ supra scr. ϛ ·/· A^2. καὶ (alt.)] om. **A**, κ- corr.

et quoniam $H\Theta$ ad planum circuli AB perpendicularis est, etiam ad omnes rectas, quae eam tangnnt in plano circuli AB positae, rectos angulos efficiet (Eucl. XI def. 3); tangit autem eam recta $\Theta\Lambda$ in plano AB posita; itaque $\angle \Lambda\Theta H$ rectus est. similiter igitur demonstrabimus, etiam $\angle HKN$ rectum esse. rursus, quoniam $\angle \Lambda\Theta H$ rectus est, $\angle \Lambda H\Theta$ minor est recto (Eucl. I 32); itaque $\angle \Lambda\Theta H > \Lambda H\Theta$; quare latus $\Lambda H > \Lambda\Theta$ (Eucl. I 18). et $\Lambda H = HM$, quia H punctum centrum est sphaerae, et ab eo ad superficiem sphaerae adductae sunt ΛH, HM (deff. 1—2); quare etiam $HM > \Lambda\Theta$. et HM radius est circuli $\Gamma\Delta$, $\Theta\Lambda$ autem radius circuli AB; itaque circulus $\Gamma\Delta >$ circulus AB. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnibus in sphaera circulis, qui per centrum sphaerae ducti non sint, maiorem eum esse.

dico autem etiam, circulos AB, EZ aequales esse.

quoniam enim circuli AB, EZ a centro sphaerae aequali spatio distant, erit $H\Theta = HK$. et quoniam punctum H centrum est sphaerae, erit $H\Lambda = HN$ (deff. 1—2); quare $\Lambda H^2 = HN^2$. uerum $\Lambda H^2 = \Lambda\Theta^2 + \Theta H^2$, $HN^2 = NK^2 + KH^2$ (Eucl. I 47); quare etiam $\Lambda\Theta^2 + \Theta H^2 = NK^2 + KH^2$. quorum $\Theta H^2 = HK^2$; itaque quod relinquitur $\Theta\Lambda^2 = KN^2$ (Eucl. I κοιν. ἔνν. 3); quare $\Theta\Lambda = KN$. et $\Theta\Lambda$ radius est circuli AB, NK autem radius circuli EZ; ergo radius circuli AB aequalis est radio circuli EZ (tum u. Eucl. III def. 1).

iam uero rursus circulus AB a centro sphaerae maiore spatio distet quam EZ; dico, circulum AB minorem esse circulo EZ.

iisdem enim comparatis, quoniam circulus AB a centro sphaerae maiore spatio distat quam EZ, erit $\Theta H > KH$. et quoniam $H\Lambda = HN$ (deff. 1—2) — nam punctum H centrum est sphaerae et Λ, N ad superficiem positae —, erit etiam $H\Lambda^2 = HN^2$, h. e. $\Lambda\Theta^2 + \Theta H^2 = NK^2 + KH^2$. quorum $\Theta H^2 > KH^2$; quare quod relinquitur $\Lambda\Theta^2 < NK^2$; itaque $\Lambda\Theta < NK$. et $\Theta\Lambda$ radius

ex ν in scrib. **D**, καί ἐστιν **E**. ΝΜ **E**. 11 Post κύκλου supra add. comp. ἐστιν A^2. 12 ἐστὶ **F**. ante τοῦ ras. 1—2 litt. **A**. post ΑΒ eras. Γ **A**. 13 κύκλων] om. **E**. 15 ἴσοι] ἴ- in ras. **A**. 17 ΗΘ] -Θ e corr. **F**. 18 ἄρα] del. A^2. 20 ΘΗ] ΘΝ **B**. τῶν (alt.)] corr. ex τῶ C^2. ΝΚ] **CDF**, ΗΚ **BE** et Η- in ras. **A**. ΚΗ] **BCDF**, ΚΝ **E** et -Ν e corr. **AB**. 21 καὶ—ΚΗ] om **E**. ΝΚ] **ACDF**, ΗΚ **B**, e corr. **A**. ΚΗ] **CDF**, mut. in ΚΝ **AB**. 22 τὸ (alt.)] τῶ **C**. 23 ἐστίν] om. **B**. ἴση] corr. ex ἴσαι **D**. 25 ΕΖ—κέντρου τοῦ] om. **F**. 27 μεῖζον] corr. ex μείζων in scr. **B**. 31 μείζων] corr. ex μεῖζον **D**. 32 τῆς] τοῖς **E**. 33 ἐστὶν **A**. Ν] e corr. **B**. ἄρα] mut. in ἐστὶ A^2. 34 καὶ] del. A^2, ἐστὶ **C**. ΗΛ—τῆς] mg. A^2. τῷ—ΗΝ] **E**, om. **BCDF**. ΗΝ] mut. in ΚΝ A^2. ΘΗ] ΘΝ **CF**.

τοῖς ἀπὸ τῶν ΝΚ, ΚΗ. ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΘΗ τοῦ ἀπὸ τῆς ΚΗ μεῖζόν ἐστι· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΛΘ λοιποῦ τοῦ ἀπὸ τῆς ΝΚ ἔλασσόν ἐστιν· ἐλάττων ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΘ τῆς ΝΚ. καί ἐστιν ἡ μὲν ΘΛ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒ, ἡ δὲ ΝΚ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖ κύκλου· καὶ ὁ ΑΒ κύκλος ἄρα ἐλάττων ἐστὶ τοῦ ΕΖ κύκλου.

τῶν ἄρα ἐν τῇ σφαίρᾳ οἱ μὲν διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας μέγιστοί εἰσι, τῶν δὲ ἄλλων οἱ μὲν ἴσον ἀπέχοντες ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἴσοι εἰσίν, οἱ δὲ μεῖζον ἐλάττονες.

ζʹ.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ κύκλος, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ κέντρον αὐτοῦ ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν κύκλον.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τὸ μὲν κέντρον τῆς σφαίρας ἔστω τὸ Ε σημεῖον, τὸ δὲ τοῦ κύκλου τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΖ. λέγω, ὅτι ἡ ΕΖ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον.

διήχθωσαν γὰρ διὰ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου αἱ ΑΖ, ΖΓ, ΒΖ, ΖΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ, ΕΔ.

καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΖ τῇ ΖΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΖΕ, δύο δὴ αἱ ΒΖ, ΖΕ δύο ταῖς ΔΖ, ΖΕ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ βάσις ἡ ΒΕ βάσει τῇ ΕΔ ἐστιν ἴση· τὸ γὰρ Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας καὶ τὰ Β, Δ πρὸς τῇ ἐπιφανείᾳ· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΖΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστιν ἴση. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΖΕ, ΔΖΕ· ἡ ΕΖ ἄρα τῇ ΒΔ ἐστι πρὸς ὀρθάς. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τῇ ΑΓ. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΕΖ δύο εὐθείαις ταῖς ΑΓ, ΒΔ τεμνούσαις ἀλλήλας ἐπὶ τῆς τομῆς πρὸς ὀρθὰς ἐφέστηκε, καὶ τῷ διὰ τῶν ΑΓ, ΒΔ ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστι. τὸ δὲ διὰ τῶν ΑΓ, ΒΔ ἐπίπεδόν ἐστιν ὁ ΑΒΓΔ κύκλος· καὶ ἡ ΕΖ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπίπεδον.

1 ΝΚ] **CDEF**, ΗΚ **AB**. ΚΗ (pr.)] **BCDEF**, ΚΝ **AB²**. τὸ—ἄρα (3)] bis **D**. ΘΗ] ΘΝ **C**; ΘΛ **B**, Λ- dimid. eras. ΚΗ] ΚΝ **C**. 2 ἄρα] des. fol. 1 **C**. τὸ—ἔλασσόν] renouat. **C²**. ἔλασσόν] corr. ex ἐλάσσων **A**. 3 ἐστιν] ἐστι **AF**, corr. **A²**. ΛΘ **CE**. 4 ΑΒ—κέντρου] renouat. **C²** (ἡ ΑΒ). καὶ—κύκλου (5)] bis **C**, corr. **C²**. 5 ἐστὶν **A**. 6 σφαίρᾳ] σφαίραι mut. in σφαίρα κύκλων **A²**. 7 εἰσιν **B**. 8 in fine del. ς **F²**. 9 ζʹ] om. **C** renouat. 10 ᾖ] e corr. **D**. 11 ἐπιζευχθῇ—ἡ] om. **C**, mg. **B**. ἡ] om. **F**. 15 ἐστιν **A**, comp. **C**. 16 post κέντρου del. τῆς σφαίρας **B**. ΑΖΓ edd. ΖΓ] corr. ex Γ **C**. ΒΖΔ edd. 18 αἱ] ἡ **E**. 19 δύο] mut. in δυσὶ **A²**. ἑκατέρᾳ] ἑκατέρας **E**. 23 ποιῇ] -ῇ in ras. **A**. Post ὀρθὴ ins. ἐστιν comp. **A²**. γωνιῶν ἴσων (β, α suprascr.) **B**. ἐστιν] del. **A²**. 24 ἐστὶν] ἐστὶ **F**. 25 ante ἐπεὶ ins. ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΑΕ, ΓΕ mg. **A²**. 26 δύο] mut. in δυσὶν **A²**. ἀλλήλας] **DE**, ἀλλήλαις **ABCF**. 27 ἐφέστηκεν **A**, ἐφέστηχ (ν suprascr.) **F** (h. e. -κεν mut. in -κε). ΑΓ, ΒΔ] -Γ, Β- in ras. **A²**, ΒΔ ins. **C²**. ἐστιν **A**, comp. **C**. 28 ΑΒΓΔ] -Γ- corr. ex Β **F**. Ad fig. τοῦ ηʹ **C**.

est circuli AB, NK autem radius circuli EZ; itaque etiam circulus AB < EZ.

ergo circulorum in sphaera, qui per centrum sphaerae ducti sunt, maximi sunt, ceterorum autem, qui a centro aequali spatio distant, aequales sunt, qui maiore, minores.

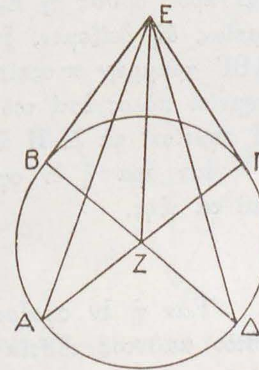
VII.

Si in sphaera circulus est, et a centro sphaerae ad centrum eius recta aliqua ducitur, recta ducta ad circulum perpendicularis est.

sit in sphaera circulus ΑΒΓΔ, et sphaerae centrum sit punctum E, circuli autem Z, et ducatur EZ. dico, rectam EZ ad circulum ΑΒΓΔ perpendicularem esse.

ducantur enim per centrum circuli rectae ΑΖΓ, ΒΖΔ, et iungantur BE, EΔ.

et quoniam BZ = ZΔ, et ZE communis est, duae rectae BZ, ZE duabus rectis ΔZ, ZE aequales sunt singulae singulis. et basis BE basi EΔ aequalis est; nam punctum E centrum est sphaerae et B, Δ ad superficiem posita (tum u. deff. 1—2); itaque ∠BZE = ΔZE (Eucl. I 8). sin recta super rectam erecta angulos deinceps positos inter se aequalos efficit, rectus est uterque angulus aequalis (Eucl. I def. 10); uterque igitur angulus BZE, ΔZE rectus est; itaque EZ ad BΔ perpendicularis est. similiter igitur demonstrabimus, eam etiam ad ΑΓ perpendicularem esse. quoniam igitur recta EZ ad duas rectas ΑΓ, BΔ inter se secantes in puncto sectionis ad rectos angulos erecta est, etiam ad planum per ΑΓ, BΔ ductum perpendicularis est (Eucl. XI 4). planum autem per ΑΓ, BΔ ductum circulus ΑΒΓΔ est; ergo etiam ad planum circuli ΑΒΓΔ perpendicularis est EZ.



η'.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ κύκλος, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπ' αὐτὸν κάθετος ἀχθῇ καὶ ἐκβληθῇ ἐπ' ἀμφότερα τὰ μέρη, ἐπὶ τοὺς πόλους πεσεῖται τοῦ κύκλου.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον κάθετος ἡ ΔΕ καὶ συμβαλλέτω τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Ε σημεῖον· τὸ Ε ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΔΕ ἐπ' ἀμφότερα τὰ μέρη καὶ συμβαλλέτω τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κατὰ τὰ Ζ, Η σημεῖα. λέγω, ὅτι τὰ Ζ, Η σημεῖα πόλοι εἰσὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου.

διήχθωσαν γὰρ αἱ ΑΕΓ, ΒΕΘ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΖΓ, ΑΗ, ΗΓ.

καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΕ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΖΕΑ, ΖΕΓ, ΖΕΒ, ΖΕΘ γωνιῶν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ, κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΖ, βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΓΖ ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου πρὸς τὴν ΑΒΓ γραμμὴν προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· τὸ Ζ ἄρα σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τὸ Η σημεῖον· τὰ Ζ, Η ἄρα σημεῖα πόλοι εἰσὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου.

ἐὰν ἄρα ᾖ ἐν σφαίρα κύκλος, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ τὰ ἑξῆς.

ϑ'.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ κύκλος, ἀπὸ δέ τινος τῶν πόλων αὐτοῦ ἐπ' αὐτὸν κάθετος εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τὸ κέντρον πεσεῖται τοῦ κύκλου καὶ προσεκβαλλομένη ἐπὶ τὸν ἕτερον πόλον πεσεῖται τοῦ κύκλου.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓ, ἀπὸ δέ τινος τῶν πόλων αὐτοῦ τοῦ Δ κάθετος ἤχθω ἐπ' αὐτὸν ἡ ΔΕ καὶ συμβαλλέτω τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΔΕ καὶ συμβαλλέτω τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κατὰ τὸ Ζ σημεῖον. λέγω, ὅτι τὸ μὲν Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, τὸ δὲ Ζ ὁ ἕτερος πόλος ἐστὶ τοῦ κύκλου.

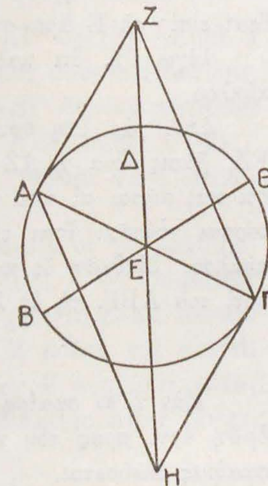
1 η'] corr. ex ζ' F. 6 τὸ (pr.)] corr. ex τὰ in scrib. F. ἤχθω] ἤ- in ras. E. 8 ΑΒΓ] om. B. 11 εἰσὶν A. ΑΒΓ] E, om. ABCDF. 14 ante ΖΕ del. ε (?) C. ἐστιν A. 16 ἑκατέρα E. 17 ΖΕΒ] om. F. 18 ἴση] e corr. C. 19 ἀπὸ] ὑπὸ F. 20 γραμμὴν] mut. in περιφέρειαν A². εἰσίν A. 21 πόλου E. 23 ᾖ] in ras. A. ἐν] corr. ex ε̄ | A. κύκλος] -ος e corr. D. Ad fig. τοῦ ϑ' C. figuram propositionis praecedentis repetit E. 25 ϑ'] corr. ex η' F. 27 εὐθεῖα] in ras. A.

VIII.

Si in sphaera circulus est, et a centro sphaerae ad eum perpendicularis ducitur et in utramque partem producitur, in polos circuli cadet.

sit in sphaera circulus ΑΒΓ, et sumatur centrum sphaerae punctum Δ (prop. II), et a puncto Δ ad planum circuli ΑΒΓ perpendicularis ducatur ΔΕ et cum plano in puncto E concurrat; punctum E igitur centrum est circuli ΑΒΓ (prop. I coroll.). et ΔΕ in utramque partem producta cum superficie sphaerae in punctis Z, H concurrat. dico, puncta Z, H polos esse circuli ΑΒΓ.

ducantur enim ΑΕΓ, ΒΕΘ, et iungantur ΑΖ, ΖΓ, ΑΗ, ΗΓ.



et quoniam ZE ad circulum ΑΒΓ perpendicularis est, etiam ad omnes rectas eam tangentes et in plano circuli ΑΒΓ positas rectos angulos efficiet (Eucl. XI def. 3); itaque anguli ΖΕΑ, ΖΕΓ, ΖΕΒ, ΖΕΘ omnes recti sunt. et quoniam ΑΕ = ΕΓ, et EZ communis est et perpendicularis, erit basis ΑΖ = ΓΖ (Eucl. I 4). similiter igitur demonstrabimus, etiam omnes rectas a puncto Z ad lineam ΑΒΓ ductas inter se aequales esse; itaque punctum Z polus est circuli ΑΒΓ (def. 5). similiter igitur demonstrabimus, etiam punctum H polum esse; puncta Z, H igitur poli sunt circuli ΑΒΓ.

ergo si in sphaera est circulus, et a centro sphaerae et q. s.

IX.

Si in sphaera circulus est, et ab altero utro polo eius recta linea ad eum perpendicularis ducitur, in centrum circuli cadet et producta in alterum polum circuli cadet.

sit in sphaera circulus ΑΒΓ, et ab altero utro polo eius Δ ad eum perpendicularis ducatur ΔΕ et cum plano circuli in puncto E concurrat, ΔΕ autem producatur et cum superficie sphaerae in puncto Z concurrat. dico, punctum E centrum esse circuli ΑΒΓ, Z autem alterum polum circuli.

30—31 τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ] ἐπιπέδῳ τοῦ κύκλου E. 33 ἐστὶν A. ΑΒΓ] ΑΒ ΑΕ, corr. A². ἐστὶν A.

διήχθωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ E αἱ AE, EB, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ AΔ, ΔB, AZ, ZB.

καὶ ἐπεὶ ἡ ΔE ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ABΓ κύκλον, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ ABΓ κύκλῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας. ἅπτεται δὲ αὐτῆς ἑκατέρα τῶν AE, EB οὖσα ἐν τῷ τοῦ ABΓ κύκλου ἐπιπέδῳ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΔEA, ΔEB. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ AΔ τῇ ΔB, ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς AΔ τῷ ἀπὸ τῆς ΔB. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς AΔ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΔE, EA, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΔB ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΔE, EB· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν AE, EΔ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν BE, EΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΔE· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς AE λοιπῷ τῷ ἀπὸ τῆς EB ἐστιν ἴσον· ἴση ἄρα ἡ AE τῇ EB. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ ἀπὸ τοῦ E σημείου πρὸς τὴν ABΓ γραμμὴν προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι εἰσί· τὸ E ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ABΓ κύκλου.

λέγω δή, ὅτι καὶ τὸ Z σημεῖον ὁ ἕτερος πόλος ἐστὶ τοῦ ABΓ κύκλου.

ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ AE τῇ EB, κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ EZ, βάσις ἄρα ἡ AZ βάσει τῇ BZ ἴση ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Z σημείου πρὸς τὴν ABΓ γραμμὴν προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι εἰσί· τὸ Z ἄρα σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ABΓ κύκλου. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ E κέντρον· τὸ μὲν ἄρα E σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ABΓ, τὸ δὲ Z ὁ ἕτερος πόλος.

ι'.

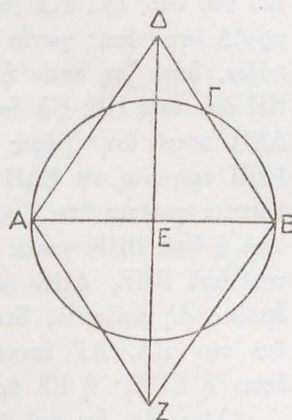
Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ κύκλος, ἡ διὰ τῶν πόλων αὐτοῦ ἀγομένη εὐθεῖα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν κύκλον καὶ διὰ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τε καὶ τῆς σφαίρας ἐλεύσεται.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ABΓΔ, πόλοι δὲ αὐτοῦ ἔστωσαν τὰ E, Z σημεῖα, κτὶ ἐπεζεύχθω ἡ διὰ τῶν πόλων ἀγομένη καὶ ἔστω ἡ EZ. λέγω, ὅτι ἡ EZ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ABΓΔ κύκλον καὶ διὰ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τε καὶ τῆς σφαίρας ἐλεύσεται.

συμβαλλέτω γὰρ τῷ τοῦ ABΓΔ κύκλου ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ H σημεῖον ἡ EZ, καὶ ἀπὸ τοῦ H σημείου διήχθωσαν αἱ AHΓ, BHΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ BE, EΔ, BZ, ZΔ.

καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ BE τῇ EΔ, κοινὴ δὲ ἡ EZ, δύο δὴ αἱ BE,

1 E αἱ] om. **B**. AE] EA **BA**². 3 ἡ] seq. ras. 1 litt. **A**. 7 AΔ (alt.)] A- in ras. **E**. 8 ἴσα] -α e corr. **C**². 9 ΔE (pr.)—τῶν] om. **E**. ἐστὶν **A**, -ν eras. 10 AE] om. **B**. 11 ΔE] EΔ **A**. τὸ (alt.)] τῷ **E**. 12 ἴσον ἐστίν **D**. 13 αἱ] **DEA**², om. **ABCF**. πρὸς] -ς in ras. **A**². τὴν] τὸν **A**². AB **A**. γραμμὴν] mut. in κύκλον **A**². 15 δή] -ή in ras. **A**. 19 ἀπὸ] ὑπὸ **F**. 20 εἰσίν **AC**. 22 ABΓ] ABΓ κύκλου **E**, κύκλου supra add. **A**². τὸ] τοῦ **E**. Ad fig. τοῦ ῑ **C**, fig. post κέντρου l. 25 coll. **F**.



ducantur enim ab E rectae AE, EB, et iungantur AΔ, ΔB, AZ, ZB.

et quoniam ΔE ad circulum ABΓ perpendicularis est, etiam ad omnes rectas eam tangentes et in circulo ABΓ positas rectos angulos efficiet (Eucl. XI def. 3). utraque autem AE, EB eam tangit in plano circuli ABΓ posita; itaque uterque ∠ΔEA, ΔEB rectus est. et quoniam AΔ = ΔB (def. 5), erit etiam $A\Delta^2 = \Delta B^2$. uerum $A\Delta^2 = \Delta E^2 + EA^2$ et $\Delta B^2 = \Delta E^2 + EB^2$ (Eucl. I 47); itaque $AE^2 + E\Delta^2 = BE^2 + E\Delta^2$. auferatur, quod commune est, ΔE^2; itaque quod relinquitur $AE^2 = EB^2$ (Eucl. I κοιν. ἔνν. 3); quare AE = EB. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnes rectas a puncto E ad lineam ABΓ ductas aequales esse; itaque punctum E centrum est circuli ABΓ (deff. 1—2).

dico igitur, etiam punctum Z alterum polum esse circuli ABΓ.

quoniam enim AE = EB, communis autem et perpendicularis EZ, basis AZ basi BZ aequalis est (Eucl. I 4). similiter igitur demonstrabimus, etiam omnes rectas a puncto Z ad lineam ABΓ ductas aequales esse; itaque punctum Z polus est circuli ABΓ (def. 5). demonstrauimus autem etiam, E centrum esse; ergo punctum E centrum est circuli ABΓ, Z autem alter polus.

X.

Si in sphaera circulus est, recta per polos eius ducta ad circulum perpendicularis est et per centrum eius sphaeraeque ueniet.

sit in sphaera circulus ABΓΔ, poli autem eius sint puncta E, Z, et iungatur recta, quae per polos ducitur, et sit EZ. dico, EZ ad circulum ABΓΔ perpendicularem esse et per centrum eius sphaeraeque uenire.

concurrat enim EZ cum plano circuli in puncto H, et ab H puncto ducantur AHΓ, BHΔ, et iungantur BE, EΔ, BZ, ZΔ.

et quoniam BE = EΔ (def. 5), communis autem EZ, duae

23 ι'] corr. ex θ' **F**. 25 τε] supra scr. **F**. 27 ὁ] ἡ **F**. 30 τε] supra scr. **F**. 31 κύκλου] corr. ex κύκλοι **C**. 32 BHΔ] om. **E**. 34 ἐστὶ **A**. EZ] -Z e corr **CF**, EH **AD**, corr. **A**².

ΕΖ δύο ταῖς ΖΕ, ΕΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΒΖ βάσει τῇ ΖΔ ἐστιν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση ἐστί. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΗ, δύο δὴ αἱ ΒΕ, ΕΗ δύο ταῖς ΗΕ, ΕΔ ἴσαι εἰσί. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΕΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΗ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΒΗ βάσει τῇ ΗΔ ἐστιν ἴση, καὶ τὸ ΕΒΗ τρίγωνον τῷ ΕΔΗ τριγώνῳ ἴσον ἐστί, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΗΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΗΕ γωνίᾳ. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΗΕ, ΔΗΕ γωνιῶν· ἡ ΕΗ ἄρα τῇ ΒΔ πρὸς ὀρθάς ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθάς ἐστιν ἡ ΕΗ [καὶ τῷ διὰ τῶν ΒΔ, ΑΓ ἐπιπέδῳ, τουτέστι τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, πρὸς ὀρθάς ἐστιν ἡ ΕΗΖ]· ἡ ΕΖ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον.

λέγω δή, ὅτι καὶ διὰ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τε καὶ τῆς σφαίρας ἥξει.

ἐπεὶ γὰρ ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, ἀπὸ δέ τινος τῶν πόλων αὐτοῦ ἐπ᾽ αὐτὸν κάθετος ἧκται ἡ ΕΗ καὶ συμβάλλει τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Η σημεῖον, τὸ Η ἄρα κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. λέγω δή, ὅτι καὶ διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ἐπεὶ γὰρ ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἐστὶν ὁ ΑΒΓΔ, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τοῦ Η τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθὴ ἀνίσταται ἡ ΕΗΖ, ἐπὶ τῆς ΕΗΖ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας· ἡ ΕΖ ἄρα διὰ τοῦ κέντρου ἐστὶ τῆς σφαίρας.

ἡ ΕΖ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον καὶ διὰ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τε καὶ τῆς σφαίρας.

ια′.

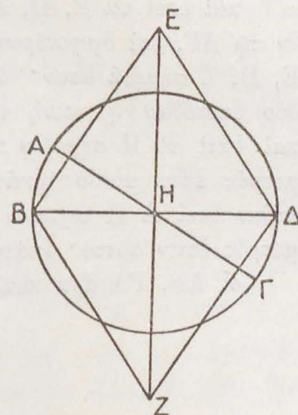
Ἐν σφαίρᾳ οἱ μέγιστοι κύκλοι δίχα τέμνουσιν ἀλλήλους.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ δύο μέγιστοι κύκλοι οἱ ΑΒ, ΓΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα. λέγω, ὅτι οἱ ΑΒ, ΓΔ κύκλοι δίχα τέμνουσιν ἀλλήλους.

εἰλήφθω γὰρ αὐτῶν τὸ κέντρον καὶ ἔστω τὸ Η σημεῖον· τὸ δὲ αὐτό ἐστι καὶ τῆς σφαίρας· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΗ, ΗΖ.

---

1 δύο] mut. in δυσὶ **A**². ΖΕ] Ζ- in ras. **F**², ΗΕ **AD**, corr. **A**². ἡ] om. **A**. ΒΖ] e corr. **A**. 2 ἐστί] comp. **C**, ἐστίν **A**. 3 δὴ αἱ] δὲ ἡ **C**. 4 δύο] mut. in δυσὶ **A**². ΗΕ] **CEF**, ΕΗ **ABD**. ΕΔ] ΗΔ **AD**. εἰσίν **AC**. 5 ΔΕΗ] seq. ras. 1 litt. **A**. βάσει] βά- e corr. in scrib. **A**. 6 γωνίαι] seq. ras. 2 litt. **A**. 7 ἴσαι (pr.)] ἴ- e corr. **D**. ὑποτείνουσιν] seq. ras. **E**, ὑ- in ras. **A**. 9 ὑπὸ] **EA**², om. **ABCDF**. 10 τῷ] corr. ex τὸ **B**. 11 post ΑΓ ins. ἄρα **A**². ΑΒΓΔ] -Γ- in ras. **A**, ΑΒΓ **C**. 12 ΕΗΖ] -Η- del. **A**², ΕΖ **B**. ΑΒΓΔ] Α- in ras. **A**. 13 τε] supra scr. **F**. 14 ante ὁ ins. ἐστὶν **A**². πόλων] e corr. **C**². Ad fig. τοῦ ια′ **C**; recta ΑΓ puncta sectionis iungit in **E**; fig. post μέγιστοι l. 25 coll. **F**. 16 κέντρον] κέν- in ras. post ras. 1 litt. **B**. δέ **E**. 17 ὅτι] om. **C**. 19 ὀρθὴ] πρὸς ὀρθὰς **E**. ἀνέσταται Nizze. ἐστὶν **A**, comp. **C**. 20 διὰ—ἄρα (21)] om. **E**. 21 ἐστιν **A**, comp. **C**. 22 post σφαίρας ins. ἐλεύσεται **C**², ἔρχεται



ΒΕ, ΕΖ duabus ΖΕ, ΕΔ aequales sunt altera alteri; et basis ΒΖ = basi ΖΔ (def. 5); itaque ∠ΒΕΖ = ∠ΔΕΖ (Eucl. I 8). rursus, quoniam ΒΕ = ΕΔ (def. 5), communis autem ΕΗ, duae ΒΕ, ΕΗ duabus ΗΕ, ΕΔ aequales sunt. et ∠ΒΕΗ = ΔΕΗ; itaque basis ΒΗ = basi ΗΔ, et △ΕΒΗ = △ΕΔΗ, et reliqui anguli reliquis angulis, sub quibus aequalia latera subtendunt, aequales erunt (Eucl. I 4); quare ∠ΒΗΕ = ∠ΔΗΕ. itaque uterque angulus ΒΗΕ, ΔΗΕ rectus est (Eucl. I 13); itaque ΕΗ ad ΒΔ perpendicularis est. similiter igitur demonstrabimus, ΕΗ etiam ad ΑΓ perpendicularem esse [et ΕΗΖ ad planum per ΒΔ, ΑΓ ductum, hoc est ad circulum ΑΒΓΔ, perpendicularis est][1]); ergo ΕΖ ad circulum ΑΒΓΔ perpendicularis est (Eucl. XI 4).

dico igitur, eam etiam per centrum eius sphaeraeque uenire.

quoniam enim in sphaera circulus est ΑΒΓΔ, et ab altero utro polo eius ad eum perpendicularis ducta est ΕΗ et cum plano in puncto Η concurrit, Η centrum est circuli ΑΒΓΔ (prop. IX). dico igitur, eam etiam per centrum sphaerae cadere. quoniam enim in sphaera circulus est ΑΒΓΔ, et a centro eius Η ad planum circuli perpendicularis erigitur ΕΗΖ, in ΕΗΖ positum est centrum sphaerae (prop. II coroll.); ΕΖ igitur per centrum sphaerae cadit.

ergo ΕΖ ad circulum ΑΒΓΔ perpendicularis est et per centrum eius sphaeraeque ducta.

XI.

In sphaera circuli maximi in binas partes aequales inter se secant.

in sphaera enim duo circuli maximi ΑΒ, ΓΔ in punctis Ε, Ζ inter se secent. dico, circulos ΑΒ, ΓΔ in binas partes aequales inter se secare.

sumatur enim centrum eorum (prop. II) et sit punctum Η — idem autem etiam sphaerae est (prop. VI) —, et iungantur ΕΗ, ΗΖ.

---

add. edd. 25 ΓΔ] ΒΓ **E**. τέμνωσαν **B**. 26 κατὰ—ἀλλήλους (27)] om. **E**. 27 ἀλήλους **C**. 29 ἐστι] seq. ras. 1 litt. **E**. αἱ] **DEFC**², ἡ **ABC**.

1) Uerba 10 καὶ τῷ—12 ΕΗΖ prorsus superuacua sunt et ratiocinationi obsunt; sine dubio interpolata sunt.

καὶ ἐπεὶ τὰ E, H, Z σημεῖα ἐν τῷ AB ἐπιπέδῳ ἐστίν, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῷ ΔΓ, ἐπὶ ἀμφοτέροις ἄρα τοῖς ἐπιπέδοις τῶν AB, ΓΔ κύκλων τὰ E, H, Z σημεῖά ἐστιν· ἐν τῇ κοινῇ τομῇ ἄρα αὐτῶν ἐστι. πάντων δὲ δύο ἐπιπέδων ἡ κοινὴ τομὴ εὐθεῖά ἐστιν· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ EHZ. καὶ ἐπεὶ τὸ H σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ AB κύκλου, ἡ EZ ἄρα διάμετρός ἐστιν αὐτοῦ· ἑκάτερον ἄρα τῶν EAZ, EBZ ἡμικύκλιόν ἐστι. πάλιν ἐπεὶ τὸ H σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔ κύκλου, ἡ EZ ἄρα διάμετρός ἐστιν αὐτοῦ· ἑκάτερον ἄρα τῶν EΓZ, EΔZ ἡμικύκλιόν ἐστιν.

οἱ AB, ΓΔ ἄρα κύκλοι δίχα τέμνουσιν ἀλλήλους.

ιβ'.

Ἐν σφαίρᾳ οἱ δίχα τέμνοντες ἀλλήλους κύκλοι μέγιστοί εἰσιν.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ AB, ΓΔ δίχα τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὰ E, Z σημεῖα. λέγω, ὅτι οἱ AB, ΓΔ κύκλοι μέγιστοί εἰσιν.

ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ EZ· ἡ EZ ἄρα διάμετρός ἐστι τῶν AB, ΓΔ κύκλων. λέγω δή, ὅτι καὶ τῆς σφαίρας.

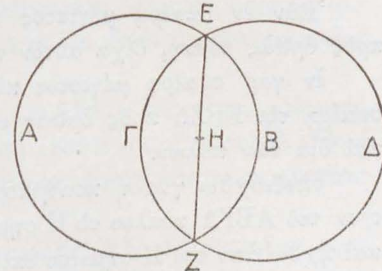
τετμήσθω ἡ EZ δίχα κατὰ τὸ H· τὸ H ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν κύκλων. ἀνεστάτω ἀπὸ τοῦ H σημείου τῷ μὲν τοῦ ΓΔ κύκλου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἡ HK, τῷ δὲ τοῦ AB πρὸς ὀρθὰς ἡ HΘ.

καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἐστὶν ὁ AB, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἀνέσταται ἡ HΘ, ἐπὶ τῆς HΘ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἐπὶ τῆς HK· ἐπὶ τῆς ἄρα κοινῆς τομῆς τῶν HΘ, HK τὸ κέντρον τῆς σφαίρας. ἡ δὲ κοινὴ τομὴ αὐτῶν ἐστι τὸ H σημεῖον· τὸ H ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας. ἔστι δὲ καὶ τῶν AB, ΓΔ κέντρον τὸ H σημεῖον· οἱ δὲ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντες τῇ σφαίρᾳ κύκλοι μέγιστοί εἰσιν· ἐν σφαίρᾳ ἄρα οἱ δίχα τέμνοντες ἀλλήλους κύκλοι μέγιστοι.

---

1 σημεῖον **E**. ἐστίν] **EF**, comp. A^2 et ins. in spat. uac. C^2, ἐστί **B**, εἰσίν **D**, om. **AC**. 3 Z, H **B**. σημεῖα] supra add. ον E^2. Ante ἐν ins. τὰ E, H, Z ἄρα A^2. ἄρα—τομὴ (4)] om. **BC** et lac. rel. **F**. ἄρα αὐτῶν] **ADE**, τῶν ἐπιπέδων A^2. πάντων] **AE**, πάντως **D**A^2. 4 εὐθεῖά ἐστιν] del. C^2. ἐστὶν] ἐστὶ **F**. EZH **B**. 6 τῶν—ἄρα (8)] om. **E**. 7 ἐστὶν **A**. ΓΔ] **E**A^2, ΓZ **ABCDF**. 8 ἐστιν (alt.)] ἐστι **AC**, corr. A^2. 9 AB] -B in ras. **E**. ἄρα] seq. ras. 1 litt. **A**. 10 ιβ'] postea add. **B**, corr. ex ια' **F**. 14 EZ (pr.)] EB **E**. Ad fig. τοῦ ιβ' **C**; fig. post ΓΔ l. 13 **F** om H. 17 τῷ] corr. ex τὸ A^2. 18 HK] H- in ras. **A**, -K mut. in Θ A^2, HΘ **F**. HΘ] mut. in HK A^2, HK **F**. 19 AB] **E**, ΓΔ **ABCDF**. 21 ἐστὶν **A**, comp. **C**. 22 HΘ] renouat. **C**, -Θ e corr. **A**. Post σφαίρας supra add. ·/. C^2. 23 ἐστιν **A**, comp. **C**. 24 post ΓΔ supra add. ⊙⊙ A^2. 25 τῇ σφαίρᾳ] scripsi, τῆς σφαίρας **ABCDEF**. 26 μέγιστοι] **ABCDF**, μέγιστοί εἰσιν **E**A^2C^2.

et quoniam puncta E, H, Z in plano AB sunt, uerum etiam in ΔΓ, ad utrumque planum circulorum AB, ΓΔ posita sunt puncta E, H, Z; itaque in communi eorum sectione posita sunt. quorumlibet autem duorum planorum sectio communis recta est; EHZ igitur recta est. et quoniam punctum H centrum est circuli AB, diametrus eius est EZ; itaque uterque EAZ, EBZ semicirculus est. rursus, quoniam punctum H centrum est circuli ΓΔ, diametrus eius est EZ; itaque uterque EΓZ, EΔZ semicirculus est.



ergo circuli AB, ΓΔ in binas partes aequales inter se secant.

XII.

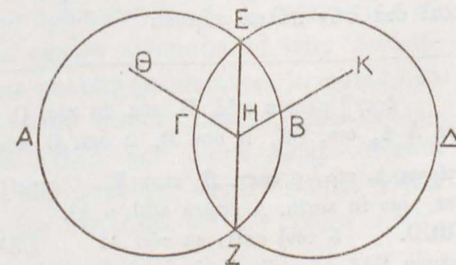
In sphaera circuli in binas partes aequales inter se secantes maximi sunt.

in sphaera enim duo circuli AB, ΓΔ in binas partes aequales inter se secent in punctis E, Z. dico, circulos AB, ΓΔ maximos esse.

iungatur enim EZ; diametrus igitur circulorum AB, ΓΔ est EZ. dico igitur, eam etiam sphaerae diametrum esse.

secetur EZ in duas partes aequales in H; punctum H igitur centrum est circulorum. a puncto H ad planum circuli ΓΔ perpendicularis erigatur HK, ad planum circuli AB uero perpendicularis HΘ.

et quoniam in sphaera circulus est AB, et a centro eius ad planum circuli perpendicularis erecta est HΘ, in HΘ positum est centrum sphaerae (prop. II coroll.). similiter igitur demonstrabimus, id etiam in HK positum esse; itaque in communi sectione rectarum HΘ, HK centrum sphaerae positum est. communis autem sectio earum est punctum H; itaque punctum H centrum est sphaerae. uerum punctum H etiam circulorum AB, ΓΔ centrum est; et circuli circum idem centrum descripti ac sphaera maximi sunt (prop. VI); ergo in sphaera circuli in binas partes aequales inter se secantes maximi sunt.



ιγ'.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, δίχα αὐτὸν τεμεῖ καὶ διὰ τῶν πόλων.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΕΒΖΔ πρὸς ὀρθὰς τεμνέτω. λέγω, ὅτι δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ διὰ τῶν πόλων.

ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ κοινὴ τομὴ αὐτῶν ἡ ΒΔ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου τὸ Η σημεῖον· τὸ δὲ αὐτό ἐστι καὶ τῆς σφαίρας· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Η σημείου ἐπὶ τὴν ΒΔ κάθετος ἡ ΗΘ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ' ἀμφότερα τὰ μέρη καὶ συμβαλλέτω τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κατὰ τὰ Α, Γ σημεῖα.

καὶ ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα ὀρθά ἐστι πρὸς ἄλληλα τό τε τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου καὶ τὸ τοῦ ΕΒΖΔ, καὶ τῇ κοινῇ τομῇ αὐτῶν τῇ ΒΔ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ ΘΑ ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων οὖσα τῷ ΑΒΓΔ, ἡ ΑΓ ἄρα καὶ τῷ ΕΒΖΔ ἐπιπέδῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἐστὶν ὁ ΕΒΖΔ, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπ' αὐτὸν κάθετος ἦκται ἡ ΗΘ καὶ συμπίπτει τῷ τοῦ ΕΒΖΔ κύκλου ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Θ σημεῖον, τὸ Θ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΕΒΖΔ κύκλου· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΒΕΔ, ΒΖΔ ἡμικύκλιόν ἐστιν. ὁ ΑΒΓΔ ἄρα κύκλος τὸν ΕΒΖΔ κύκλον δίχα τέμνει.

λέγω δή, ὅτι καὶ διὰ τῶν πόλων.

ἐπεὶ γὰρ ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἐστὶν ὁ ΕΒΖΔ, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπ' αὐτὸν κάθετος ἦκται ἡ ΗΘ καὶ ἐκβέβληται ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη καὶ συμπίπτει τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κατὰ τὰ Α, Γ, ἐὰν δὲ ᾖ ἐν σφαίρᾳ κύκλος, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπ' αὐτὸν κάθετος ἀχθῇ καὶ ἐκβληθῇ ἐπ' ἀμφότερα τὰ μέρη, ἐπὶ τοὺς πόλους πεσεῖται τοῦ κύκλου, τὰ Α, Γ ἄρα σημεῖα πόλοι εἰσὶ τοῦ ΕΒΖΔ κύκλου. ὁ ΑΒΓΔ ἄρα κύκλος τὸν ΕΒΖΔ κύκλον διὰ τῶν πόλων τέμνει. ἔτεμνε δὲ αὐτὸν καὶ δίχα· ὁ ΑΒΓΔ ἄρα κύκλος τὸν ΕΒΖΔ κύκλον δίχα τε καὶ διὰ τῶν πόλων τέμνει.

---

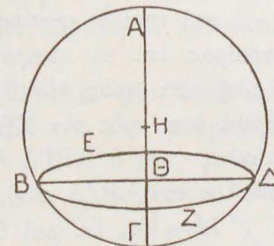
1 ιγ'] postea add. **B**, mg. in ras. **C**, corr. ex ιβ' **F**. In fig. A corr. ex Δ **A**, om. **CE**, B om. **D**, Δ om. **C** adscr. τοῦ ιγ'. 3 τέμνῃ] **CDFA**², τέμνει **A**, τέμν (η supra) e corr. **B**, τέμη **E**. τεμεῖ] **D**, τέμνει **CEF**, τεμν (ει supra) **B**, τεμεῖ corr. ex τέμν in scrib. **A** supra add. ν **A**². τῶν] τὸν **BCD**. 4 ἐν] corr. ex ἐὰν **C**². 5 τὸν] corr. ex τῶν **A**. ΕΖΖΔ **A**, sed corr. τεμεῖ] **ABCDF**, τέμνει **EA**². 7 τομὴ] τὸ μὴ **E**. 8 ἐστιν **A**. 12 ἐστιν **A**, comp. **C**. 13 ΕΒΖΔ] -Β- e corr. in scrib. **F**. αὐτῶν, -ν in ras., **F**. 14 ἐν] ἕνα **F**. ΑΓ] ΑΘ **E**. τῷ (alt.)] τὸ **F**. 15 ἐπιπέδῳ] om. **E**. In fig. circulus ΕΒΖΔ per centrum circuli ΑΒΓΔ transit, Η in ΑΓ superius ponitur. In **C** (add. τοῦ ιδ') Θ ex Κ corr., Ζ add. **C**², praeterea alius circulus ΒΕΔΖ cum centro Θ postea delineatus, ubi est in nostra fig. 17 τοῦ] ins. **A**². 19 ΒΕΔ] -Β- e corr. **B**. ἐστι **B**, comp. **C**. 22 ΕΒΖΔ] ΑΒΓΔ ἄρα κύκλος **F**. 23 ἐφ'] ἡ ἐφ' **E**. 24 τὰ (alt.)] τὸ **E**. 25 δὲ ᾖ] -ὲ ᾖ in ras. **A**. 26 πόλους] post λ ras. 1 litt. **A**. 27 σημεῖα] σ^μ **E**, ut saepe. ΕΒΖΔ] -Β- corr. ex Ζ in scrib. **C**. 28 ἔτεμνεν **A**. 29 δίχα] πρὸς ὀρθάς **E**. δίχα] πρὸς ὀρθάς **E**. τε] τε τέμνει **E**. 30 τέμνει] om. **E**.

XIII.

Si in sphaera circulus maximus circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ad rectos angulos secat, in duas partes aequales eum secabit et per polos.

in sphaera enim circulus maximus ΑΒΓΔ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΕΒΖΔ ad rectos angulos secet. dico, eum et in duas partes aequales et per polos illum secaturum esse.

iungatur enim communis eorum sectio ΒΔ, et sumatur centrum circuli ΑΒΓΔ (Eucl. III 1) punctum Η — idem autem etiam sphaerae est (prop. VI) —, et a puncto Η ad ΒΔ perpendicularis ducatur ΗΘ et in utramque partem producta cum superficie sphaerae concurrat in punctis Α, Γ.



et quoniam duo plana, circuli ΑΒΓΔ et circuli ΕΒΖΔ, inter se perpendicularia sunt, et ad communem eorum sectionem ΒΔ ad rectos angulos ducta est ΘΑ in altero plano ΑΒΓΔ posita, ΑΓ etiam ad planum ΕΒΓΖ perpendicularis est (Eucl. XI def. 4). quoniam igitur in sphaera circulus est ΕΒΖΔ, et a centro sphaerae ad eum perpendicularis ducta est ΗΘ et cum plano circuli ΕΒΖΔ in puncto Θ concurrit, punctum Θ centrum est circuli ΕΒΖΔ (prop. I coroll.); itaque uterque ΒΕΔ, ΒΖΔ semicirculus est (Eucl. I def. 17). circulus igitur ΑΒΓΔ circulum ΕΒΖΔ in duas partes aequales secat.

dico, eum etiam per polos secare.

quoniam enim in sphaera circulus est ΕΒΖΔ, et a centro sphaerae ad eum perpendicularis ducta est ΗΘ et in utramque partem producta cum superficie sphaerae in Α, Γ concurrit, et, si in sphaera circulus est, et a centro sphaerae ad eum perpendicularis ducitur et in utramque partem producitur, in polos circuli cadet, puncta Α, Γ poli sunt circuli ΕΒΖΔ (prop. VIII). itaque circulus ΑΒΓΔ circulum ΕΒΖΔ per polos secat. uerum etiam in duas partes aequales eum secabat; ergo circulus ΑΒΓΔ circulum ΕΒΖΔ et in duas partes aequales et per polos secat.

ιδ′.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ μὴ μέγιστον ὄντα δίχα τέμνῃ, πρὸς ὀρθάς τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ διὰ τῶν πόλων.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ μὴ μέγιστον ὄντα τὸν ΕΒΖΔ δίχα τεμνέτω. λέγω, ὅτι καὶ πρὸς ὀρθάς τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ διὰ τῶν πόλων.

ἐπεζεύχθω γὰρ αὐτῶν ἡ κοινὴ τομὴ ἡ ΒΔ. καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος τὸν ΕΒΖΔ κύκλον δίχα τέμνει, ἑκάτερον ἄρα τῶν ΒΕΔ, ΒΖΔ ἡμικύκλιόν ἐστιν· ἡ ΒΔ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ ΒΖΔΕ κύκλου. τετμήσθω οὖν ἡ ΒΔ δίχα κατὰ τὸ Θ σημεῖον· τὸ Θ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΕΒΖΔ κύκλου. καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου τὸ Η σημεῖον· τὸ δ᾽ αὐτὸ καὶ τῆς σφαίρας ἐστί· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΗΘ ἐκβεβλήσθω ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη καὶ συμπιπτέτω τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κατὰ τὰ Α, Γ σημεῖα.

καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἐστὶν ὁ ΕΒΖΔ, διὰ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ κέντρον αὐτοῦ ἐπέζευκται εὐθεῖα ἡ ΗΘ, ἡ ΗΘ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΕΒΖΔ· καὶ πάντα ἄρα τὰ διὰ τῆς ΗΘ ἐπίπεδα ὀρθά ἐστι πρὸς τὸν ΕΒΖΔ. ἓν δὲ τῶν διὰ τῆς ΗΘ ἐπιπέδων ὁ ΑΒΓΔ κύκλος· καὶ ὁ ΑΒΓΔ ἄρα ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΕΒΖΔ. ὁ ΑΒΓΔ ἄρα κύκλος τὸν ΕΒΖΔ κύκλον πρὸς ὀρθὰς τέμνει.

λέγω δή, ὅτι καὶ διὰ τῶν πόλων.

ἐπεὶ γὰρ ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἐστὶν ὁ ΕΒΖΔ, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπ᾽ αὐτὸν κάθετος ἦκται ἡ ΗΘ καὶ ἐκβέβληται ἐπ᾽ ἀμφότερα τὰ μέρη καὶ συμπίπτει τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κατὰ τὰ Α, Γ σημεῖα, τὰ Α, Γ ἄρα σημεῖα πόλοι εἰσὶ τοῦ ΕΒΖΔ· ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἄρα τὸν ΕΒΖΔ κύκλον διὰ τῶν πόλων τέμνει. ἔτεμνε δὲ αὐτὸν καὶ πρὸς ὀρθάς· ὁ ΑΒΓΔ ἄρα κύκλος τὸν ΕΒΖΔ κύκλον πρὸς ὀρθὰς τέμνει καὶ διὰ τῶν πόλων.

---

1 ιδ′] corr. ex ιγ′ **F**. 2 τῶν] τὸν **B**. 3 τέμνῃ] -ῃ in ras. **A**, τέμνει **D**. τεμεῖ] **AD**, τέμνει **BCEFA²**. 6 καὶ] postea ins. **A**, om. **E**. 7 τεμεῖ] **AD**, τέμη **BF** et -η e corr. **C**, τέμνει **E**. 8 αὐτῶν ἡ] ἐπ᾽ αὐτὸν **E**. 9 ἄρα] om. **C**. ΒΖΔ] om. **F**, -Δ e corr. **D**. 10 ἐστι] comp. **C**, ἐστιν **A**. ΒΖΔΕ] mut. in ΕΒΖΔ **A²**. 11 σημεῖον] ras. 1 litt. **E**. 15 τὰ] -ὰ e corr. **E**. 16 ὁ] corr. ex ὁ.τ **F**. ΒΖΔ **C**. 18 ἐστιν **A**, comp. **C**. καὶ—τὰ] in ras. **D**. καὶ πάντα] -αὶ π- in ras. **F**. διὰ—ΗΘ (19)] in mg. transit in **D**. 19 τῆς] corr. ex τῶν in scrib. **C**. 20 post κύκλος ins. [illegible] **A²**. καὶ] om. **D**. Ante ἄρα supra add. κύκλος **A²**. ἐστιν **A**. τὸν] corr. ex τὸ in scrib. **D**. ΕΒΖΔ] ΕΒΖΔ κύκλον **E**. 23 ὁ] ō in ras. **A²**. ΕΒΖΔ] -ΖΔ in ras. **B**. 26 σημεῖα (pr.)] om. **E**. ΑΒΓΔ] -Β- corr. ex Γ (?) in scrib. **B**. 27 ΕΒΖΔ] Ε- in ras. **A**. ἔτεμνεν **A**. In fig. circulus ΒΕΔΖ per centrum alterius circuli delineatus est, Η superius in ΑΓ collocatum, centrum est θ; ιε′ add. **C**.

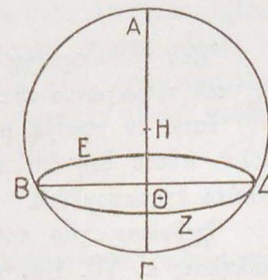
XIV.

Si in sphaera circulus maximus circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, non maximum in duas partes aequales secat, et ad rectos angulos et per polos eum secabit.

in sphaera enim circulus maximus ΑΒΓΔ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, non maximum ΕΒΖΔ in duas partes aequales secet. dico, eum et ad rectos angulos et per polos illum secaturum esse.

iungatur enim communis eorum sectio ΒΔ. et quoniam circulus ΑΒΓΔ circulum ΕΒΖΔ in duas partes aequales secat, uterque ΒΕΔ, ΒΖΔ semicirculus est; ΒΔ igitur diametrus est circuli ΒΖΔΕ (Eucl. I def. 17). secetur igitur ΒΔ in duas partes aequales in puncto Θ; punctum Θ igitur centrum est circuli ΕΒΖΔ. et sumatur centrum circuli ΑΒΓΔ punctum Η (Eucl. III 1) — idem autem etiam sphaerae est (prop. VI) —, et ducta ΗΘ in utramque partem producatur et cum superficie sphaerae in punctis Α, Γ concurrat.

et quoniam in sphaera circulus est ΕΒΖΔ, per centrum autem sphaerae ad centrum eius iuncta est recta ΗΘ, perpendicularis est ΗΘ ad ΕΒΖΔ (prop. VII); quare etiam omnia plana per ΗΘ ducta ad ΕΒΖΔ perpendicularia sunt (Eucl. XI 18). ex planis autem per ΗΘ ductis est circulus ΑΒΓΔ; quare etiam ΑΒΓΔ ad ΕΒΖΔ perpendicularis est. itaque circulus ΑΒΓΔ circulum ΕΒΖΔ ad rectos angulos secat.



dico igitur, eum etiam per polos secare.

quoniam enim in sphaera circulus est ΕΒΖΔ, a centro autem sphaerae perpendicularis ad eum ducta est ΗΘ et in utramque partem producta cum superficie sphaerae concurrit in punctis Α, Γ, puncta Α, Γ poli sunt circuli ΕΒΖΔ (prop. VIII); itaque circulus ΑΒΓΔ circulum ΕΒΖΔ per polos secat. secabat autem eum etiam ad angulos rectos; ergo circulus ΑΒΓΔ circulum ΕΒΖΔ ad angulos rectos et per polos secat.

ιε'.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ διὰ τῶν πόλων τέμνῃ, δίχα τε αὐτὸν καὶ πρὸς ὀρθὰς τεμεῖ.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΕΒΖΔ τεμνέτω διὰ τῶν πόλων. λέγω, ὅτι δίχα τε αὐτὸν καὶ πρὸς ὀρθὰς τεμεῖ.

ἔστωσαν γὰρ οἱ πόλοι τοῦ ΕΒΖΔ κύκλου τὰ Α, Γ σημεῖα· φανερὸν δή, ὅτι ἐπὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου εἰσί· διὰ γὰρ τῶν πόλων τέμνει ὁ ΑΒΓΔ κύκλος τὸν ΕΒΖΔ κύκλον· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΓ.

καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἐστὶν ὁ ΕΒΖΔ, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτοῦ εὐθεῖα ἦκται ἡ ΑΓ, ἐὰν δὲ ᾖ ἐν σφαίρᾳ κύκλος, ἡ διὰ τῶν πόλων αὐτοῦ ἀγομένη εὐθεῖα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν κύκλον καὶ διὰ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τε καὶ τῆς σφαίρας ἐλεύσεται, ἡ ΑΓ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΕΒΖΔ κύκλον· καὶ πάντα ἄρα τὰ διὰ τῆς ΑΓ ἐπίπεδα ὀρθά ἐστι πρὸς ΕΒΖΔ. ἓν δὲ τῶν διὰ τῆς ΑΓ ἐπιπέδων ἐστὶν ὁ ΑΒΓΔ κύκλος· ὁ ΑΒΓΔ ἄρα κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΕΒΖΔ κύκλον· ὁ ΑΒΓΔ ἄρα κύκλος τὸν ΕΒΖΔ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. καὶ δίχα δὲ αὐτὸν τεμεῖ· ὁ ΑΒΓΔ ἄρα κύκλος τὸν ΕΒΖΔ κύκλον δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει.

ις'.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος, ἡ ἐκ τοῦ πόλου αὐτοῦ ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ. λέγω, ὅτι ἡ ἐκ τοῦ πόλου αὐτοῦ ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου.

ἤχθωσαν γὰρ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΓ, ΒΔ, καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ τοῦ Ε σημείου τῷ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΖ καὶ συμβαλλέτω τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κατὰ τὸ Ζ σημεῖον· τὸ Ζ ἄρα σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ

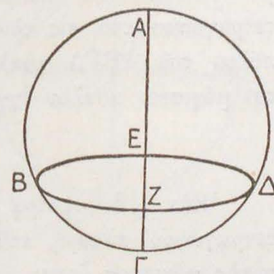
1 ιε'] bis B (mg. int. et ext.). 2 post κύκλος del. ὁ ΑΒΓΔ κύκλον τινὰ τὸν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΕΒΖΔ C. τῶν] corr. ex τὸν C^2. 3 τε] om. D. τεμεῖ] AD, τέμνει BCEFA^2. 4 ἐν] (pr.) corr. ex ἐὰν C^2. τῶν] DEA^2C^2, τὸν ABCF. 6 ὀρ | E. τεμεῖ] AD, τέμ.ῃ BC, τέμῃ (-ῃ e corr.) F, τέμνει EA^2. 7 ἔστω C, corr. C^2. 8 δή] supra scr. B. 9 καὶ] om. E. 11 εὐθεῖα—αὐτοῦ (12)] om. F. In F fig. prop. 14 repetitur post lin. 3, nostram habet l. 22 post τὸν; in BF arcus ΒΖΔ om., Z supra Γ colloc.; item C^1 add. ις, Γ renouat., sed C^2 nostram addidit; in E litt. Z, Γ om., arcus ΒΔ extra ambitum circuli ei parallelus. 13 τε] supra scr. F. ΑΓ] ᾱ B, A seq. spat. 1 litt. F, om. C. ἄρα] ̈ et mg. ̈ αγ C^2. 14 τὰ] e corr. A. ὀρθή E. 15 ἐστιν A, comp. C. πρὸς] ABCDF, πρὸς τὸν EA^2C^2. 16 ἄρα] om. E. ὀρθός—κύκλος (17)] om. B, mg. C^2 (·b.). ἐστιν A, comp. C^2. κύκλον] κύκλ° C^2. 17 ΕΒΖΔ] post -B- | ras. 1 litt. B. τέμνει] om. E. 18 τεμεῖ] mut. in ἔτεμνεν A^2. Post κύκλον ins. διὰ τῶν πόλων τέμνων mg. A^2. Post τε supra add. αὐτὸν A^2. 20 ις' etiam mg. int. B^2. 24 τοῦ (alt.)] corr. ex τῶν A^2. μέγιστον] mut. in ΑΒΓΔ A^2. 26 τοῦ] διὰ τοῦ E. 27 ἀλλήλας B. ΑΓ, ΒΔ] corr. ex ΑΒ, ΓΔ A^2.

XV.

Si in sphaera circulus maximus circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, per polos secat, et in duas partes aequales et ad rectos angulos eum secabit.

in sphaera enim circulus maximus ΑΒΓΔ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΕΒΖΔ per polos secet. dico, eum et in duas partes aequales et ad rectos angulos secaturum esse.

poli enim circuli ΕΒΖΔ sint puncta Α, Γ; manifestum igitur, ea in circulo ΑΒΓΔ posita esse — nam circulus ΑΒΓΔ circulum ΕΒΖΔ per polos secat —; et iungatur ΑΓ.



et quoniam in sphaera est circulus ΕΒΖΔ, per polos autem eius recta ducta est ΑΓ, et, si in sphaera circulus est, recta per polos eius ducta ad circulum perpendicularis est et per centrum eius sphaeraeque ueniet (prop. X), ΑΓ ad circulum ΕΒΖΔ perpendicularis est; quare etiam omnia plana per ΑΓ ducta ad ΕΒΖΔ perpendicularia sunt (Eucl. XI 18). ex planis autem per ΑΓ ductis est circulus ΑΒΓΔ; itaque circulus ΑΒΓΔ ad circulum ΕΒΖΔ perpendicularis est; circulus igitur ΑΒΓΔ circulum ΕΒΖΔ ad rectos angulos secat. uerum etiam in duas partes aequales eum secabit (prop. XIII); ergo circulus ΑΒΓΔ circulum ΕΒΖΔ et in duas partes aequales et ad rectos angulos secat.

XVI.

Si in sphaera circulus maximus est, recta a polo eius ducta aequalis est lateri quadrati in circulo maximo inscripti.

sit in sphaera circulus maximus ΑΒΓΔ. dico, rectam a polo eius ductam aequalem esse lateri quadrati in circulum maximum inscripti.

ducantur enim duae circuli ΑΒΓΔ diametri inter se perpendiculares ΑΓ, ΒΔ, et a puncto Ε ad planum circuli ΑΒΓΔ perpendicularis erigatur ΕΖ et cum superficie sphaerae in puncto Ζ concurrat — punctum Ζ igitur polus est circuli ΑΒΓΔ (deff.

κύκλου· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΖΑ· ἡ ΒΑ ἄρα τετραγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐγγραφομένου, ἡ δὲ ΖΑ ἐκ τοῦ πόλου ἐστί. λέγω, ὅτι ἡ ΖΑ τῇ ΑΒ ἐστιν ἴση.

ἐπεὶ γὰρ ἡ ΖΕ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΒΓΔ, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας· ἡ ΖΕ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς ἑκάστην τῶν ΑΕ, ΒΕ, ΓΕ, ΔΕ. καὶ ἐπεὶ τὸ Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΖ. κοινὴ δὲ ἡ ΕΑ· δύο δὴ αἱ ΒΕ, ΕΑ δύο ταῖς ΑΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΕΑ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΑΕΖ ἴση ἐστί· βάσις ἄρα ἡ ΒΑ βάσει τῇ ΑΖ ἐστιν ἴση. καὶ ἡ μὲν ΑΖ ἐκ τοῦ πόλου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ἡ δὲ ΒΑ πλευρὰ τοῦ τετραγώνου τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου· ἡ ἄρα ἐκ τοῦ πόλου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου.

ιζʹ.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ κύκλος, ἡ δὲ ἐκ τοῦ πόλου αὐτοῦ ἴση ᾖ τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου, καὶ αὐτὸς μέγιστος ἔσται.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓ, πόλος δὲ αὐτοῦ τὸ Δ σημεῖον, ἡ δὲ ἐκ τοῦ πόλου αὐτοῦ ἡ ΔΓ ἴση ἔστω τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου. λέγω, ὅτι ὁ ΑΒΓ μέγιστός ἐστιν.

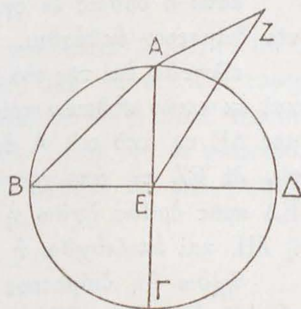
ἐκβεβλήσθω γὰρ διὰ τῆς ΔΓ καὶ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπίπεδον· τομὴν δή τινα ποιήσει μέγιστον κύκλον ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας. ποιείτω τὸν ΒΔΓΕ, καὶ ἔστω αὐτῶν κοινὴ τομὴ ἡ ΒΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ.

ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΓ τῇ ΔΒ· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΔΓ, ΔΒ ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου· ἡμικυκλίου ἄρα ἐστὶ περιφέρεια ἡ ΒΔΓ· διάμετρος ἄρα ἡ ΒΓ τοῦ ΔΕ κύκλου. καὶ ἐπεὶ τὸ Δ σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ὁ ΔΒΕΓ ἄρα κύκλος τὸν ΑΒΓ κύκλον διὰ τῶν πόλων τέμνει. ἐπεὶ οὖν ἐν

1 ἐπεζεύχθω **E**. αἱ] ἡ **E**. 3 ΑΒ] ΑΒ ἴση **C**. ἴση] eras. **C**. 4 post ΑΒΓΔ supra scr. ⊙̂ **A**². 7 ἐστὶν **A**. 8 ΕΑ (pr.)] ΑΕ **B**. ΕΑ (alt.)] **E**, ΕΖ **ABCDF**. δύο (alt.)] mut. in δυσὶ **A**², δυσὶ renouat. **C**. 9 εἰσὶ **F**. ἑκατέρᾳ] mg. **C**² (·/·), ἑκατέρας **E**. 10 ἐστίν **AF**, comp. **C**. Fig. post ᾖ l. 16 coll. **F**, recta ΕΖ postea add. καὶ] mut. in καί ἐστιν **A**². 11 κύκλου] om. **C**. 13 ΑΒΓΔ] Α- renouat. **C**². ἐστὶν **A**, comp. **C**. 15 ιζʹ] mg. ext. postea add. **B**. 16 τῇ] seq. ras. **A**. τοῦ—τοῦ (17)] in ras. **A**. 24 ΒΔΓΕ] -Γ- in ras. **B**. 26 τῇ—τοῦ (alt. 29)] in ras. **E**. 28 ἐστὶν **A**, comp. **C**. περιφερείᾳ **E**. ΒΔΓ] ΒΓ **E**. ἄρα] **ABCDF**, ἄρα ἐστὶν **EA**². 29 ἐπεὶ] corr. ex ἐπὶ **B**(?) **A**². ΔΒΕΓ] corr. ex ΔΒΑΓ **C**, ΔΒΓΕ **E**. 30 Post τέμνει del. δίχα τε αὐτὸν καὶ πρὸς ὀρθὰς τεμεῖ **C**.

3—4) —, et iungantur ΒΑ, ΖΑ; ΒΑ igitur latus est quadrati in circulum ΑΒΓΔ inscripti, ΖΑ autem a polo ducta. dico, esse ΖΑ = ΑΒ.

quoniam enim ΖΕ ad ΑΒΓΔ perpendicularis est, etiam ad omnes rectas eam tangentes et in plano circuli ΑΒΓΔ positas rectos angulos efficiet (Eucl. XI 18); ΖΕ igitur ad singulas rectas ΑΕ, ΒΕ, ΓΕ, ΔΕ perpendicularis est. et quoniam punctum Ε centrum est sphaerae (prop. VI), erit ΒΕ = ΕΖ. communis autem ΕΑ; duae igitur ΒΕ, ΕΑ duabus ΑΕ, ΕΖ aequales sunt altera alteri. et rectus angulus ΒΕΑ recto angulo ΑΕΖ aequalis est; itaque basis ΒΑ basi ΑΖ aequalis est (Eucl. I 4). et ΑΖ a polo circuli ΑΒΓΔ ducta est, ΒΑ autem latus quadrati in circulo maximo inscripti; ergo recta a polo circuli ΑΒΓΔ ducta lateri quadrati in circulo maximo inscripti aequalis est.



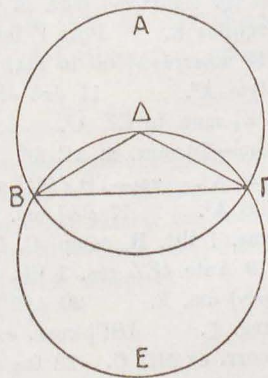
XVII.

Si in sphaera circulus est, et recta a polo eius ducta lateri quadrati in circulo maximo inscripti aequalis est, ipse quoque maximus est.

sit in sphaera circulus ΑΒΓ, polus autem eius punctum Δ, et recta a polo eius ducta ΔΓ lateri quadrati in circulo maximo inscripti aequalis sit. dico, circulum ΑΒΓ maximum esse.

ducatur enim per ΔΓ et centrum sphaerae planum; sectionem igitur in superficie sphaerae efficiet circulum maximum (prop. VI). efficiat ΒΔΓΕ, communis autem eorum sectio sit ΒΓ, et iungatur ΔΒ.

itaque ΔΓ = ΔΒ (def. 5); quare utraque recta ΔΓ, ΔΒ lateri quadrati in circulo maximo inscripti aequalis est; ΒΔΓ igitur arcus semicirculi est; itaque ΒΓ diametrus est circuli ΔΕ. et quoniam punctum Δ polus est circuli ΑΒΓ, circulus ΔΒΕΓ circulum ΑΒΓ per polos secat (deff. 3—4). quoniam igitur in sphaera circulus maximus ΔΕ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΑΒΓ per polos secat, et in duas partes aequales et ad rectos angulos eum secabit (prop. XV). et com-



σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΔΕ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΑΒΓ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν καὶ πρὸς ὀρθὰς τεμεῖ. καί ἐστι κοινὴ τομὴ αὐτῶν ἡ ΒΓ· ἡ ΒΓ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ἔστι δὲ καὶ τῆς σφαίρας· μέγιστος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΒΓ κύκλος.

ιη'.

Τοῦ δοθέντος ἐν σφαίρᾳ κύκλου τὴν διάμετρον ἐκθέσθαι.

ἔστω ὁ δοθεὶς ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓ· δεῖ δὴ τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὴν διάμετρον ἐκθέσθαι.

εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Β, Γ, καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν τρίγωνον συνεστάτω τὸ ΔΕΖ, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΔΕ τῇ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β, τὴν δὲ ΔΖ τῇ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Γ, τὴν δὲ ΕΖ τῇ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ Ε σημείου τῇ ΕΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΕΗ, ἀπὸ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΔΖ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΗ.

ἤχθω δὴ διάμετρος τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἡ ΑΘ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ, ΓΘ.

ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΑΒ, ΒΓ δύο ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ βάσις ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστί, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση ἐστίν. ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΑΘΓ ἴση ἐστίν, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΕΖ τῇ ὑπὸ ΔΗΖ ἴση ἐστί· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΘΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΗΖ ἐστιν ἴση. ἀλλὰ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΑΓΘ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΗ ἴση ἐστί, καί ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΔΖ ἴση· καὶ ἡ ΑΘ ἄρα τῇ ΔΗ ἴση ἐστί. καί ἐστιν ἡ ΑΘ διάμετρος τοῦ κύκλου· ἡ ΔΗ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου.

1 τῶν] corr. ex τὸν C. 2 τέμνει] om. D. καὶ] τεμεῖ καὶ B. τεμεῖ] mut. in τέμνει A², om. B. ἐστιν AB. 4 δὲ] δὴ AD, corr. A². τῆς σφαίρας] τοῦ ΔΕ E. ΒΓ E. In fig. rectam ΒΓ iterum superius add. C. fig. post l. 6 coll. F. 6 τὴν διάμετρον] mut. in τῇ διαμέτρῳ ἴσην A². 8 τὴν διάμετρον] mut. in τῇ διαμέτρῳ ἴσην A². 9 τῆς] -ῆ- e corr. D. σημεῖον E. Post Γ ins. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ mg. A² (κείμενον). 10 συνεστάτω] -ά- in ras. F. ΔΖΕ C. ὥστε] del. A². εἶναι] mut. in ἔχον A². 11 ἀπὸ—Β] mut. in ΑΒ A². Α (pr.)] seq. lac. 1 litt. F. ΔΖ] mut. in ΕΖ A². ἀπὸ—Γ] mut. in ΒΓ A². 12 ΕΖ] mut. in ΖΑ A². ἀπὸ—Γ] mut. in ΑΓ A². 13 ἡ ΕΗ—ἤχθω] om. E. 15 δὴ] mut. in δὲ καὶ A². καὶ—ΓΘ (16)] mut. in λέγω ὅτι ἡ ΔΗ ἴση ἐστὶ τῇ ΑΘ ἐπεζεύχθω δὴ ἡ ΓΘ A². 17 οὖν] om. E. δύο (alt.)] mut. in δυσὶ A². 18 ἐστί] seq. ras. 1 litt. B, comp. C, ἐστίν A. 19 Ante ΔΕΖ ras. 1 litt. F. γωνία—ἐστίν (19)] bis C, alt. loc. del. C². ἀλλὰ E. μὲν] om. E. ἐστί C pr. loc., alt. loc. comp. 20 ΑΘΓ] corr. ex ΑΘ A². ἴση ἐστί] ἴση ἐστίν A, del. A², mg. ☾. ΑΘΓ] corr. ex ΑΘ A². 21 ἀλλὰ] mut. in ἔστι δὲ A². ΔΖΗ] corr. ex ΔΗΖ C. 22 ἴση ἐστί (pr.)] seq. ras. 1 litt. E, ἴση ἐστίν A, del. A², ἐστιν ἴση C. καί ἐστιν—καὶ ἡ] del. A², mg. (κείμενον) δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΘΓ, ΔΗΖ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΓΘ, ΓΘΑ ταῖς δυσὶ γωνίαις ταῖς ὑπὸ ΔΖΗ, ΖΗΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν τὴν ΑΓ τῇ ΔΖ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ A² cum fig. simili. ΑΓ—ἐστιν ἡ (23)] om. F. ἡ ΑΘ] corr. ex ΔΘ A². ἐστί] ἐστίν AD. 23 ἐστὶν A, comp. C.

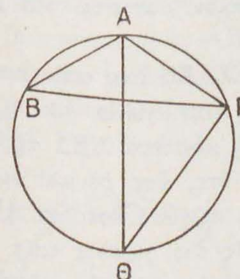
munis eorum sectio est ΒΓ; itaque ΒΓ diametrus est circuli ΑΒΓ. uerum etiam sphaerae est diametrus; ergo circulus ΑΒΓ maximus est.

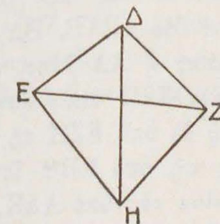
XVIII.

Dati in sphaera circuli diametrum ponere.

sit datus in sphaera circulus ΑΒΓ; oportet igitur diametrum circuli ΑΒΓ ponere.

in ambitu circuli puncta quaelibet sumantur Α, Β, Γ, et ex tribus rectis triangulus ΔΕΖ construatur, ita ut sit ΔΕ rectae ab Α ad Β ductae aequalis, ΔΖ autem rectae ab Α ad Γ ductae, ΕΖ autem rectae a Β ad Γ ductae (Eucl. I 22), et a puncto Ε ad ΕΔ perpendicularis ducatur ΕΗ, a Ζ autem ad ΔΖ perpendicularis ducatur ΖΗ, et iungatur ΔΗ.





iam ducatur circuli ΑΒΓ diametrus ΑΘ, et iungantur ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ, ΓΘ.

quoniam igitur duae ΑΒ, ΒΓ duabus ΔΕ, ΕΖ aequales sunt singulae singulis, et basis ΑΓ basi ΔΖ aequalis est, erit ∠ΑΒΓ = ∠ΔΕΖ (Eucl. I 8). uerum ∠ΑΒΓ = ∠ΑΘΓ (Eucl. III 21) et ∠ΔΕΖ = ∠ΔΗΖ (Eucl. III 31, 21); quare etiam ∠ΑΘΓ = ∠ΔΗΖ. uerum etiam angulus ΑΓΘ rectus (Eucl. III 31) angulo ΔΖΗ recto aequalis est, et ΑΓ = ΔΖ; quare etiam ΑΘ = ΔΗ (Eucl. I 26). et ΑΘ diametrus est circuli; ergo ΔΗ diametro circuli aequalis est.

ιθ'.

Τῆς δοθείσης σφαίρας τὴν διάμετρον ἐκθέσθαι.

νενοήσθω γὰρ ἡ σφαῖρα, ἧς δεῖ τὴν διάμετρον ἐκθέσθαι, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Β, καὶ πόλῳ μὲν τῷ Α, διαστήματι δὲ τῷ ΑΒ, κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΓΔ· δυνατὸν ἄρα ἐστὶ τοῦ ΒΓΔ κύκλου τὴν διάμετρον ἐκθέσθαι. ἐκ τριῶν οὖν εὐθειῶν, αἵ εἰσι δύο μὲν ταῖς ἐκ τοῦ πόλου τοῦ ΒΓΔ ἴσαι, μία δὲ τῇ διαμέτρῳ, τρίγωνον συνεστάτω τὸ ΕΖΗ, ὥστε ἴσην εἶναι ἑκατέραν μὲν τῶν ΖΕ, ΖΗ ἑκατέρᾳ τῇ ἐκ τοῦ πόλου τοῦ Α, τὴν δὲ ΖΗ τῇ διαμέτρῳ, καὶ ἤχθωσαν διὰ τῶν Ζ, Η ταῖς ΖΕ, ΕΗ εὐθείαις πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαι γραμμαὶ αἱ ΖΘ, ΗΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΘ. λέγω, ὅτι ἡ ΕΘ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας.

νενοήσθω γὰρ ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας ἡ ΑΚ καὶ διὰ τῆς ΑΚ ἐπίπεδον· τομὴν δὴ ποιήσει μέγιστον κύκλον. ποιείτω νὸν ΑΔΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΑΒ, ΒΔ, ΔΚ.

καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΑΒ, ΒΔ δύο ταῖς ΕΖ, ΖΗ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ βάσις ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΕΗ ἴση ἐστί, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΖΗ ἐστιν ἴση. ἀλλὰ ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΚΔ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΕΖΗ τῇ ὑπὸ ΕΘΗ ἴση, ἔστι δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΑΔΚ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΕΗΘ ἴση· δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΚΔ, ΕΘΗ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΔΚ, ΔΚΑ ταῖς δύο γωνίαις ταῖς ὑπὸ ΕΗΘ, ΗΘΕ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν τὴν ΑΔ τῇ ΕΗ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΚ τῇ ΕΘ. καί ἐστιν ἡ ΑΚ ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας· ἡ ΕΘ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας.

---

2 τὴν διάμετρον] mut. in τῇ διαμέτρῳ ἴσην **A**². 3 νενοήσθω] -ή- e corr. **D**. Post σφαῖρα fig. prop. 18 coll. **F** spat. 4 lin. rel.; in **B** postea ins. ·6. ζῆτ spat. ½ + ½ lin. rel., in quo σχόλ. τὴν διάμετρον] mut. in τῇ διαμέτρῳ ἴσην **A**². 5 πόλῳ] post. ras. 1 litt. **A**; -λ- in ras. **D**, in ras. 2 litt. **A**². τῷ (alt.)] in ras. **B**. 6 ἐστὶν **A**. ΒΓΔ] ΑΒΓ **A**. κύκλου] om. **B**. τὴν διάμετρον] mut. in τῇ διαμέτρῳ ἴσην **A**². ἐκθέσθαι] -θέ- in ras. **B**; seq. ἴσην εὑρεῖν **B**, supra scr. **C**². 7 εἰσιν **A**. ταῖς] τῆς **BC**. 10 εὐθείαις] corr. ex εὐθεῖαι **A**²**C**²**D**². 13 ΑΚ (pr.)] -Κ in ras. **E**. 14 ἐπίπεδον] ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω **E**. ΑΔΒ] -Δ- e corr. **A**, ΑΒΔ **E**. 19 ΕΘΗ] ΕΗΘ **C**. ἴση (alt.)] **E**, ἴση ἐδείχθη (mut. in ὡς **A**²) ἐν τῷ πρὸ αὐτοῦ (δέδεικται add. **A**²) **ABCDF**. ἔστιν **A**. 20 ἴση] seq. ras. 1 litt. **C**. ΑΚ, ΔΕ, ΘΗ **CD**. 21 δύο (alt.)] mut. in δυσὶ **A**². ΕΗΘ] ΕΘΗ **E**. 23 ἔχοντα] del. **A**². τὴν] corr. ex τῷ **A**². 24 ἴσαις **F**. ἑκατέραν] om. **B**. 25 ἐστὶν] om. **D**. ἡ (sec.)] **DEA**² et in renou. **C**, om. **ABF**. ἡ (tert.)] del. **A**². 26 ἐστὶν **A**, comp. **CD**.

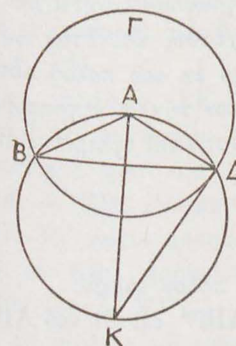
XIX.

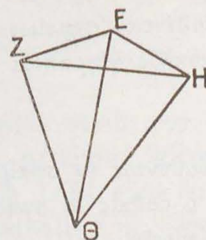
Datae sphaerae diametrum ponere.

fingatur enim sphaera, cuius diametrum ponere oportet, et in superficie sphaerae sumantur duo quaelibet puncta A, B, et polo A, radio autem AB, circulus describatur BΓΔ; fieri igitur potest, ut ponatur diametrus circuli BΓΔ (prop. XVIII). ex tribus igitur rectis, quarum duae rectis a polo circuli BΓΔ aequales sint, una autem diametro, triangulus construatur EZH, ita ut utraque recta ZE, EH utrique rectae a polo A ductae aequalis sit, ZH autem diametro (Eucl. I 22), et ducantur per Z, H ad rectas ZE, EH perpendiculares rectae lineae ZΘ, HΘ, et iungatur EΘ. dico, EΘ aequalem esse diametro sphaerae.

fingatur enim diametrus sphaerae AK et per AK planum; sectionem igitur efficiet circulum maximum (prop. VI). efficiat AΔB, et iungantur AΔ, AB, BΔ, ΔK.

et quoniam duae AB, BΔ duabus EZ, ZH aequales sunt singulae singulis, et basis AΔ basi EH aequalis est, erit ∠ABΔ = ∠EZH (Eucl. I 8). uerum ∠ABΔ = ∠AKΔ (Eucl. III 21) et ∠EZH





= ∠EΘH (Eucl. III 31, 21)[1], et etiam rectus angulus AΔK recto angulo EHΘ aequalis est; duo igitur trianguli sunt AKΔ, EΘH duos angulos AΔK, ΔKA duobus angulis EHΘ, HΘE aequales habentes singulos singulis et unum latus uni lateri aequale, quae sub uno angulorum aequalium subtendunt, AΔ = EH; quare etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt singula singulis (Eucl. I 26); itaque AK = AΘ. et AK diametrus est sphaerae; ergo EΘ diametro sphaerae aequalis est.

---

1) Itaque ∠AKΔ = ∠EΘH.

κ'.

Διὰ δύο δοθέντων σημείων, ἅ ἐστιν ἐπὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας, μέγιστον κύκλον γράψαι.

ἔστω τὰ δοθέντα δύο σημεῖα τὰ A, B, ἅ ἐστιν ἐπὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας· δεῖ δὴ διὰ τῶν A, B σημείων μέγιστον κύκλον γράψαι.

εἰ μὲν οὖν τὰ A, B κατὰ διάμετρόν ἐστι τῆς σφαίρας, φανερόν, ὅτι μέγιστοι κύκλοι ἄπειροι διὰ τῶν A, B σημείων γραφήσονται.

μὴ ἔστω δὴ τὰ A, B σημεῖα κατὰ διάμετρον τῆς σφαίρας, καὶ πόλῳ μὲν τῷ A, διαστήματι δὲ τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου, κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΔΕ· μέγιστος ἄρα ἐστὶν ὁ ΓΔΕ· ἡ γὰρ ἐκ τοῦ πόλου αὐτοῦ ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου. πάλιν πόλῳ τῷ B, διαστήματι δὲ τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου, κύκλος γεγράφθω ὁ ZEH· μέγιστος ἄρα ἐστὶν ὁ ZEH κύκλος· ἡ γὰρ ἐκ τοῦ πόλου αὐτοῦ ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ ἐγγραφομένου εἰς τὸν μέγιστον κύκλον. καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τοῦ E σημείου ἐπὶ τὰ A, B εὐθεῖαι αἱ EA, EB.

ἑκατέρα ἄρα τῶν AE, EB ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον· ἴση ἄρα ἡ EA τῇ EB ἐστιν· ὁ ἄρα πόλῳ μὲν τῷ E, διαστήματι δὲ τῷ EB, κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ A διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν EA τῇ EB. ἐρχέσθω καὶ ἔστω ὡς ὁ BAΘ· μέγιστος ἄρα ἐστὶν ὁ ABΘ κύκλος· ἡ γὰρ ἐκ τοῦ πόλου αὐτοῦ ἴση τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου. διὰ ἄρα δύο δοθέντων σημείων τῶν A, B, ἅ ἐστιν ἐπὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας, μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ABΘ.

κα'.

Τοῦ δοθέντος ἐν σφαίρᾳ κύκλου τὸν πόλον εὑρεῖν.

ἔστω ὁ δοθεὶς ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ABΓ· δεῖ δὴ τοῦ ABΓ κύκλου τὸν πόλον εὑρεῖν.

1 κ'] e corr. **F**. 3 post γράψαι fig. prop. 19 coll. **F**. 4 ἔστω] καὶ ἔστω **E**. ἐστιν ἐπὶ] ἐστι **B**. 6 ante εἰ del. ἔστω τὰ δο in scrib. **D**. τὰ] **E**, τὸ **ABCDF**. 8 ἔστω] ἔστ- e corr. in scrib. **E**. κατὰ] κατὰ τὰ **A**. 10 κύκλος] corr. ex κύκλου? **A**[2], κύκλ° **F**. 11 ἐστὶ] ἐστὶν **A**, comp. **C**. 12 ἐγγραφομένῳ **A**, corr. **A**[2]. πόλῳ] corr. ex πόλου **C**. 13 τὸν] supra scr. **E**. 15 τοῦ (alt.)] om. **E**. 16 ἐγγραφομένου] **EC**[2], γραφομένου **ABCDF**. εἰς τὸν] mg. **C**[2] (ï). 17 EA] AE **E**. 18 AE] **ACDEF**, EA **BA**[2]. ἐστὶν **A**, comp. **C**. 19 post κύκλον add. ἐγγραφομένου **A**[2], mg. **C**[2] (·/·). πόλος **E**. 20 τῷ (alt.)] corr. ex τὸ **B**. EB] B **AD**, corr. **A**[2]. 21 EA] AE **E**. ὡς ὁ] mut. in ὁ **C**[2]. BAΘ] ABΘ, post B ras. 1 litt., A e corr., **C**[2]; B- corr. ex A **F**. 22 ABΘ] corr. ex AB **C**[2], mut. in BAΘ **A**[2]. post ἴση supra add. /ὑ **A**[2]. 23 τοῦ (pr.)] om. **B**. τοῦ (alt)] om. **D**. τὸν] supra scr. **E**. διὰ] **ACDEF**, διὰ δύο **BA**[2]. 24 δύο] om. **B**, del. **A**[2]. σημείων δοθέντων **B**. Ad fig. τοῦ κα **C**; Γ et H om. **E**; fig. post lin. 28 coll. **F**.

XX.

Per duo puncta data, quae in superficie sphaerica posita sunt, circulum maximum describere.

sint duo puncta data A, B, quae in superficie sphaerica posita sint; oportet igitur per puncta A, B circulum maximum describere.

iam, si A, B in diametro sunt sphaerae, manifestum est, per puncta A, B infinitos circulos maximos describi posse.

ne sint igitur puncta A, B in diametro sphaerae, et polo A, radio autem latere quadrati in circulo maximo inscripti, circulus describatur ΓΔE; maximus igitur est ΓΔE (prop. XVII); nam recta a polo eius ducta lateri quadrati in circulo maximo inscripti aequalis est. rursus polo B, radio autem latere quadrati in circulo maximo inscripti, circulus describatur ZEH; maximus igitur est circulus ZEH (prop. XVII); nam recta a polo eius ducta lateri quadrati in circulo maximo inscripti aequalis est. et iungantur a puncto E ad A, B rectae EA, EB.

itaque utraque AE, EB lateri quadrati in circulo maximo inscripti aequalis est; quare EA = EB; itaque circulus polo E, radio autem EB, descriptus etiam per A ueniet, quia EA = EB. ueniat et sit BAΘ; maximus igitur est circulus ABΘ (prop. XVII); nam recta a polo eius ducta lateri quadrati in circulo maximo inscripti aequalis est. ergo per duo puncta A, B, quae in superficie sphaerica sunt, circulus maximus descriptus est ABΘ.

XXI.

Dati in sphaera circuli polum inuenire.

sit datus in sphaera circulus ABΓ; oportet igitur circuli ABΓ polum inuenire.

εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ τυχόν τι σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἀπειλήφθωσαν δύο ἴσαι περιφέρειαι αἱ ΔΑ, ΑΕ, ἡ δὲ λοιπὴ ἡ ΔΕ δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ Ζ σημεῖον.

ὁ δὴ ΑΒΓ κύκλος ἤτοι μέγιστός ἐστιν ἢ οὔ.

ἔστω πρότερον μὴ μέγιστος, καὶ διὰ δύο δοθέντων σημείων τῶν Ζ, Α, ἅ ἐστιν ἐπὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας, μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ΖΑΘ.

καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ περιφέρεια τῇ ΑΕ περιφερείᾳ, ἔστι δὲ καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΖΕ ἴση, ὅλη ἄρα ἡ ΑΔΖ ὅλῃ τῇ ΑΕΖ ἴση ἐστίν· ὁ ΖΑΘ ἄρα κύκλος τὸν ΑΒΓ κύκλον δίχα τέμνει. ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΖΘ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ μὴ μέγιστον ὄντα δίχα τέμνει, πρὸς ὀρθάς τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ διὰ τῶν πόλων· ὁ ΖΘΑ ἄρα τὸν ΑΒΓ πρὸς ὀρθάς τε καὶ διὰ τῶν πόλων τέμνει. τετμήσθω ἡ ΖΑ δίχα κατὰ τὸ Η σημεῖον· τὸ Η ἄρα σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου.

ἀλλὰ δὴ πάλιν ὁ ΑΒΓ κύκλος μέγιστος ἔστω. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔΖ περιφέρεια τῇ ΑΕΖ περιφερείᾳ. καὶ τετμήσθω ἡ ΑΖ περιφέρεια δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΓ, ΓΖ περιφερειῶν τεταρτημορίου ἐστίν· ὁ ἄρα πόλῳ μὲν τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῷ ΓΖ, κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Α σημείου, ἐπείπερ τὸ Α τῷ Ζ κατὰ διάμετρόν ἐστιν. ἐρχέσθω καὶ ἔστω ὡς ὁ ΖΑΘ· ὁ ἄρα ΖΑΘ κύκλος μέγιστός ἐστιν· ἡ γὰρ ἐκ τοῦ πόλου αὐτοῦ ἴση τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου. καὶ ἐπεὶ τὸ Γ σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΖΑΘ κύκλου, ὁ ΑΒΓ ἄρα κύκλος τὸν ΖΑΘ κύκλον διὰ τῶν πόλων τέμνει. ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΖΑΘ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· ὁ ΑΒΓ ἄρα κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΖΑΘ κύκλον· καὶ ὁ ΖΑΘ κύκλος ἄρα ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον. ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΖΑΘ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΑΒΓ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τέμνει καὶ διὰ τῶν πόλων· ὁ ΖΑΘ ἄρα κύκλος τὸν ΑΒΓ

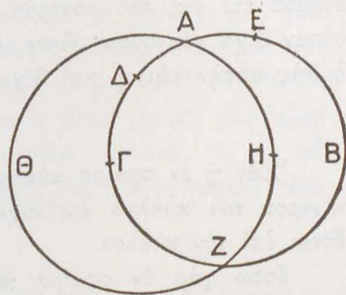
1 τυχόν τι] **C²**, τυχον^τι^ **F**, τυχόντι **ABCD**, τυχὸν **EA²**. 4 δὴ] δὲ **AD**, corr. **A²**. 8 τῇ—ΔΖ (9)] e corr. **A**. 9 καὶ] repet. **A²**. ΔΖ] -Ζ e corr. **D**, Δ- corr. ex Α? **A²**. 11 τῶν] τὸν **BC**, corr. **C²**. 12 τε] supra scr. **F**. τεμεῖ] mut. in τέμνει **A²**. 13 τέμει **E**. τετμήσθω] -ή- in ras. **A**. 17 ἴση] om. **B**. καὶ τετμήσθω] **ABCDF**, τετμήσθω **E**, τετμήσθω δὴ **A²**. 18 ΑΖ] **ADE**, ΑΓΖ **BCF**. 21 ἐπείπερ] καὶ ἐπείπερ **E**. ὡς] supra scr. **A²**. 22 ΖΑΘ (pr.)] -Α- corr. ex 2 litt. **C**. 23 post πλευρᾷ ins. /ῶ **A²**. 24 ἄρα] post ras. 2 litt. **E**. κύκλος ἄρα **B**. 25 τέμνει] seq. ras. 1 litt. **E**. 26 τῶν] τὸν **C**. 27 τῶν] om. **A**. τεμεῖ] **ABCDF**, τέμνει **EA²**. 28 ἐστι] seq. ras. 1 litt. **E**. ἄρα κύκλος **E**. 29 ἐστιν **E**, -ν eras. καὶ—πρὸς (29)] in ras. **D**. In fig. Η del., Θ renouat., Γ add., litt. **E** repet. inter Α et Η **C²**; litt. Θ, Γ permutat, Δ ad arcum ext. coll. **E**. fig. post πρὸς

sumatur enim in ambitu eius punctum quodlibet Δ, et abscindantur duo arcus aequales ΔΑ, ΑΕ, reliquus autem arcus ΔΕ in puncto Ζ in duas partes aequales secetur (Eucl. III 30).

circulus ΑΒΓ igitur aut maximus est aut non maximus.

prius ne sit maximus, et per duo puncta data Ζ, Α, quae in superficie sphaerica sunt, circulus maximus describatur ΖΑΘ (prop. XX).

et quoniam arcus ΔΑ arcui ΑΕ aequalis est, uerum etiam arcus ΔΖ arcui ΖΕ aequalis, erit etiam totus arcus ΑΔΖ toti arcui ΑΕΖ aequalis; circulus igitur ΖΑΘ circulum ΑΒΓ in duas partes aequales secat. quoniam igitur in sphaera circulus maximus ΑΖΘ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, non maximum in duas partes aequales secat, et ad rectos angulos eum secabit et per polos (prop. XIV); itaque ΖΘΑ circulum ΑΒΓ et ad rectos angulos et per polos secat. secetur ΖΑ in duas partes aequales in puncto Η (Eucl. III 30); ergo punctum Η polus est circuli ΑΒΓ (def. 5).



iam uero rursus circulus ΑΒΓ maximus sit. similiter igitur demonstrabimus, arcum ΑΔΖ arcui ΑΕΖ aequalem esse. et arcus ΑΖ in duas partes aequales secetur in puncto Γ; itaque uterque arcus ΑΓ, ΓΖ quarta pars est ambitus; circulus igitur polo Γ, radio autem ΓΖ, descriptus etiam per punctum Α ueniet, quoniam Α puncto Ζ secundum diametrum oppositum est. ueniat et sit ut ΖΑΘ; itaque circulus ΖΑΘ maximus est (prop. XVII); nam recta a polo eius ducta lateri quadrati in circulo maximo inscripti aequalis. et quoniam punctum Γ polus est circuli ΖΑΘ (def. 5), circulus ΑΒΓ circulum ΖΑΘ per polos secat. quoniam igitur in sphaera circulus maximus ΑΒΓ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΖΑΘ per polos secat, et in duas partes aequales eum secabit et ad rectos angulos (prop. XV); itaque circulus ΑΒΓ ad circulum ΖΑΘ perpendicularis est; quare etiam circulus ΖΑΘ ad circulum ΑΒΓ perpendicularis est. quoniam igitur in sphaera circulus maximus ΖΑΘ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΑΒΓ ad rectos angulos secat, et in duas partes aequales eum secat et per polos (prop. XIV); itaque cir-

p. 40, 5 coll. **F**. 30 τῶν] corr. ex τὸν **B**. 31 τέμνει] corr. ex τεμεῖ **A**. ΖΑΘ] ΖΑ **BC**.

κύκλον δίχα τε καὶ διὰ τῶν πόλων τεμεῖ. τετμήσθω ἡ ΖΑ περιφέρεια δίχα κατὰ τὸ Η σημεῖον· τὸ Η ἄρα σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου.

[κβ'.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου οὖσα εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαν δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

ἡ ἀπόδειξις ὡς ἐν τοῖς κυκλικοῖς· ἐὰν γὰρ διὰ τῆς διαμέτρου διὰ τοῦ κέντρου οὔσης τῆς σφαίρας καὶ τῆς μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσης ἐπίπεδον ἐκβληθῇ, τομὴν ποιήσουσι γραμμὴν κύκλον, καὶ ἔσται ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου οὖσα εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαν δίχα τέμνουσα· ὥστε καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ, καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

κγ'.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ κύκλος, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὸν κύκλον.

ἔστω γὰρ ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ τὸ μὲν κέντρον τῆς σφαίρας ἔστω τὸ Δ σημεῖον, τὸ δὲ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ. λέγω, ὅτι ἡ ΔΕ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον.

διήχθω γάρ τις διὰ τοῦ Ε σημείου εἰς αὐτόν, ὡς ἔτυχεν, εὐθεῖα ἡ ΑΕΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ, ΔΒ.

καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΔ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΔ δύο ταῖς ΒΕ, ΕΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΔΒ ἴση ἐστί· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΒ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΕΔ, ΒΕΔ γωνιῶν· ἡ ΔΕ ἄρα τῇ ΑΒ ἐστι πρὸς ὀρθάς. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πάσαις ταῖς διὰ τοῦ Ε ἀγομέναις εὐθείαις ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν ἡ ΔΕ εὐθεῖα· ἡ ΔΕ ἄρα εὐθεῖα καὶ τῷ τοῦ ΑΓ κύκου ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν.]

---

1 τεμεῖ] **ABCDF**, τέμνει **EA**^{2}. 2 πόλος ἐστὶ] bis **C**. 3 propp. 22—23 interpolatae sunt. κβ'] mg. ext. **B**^{2}. 4 ἐν] supra scr. **A**. τις] -ις in ras. **A**. 5 τέμνῃ] τέμῃ **EF**. 6 τέμνῃ] **E**; τέμν, supra -ν ras. 1 litt. **C**; corr. ex τέμῃ **A**^{2}, -ῃ in ras. m. 1; τέμῃ **BDF**, e corr. **C**. τεμεῖ] τέμει **E**. 7 διὰ (alt.)] **BCEFA**^{2}, om. **AD**. 9 ποιήσουσιν **A**. 10 τις] corr. ex τῆς? **A**, comp. **F**. εὐθεῖαν] εὐθεῖα **E**. 12 τέμνῃ] τέμῃ **F**. καὶ] supra scr. **E**. 13 κγ'] mg. ext. postea add. **B**. 14 $\overset{\beta}{\text{ἀπὸ}}$ $\overset{\alpha}{\text{δὲ}}$ **B**, sed β—α del. 15 ἐπιζευχθῆσα **A**, sed. corr. 17 κύκλου (?) **A**, sed corr. 18 σημεῖον (pr.)] om. **D**. 19 ἐστιν **A**, comp. **C**. 22 δύο] -ο e corr. **A**^{2}. 23 δύο] mut. in δυσὶ **A**^{2}. ΑΔ] corr. ex ΔΒ **D**. Ad fig. τοῦ $\overline{\kappa\gamma}$ **C**. 24 ΕΑΔ **B**. 25 ἐστὶν (alt.)] om. **E**. 26 ΑΒ] Α- e corr. seq. ras. 1 litt. **A**

culus ΖΑΘ circulum ΑΒΓ et in duas partes aequales et per polos secabit. secetur arcus ΖΑ in duas partes aequales in puncto Η; ergo punctum Η polus est circuli ΑΒΓ (def. 5).

[XXII.

Si in sphaera recta aliqua per centrum ducta rectam aliquam non per centrum ductam in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secabit; et si ad rectos angulos eam secat, etiam in duas partes aequales eam secabit.

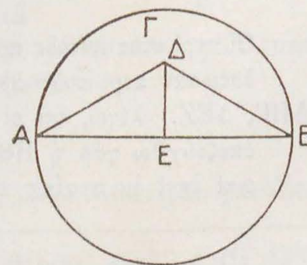
demonstrabitur ut in cyclicis (Eucl. III 3); si enim per diametrum, quae per centrum sphaerae ducitur, et rectam non per centrum ductam planum ducitur, sectionem lineam efficient circulum (prop. I), et in circulo recta aliqua erit per centrum ducta rectam aliquam non per centrum ductam in duas partes aequales secans; quare etiam ad rectos angulos eam secabit, et, si ad rectos angulos eam secat, etiam in duas partes aequales eam secabit.

XXIII.

Si in sphaera circulus est, et a centro sphaerae ad centrum circuli recta aliqua ducitur, recta ducta ad circulum perpendicularis erit (= prop. VII).

sit enim in sphaera circulus ΑΒΓ, et centrum sphaerae sit punctum Δ, circuli autem centrum punctum Ε, et iungatur ΔΕ. dico, rectam ΔΕ ad circulum ΑΒΓ perpendicularem esse.

ducatur enim per punctum Ε in eum recta aliqua ΑΕΒ, et iungantur ΔΑ, ΔΒ.



et quoniam ΑΕ = ΕΒ, communis autem ΕΔ, duae ΑΕ, ΕΔ duabus ΒΕ, ΕΔ aequales sunt singulae singulis; et basis ΑΔ basi ΔΒ aequalis est; itaque ∠ΑΕΔ angulo ΔΕΒ aequalis est (Eucl. I 8); uterque igitur angulus ΑΕΔ, ΒΕΔ rectus est (Eucl. I 13); itaque ΔΕ ad ΑΒ perpendicularis est. similiter igitur demonstrabimus, etiam ad omnes rectas per Ε in plano circuli ΑΒΓ ductas perpendicularem esse rectam ΔΕ; ergo recta ΔΕ etiam ad planum circuli ΑΓ perpendicularis est (Eucl. XI def. 3)].

---

27 ΑΒΓ] corr. ex ΑΒ **A**. 28 ἐστι Α et, ut uidetur, **D**. ΔΕ (alt.)] δὲ comp. **E**. καὶ] del. **A**^{2}. ΑΓ] mut. in ΑΒΓ, -Γ e corr., **A**^{2}. 29 ἐστι **B**. In fine τέλος τοῦ $\bar{\alpha}$ **AC**, τέλος τοῦ πρώτου **F**, spatium 1 lineae **BD**.

Β'.

Ἐν σφαίρᾳ κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, ὅταν ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων ἀμφοτέρων τῶν κύκλων ἐφάπτηται.

α'.

Ἐν σφαίρᾳ οἱ παράλληλοι κύκλοι περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους εἰσίν.

ἔστωσαν γὰρ ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ. λέγω, ὅτι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλοι περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους εἰσίν.

εἰλήφθωσαν γὰρ τοῦ ΑΒΓ κύκλου οἱ πόλοι καὶ ἔστωσαν οἱ Η, Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΘ.

καὶ ἐπεί, ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ κύκλος, ἡ διὰ τῶν πόλων αὐτοῦ ἀγομένη εὐθεῖα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν κύκλον καὶ διὰ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τε καὶ τῆς σφαίρας ἐστίν, ἡ ΗΘ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον καὶ διὰ τοῦ κέντρου αὐτοῦ τε καὶ τῆς σφαίρας ἐστίν. ἐπεὶ οὖν ἡ ΗΘ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον, καί ἐστιν ὁ ΑΒΓ κύκλος παράλληλος τῷ ΔΕΖ κύκλῳ, καὶ ἡ ΗΘ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΔΕΖ κύκλον. ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἐστὶν ὁ ΔΕΖ, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπ' αὐτὸν κάθετος ἧκται ἡ ΗΘ καὶ ἐκβέβληται ἐπ' ἀμφότερα τὰ μέρη καὶ συμπίπτει τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κατὰ τὰ Η, Θ σημεῖα, ἐὰν δὲ ᾖ ἐν σφαίρᾳ κύκλος, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπ' αὐτὸν κάθετος ἀχθῇ καὶ ἐκβληθῇ ἐπ' ἀμφότερα τὰ μέρη, ἐπὶ τοὺς πόλους πεσεῖται τοῦ κύκλου, τὰ Η, Θ ἄρα σημεῖα πόλοι εἰσὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου. εἰσὶ δὲ καὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἄρα περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους εἰσίν.

β'.

Οἱ περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους ὄντες ἐν σφαίρᾳ κύκλοι παράλληλοί εἰσιν.

ἔστωσαν περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους τοὺς Η, Θ ἐν σφαίρᾳ κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ. λέγω, ὅτι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλοι παράλληλοί εἰσιν.

ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΗΘ.

καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἐστὶν ὁ ΑΒΓ, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτοῦ

---

1 θεοδοσίου σφαιρικῶν βιβλίον $\bar{\beta}$ **E**, σφαιρικῶν $\bar{\beta}$ **ACD**, σφαιρικῶν δεύτερον **BF**, βιβλίον δεύτερον mg. postea add. **B**. Supra lin. 2 ὅρος **A**, mg. **E**. 2 $\bar{\alpha}$ **F**, mg. **E**. 3 τῷ κύκλῳ **E**. 4 α'] om. **BDE**. 5 περὶ τοὺς αὐτοὺς] in ras. **E**. 7 οἱ] corr. ex ὁ **C**. τοῦ αὐτοῦ πόλου **A**, corr. **A**^{2}. 9 Supra ἐπεζεύχθω ras. **E**. ἡ ΗΘ] in ras. **E**. 11 τὸν] add. **A**^{2}**C**^{2}. 12 ἡ ΗΘ—ἐστίν (13)] om. **D**. ἐστι] ἐστιν **A**. ΑΒΓ κύκλον] κύκλον τὸν ΑΒΓ **E**. 15 ἐστιν **A**. τὸν] om. **E**. 16 κύκλου **C**, corr. **C**^{2}. 21 ΔΕΖ] ΕΖ **B**. 22 εἰσὶν **A**. ΔΕΖ] -Ε- in ras. **C**. Post ἄρα supra

Liber II.

In sphaera circuli inter se contingere dicuntur, ubi communis planorum sectio utrumque circulum contingit.

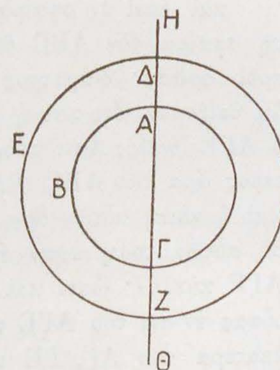
I.

In sphaera circuli paralleli circum eosdem polos sunt.

sint enim in sphaera circuli paralleli ΑΒΓ, ΔΕΖ. dico, circulos ΑΒΓ, ΔΕΖ circum eosdem polos esse.

sumantur enim poli circuli ΑΒΓ (I 21) et sint Η, Θ, et iungatur ΗΖ.

et quoniam, si in sphaera circulus est, recta per polos eius ducta ad circulum perpendicularis est et per centrum eius sphaeraeque ueniet (I 10), ΗΘ ad circulum ΑΒΓ perpendicularis est et per centrum eius sphaeraeque ueniet. quoniam igitur ΗΘ ad circulum ΑΒΓ perpendicularis est, et circulus ΑΒΓ circulo ΔΕΖ parallelus est, ΗΘ etiam ad circulum ΔΕΖ perpendicularis est (Eucl. XI 14). quoniam igitur in sphaera circulus est ΔΕΖ, et a centro sphaerae ad eum perpendicularis ducta est ΗΘ et in utramque partem producta cum superficie sphaerae concurrit in punctis Η, Θ, et, si in sphaera circulus est, et a centro sphaerae ad eum perpendicularis ducitur et in utramque partem producitur, in polos circuli cadet (I 8), puncta Η, Θ poli sunt circuli ΔΕΖ. uerum etiam circuli ΑΒΓ poli sunt; ergo circuli ΑΒΓ, ΔΕΖ circum eosdem polos sunt.



II.

Circuli in sphaera circum eosdem polos descripti paralleli sunt.

in sphaera circum eosdem polos Η, Θ sint circuli ΑΒΓ, ΔΕΖ. dico, circulos ΑΒΓ, ΔΕΖ parallelos esse.

iungatur enim ΗΘ.

et quoniam in sphaera circulus est ΑΒΓ, et per polos eius

---

add. κύκλοι **A**^{2}. 23 εἰσί **B**. In fig. E om. **CD**. 24 β'] mg. ext. postea add. **B**. 25 εἰσι **B**. 26 αὐτοὺς πόλους] πόλους τοὺς αὐτοὺς **E**. Η] corr. ex Κ (?) **A**^{2}.

εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΗΘ, ἡ ΗΘ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πρὸς τὸν ΔΕΖ κύκλον ἡ ΗΘ ὀρθή ἐστιν. πρὸς ἃ δὲ ἐπίπεδα ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ὀρθή ἐστιν, ἐκβαλλόμενα τὰ ἐπίπεδα οὐ συμπεσεῖται· ἐκβαλλόμενα ἄρα τὰ διὰ τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλων ἐπίπεδα οὐ συμπεσεῖται· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΒΓ κύκλος τῷ ΔΕΖ κύκλῳ.

γʹ.

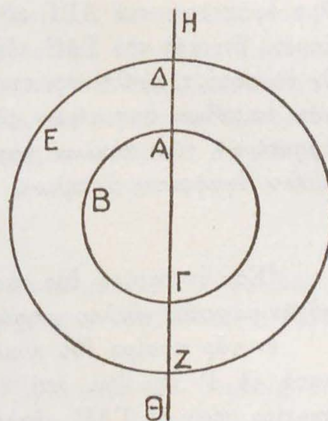
Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι μεγίστου τινὸς κύκλου περιφέρειαν κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον τέμνωσι τοὺς πόλους ἔχοντες ἐπ' αὐτοῦ, ἐφάψονται ἀλλήλων οἱ κύκλοι.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΓΔΕ μεγίστου τινὸς κύκλου περιφέρειαν τὴν ΑΓΕ κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον τεμνέτωσαν τὸ Γ τοὺς πόλους ἔχοντες ἐπ' αὐτοῦ. λέγω, ὅτι ἐφάψονται ἀλλήλων οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλοι.

ἔστωσαν γὰρ αὐτῶν κοιναὶ τομαὶ τοῦ μὲν ΑΓΕ καὶ τοῦ ΑΒΓ ἡ ΑΓ, τοῦ δὲ ΑΓΕ καὶ τοῦ ΓΔΕ ἡ ΗΓΖ.

καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΓΕ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΑΒΓ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓΕ διάμετρός ἐστι τοῦ ΓΔΕ κύκλου. καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΓΕ ὀρθός ἐστι πρὸς ἑκάτερον τῶν ΑΒΓ, ΓΔΕ κύκλων, καὶ ἑκάτερος ἄρα τῶν ΑΒΓ, ΓΔΕ κύκλων ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΑΓΕ κύκλον· καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν ἄρα τομὴ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΓΕ κύκλον. κοινὴ δὲ αὐτῶν τομή ἐστιν ἡ ΖΓΗ· καὶ ἡ ΖΓΗ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΓΕ κύκλον· ὥστε καὶ πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΑΓΕ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστιν. ἅπτεται δὲ αὐτῆς ἑκατέρα τῶν ΑΓ, ΓΕ οὖσα ἐν τῷ τοῦ ΑΓΕ κύκλου ἐπιπέδῳ· ἡ ΖΗ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς ἑκατέραν τῶν ΑΓ, ΓΕ. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου τῆς ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ ΖΗ, ἡ ΖΗ

1 γραμμὴ] del. **A**². ἦκται] mut. in διῆκται **A**², -ῆκ- in ras. **A**. ΗΘ, ἡ ΗΘ] e corr. **F**. ἐστιν **A**, comp. **C**. 3 ἐστιν] **A**, comp. **C**, ἐστι **BDEF**. 4 ἐκβαλλόμενα ἄρα—συμπεσεῖται (5)] om. **CF**, ·/. add. **C**² (in mg. nihil); mg. **B**. 7 γʹ] mg. ext. postea add. **B**. 9 αὐτοῦ] supra add. ῆς **D**, αὐτοῦ τοῦ τεμνομένου δηλαδὴ κύκλου **E**. ἐφάψωνται **C**, corr. **C**². 11 ἐν] -ν in ras. mai. **A**. ΓΔΕ] Γ- in ras. **F**. 13 αὐτοῦ] mut. in αὐτῆς **D**. ἐφάψονται] -ο- in ras. **C**². ἀλλήλοις **E**. 14 κύκλοι—ΑΓΕ (15)] om. **F**. 15 τοῦ (alt.)] om. **D**. 16 ΗΓΖ] **ADE**, ΓΖ **BCFA**². 17 ὁ ΑΓΕ] e corr. **F**. 18 τὸν] corr. ex τοῦ **C**². 20 ἐπὶ **E**. 21 ἐστιν **A**, comp. **C**. In fig. add. circulum sine litt. **C**. 21 ΓΔΕ] corr. ex ΓΔ **C**. κύκλων] corr. ex κύκλον in scrib. **A**. 23 ἡ] postea ins. **A**. αὐτῶν] corr. ex αὐτὸν in scrib. **A**. ὀρθή] e corr. **C**. ἐστί in mg. transiens **A**, comp. **C**. 24 ΖΓΗ (alt.)] ΖΓ **C**. 27 ΑΓΕ] Α- corr. ex Γ (?) in scrib. **A**. 28 ἐστιν **A**, comp. **C**.



recta linea ducta est ΗΘ, recta ΗΘ ad circulum ΑΒΓ perpendicularis est (I 10). similiter igitur demonstrabimus (p. 42, 13 sqq.), rectam ΗΘ etiam ad circulum ΔΕΖ perpendicularem esse. ad quae autem plana eadem recta perpendicularis est, ea producta non concurrent (Eucl. XI 14); itaque plana per circulos ΑΒΓ, ΔΕΖ ducta producta non concurrent; ergo circulus ΑΒΓ circulo ΔΕΖ parallelus est (Eucl. XI def. 8).

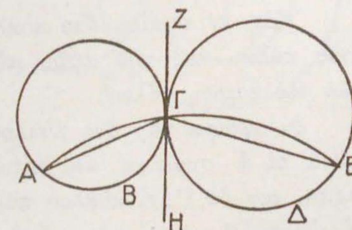
III.

Si in sphaera duo circuli maximi alicuius circuli ambitum in eodem puncto secant polos in eo habentes, inter se contingent circuli.

in sphaera enim duo circuli ΑΒΓ, ΓΔΕ maximi alicuius circuli ambitum ΑΓΕ in eodem puncto Γ secent polos in eo habentes. dico, circulos ΑΒΓ, ΔΕΖ inter se contingere.

communes enim eorum sectiones sint ΑΓ circulorum ΑΓΕ et ΑΒΓ, ΗΓΖ autem circulorum ΑΓΕ et ΓΔΕ.

et quoniam in sphaera circulus maximus ΑΓΕ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΑΒΓ per polos secat, et in duas partes aequales eum secabit et ad rectos angulos (I 15); ΑΓ igitur diametrus est circuli ΑΒΓ. similiter igitur demonstrabimus, etiam ΓΕ diametrum esse circuli ΓΔΕ. et quoniam ΑΓΕ ad utrumque circulum ΑΒΓ, ΓΔΕ perpendicularis est, etiam uterque circulus ΑΒΓ, ΓΔΕ ad circulum ΑΓΕ perpendicularis est; quare etiam communis eorum sectio ad circulum ΑΓΕ perpendicularis est (Eucl. XI 19). communis autem eorum sectio est ΖΓΗ; itaque etiam ΖΓΗ ad circulum ΑΓΕ perpendicularis est; quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in plano circuli ΑΓΕ positas perpendicularis est (Eucl. XI def. 3). tangit autem eam utraque ΑΓ, ΓΕ in plano circuli ΑΓΕ posita; ΖΗ igitur ad utramque ΑΓ, ΓΕ perpendicularis est. quoniam igitur in circulo ΑΒΓ ab extrema diametro ΑΓ perpendicularis ducta est ΖΗ, circulum



ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου κατὰ τὸ Γ σημεῖον. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τοῦ ΓΔΕ κύκλου ἐφάπτεται ἡ ΖΗ κατὰ τὸ Γ σημεῖον. ἐν δὲ σφαίρᾳ κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, ὅταν ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων ἀμφοτέρων τῶν κύκλων ἐφάπτηται. ἅπτεται δὲ ἡ ΖΗ ἀμφοτέρων τῶν κύκλων κατὰ τὸ Γ σημεῖον· καὶ οἱ ΑΒΓ, ΓΔΕ ἄρα κύκλοι ἐφάψονται ἀλλήλων.

δ′.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, ὁ διὰ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστος κύκλος γραφόμενος καὶ διὰ τῆς συναφῆς αὐτῶν ἐλεύσεται.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΓΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΒΓ κύκλου πόλος τὸ Ζ σημεῖον, τοῦ δὲ ΓΔΕ κύκλου πόλος τὸ Η σημεῖον. λέγω, ὅτι ὁ διὰ τῶν Ζ, Η πόλων μέγιστος κύκλος γραφόμενος διὰ τοῦ Γ σημείου ἥξει.

μὴ γάρ, ἀλλ᾽, εἰ δυνατόν, ἐρχέσθω καὶ ἔστω ὡς ὁ ΖΒΗ, καὶ πόλῳ μὲν τῷ Η, διαστήματι δὲ τῷ ΗΒ, κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΚΘ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ὁ ΓΔΕ κύκλος τῷ ΒΚΘ κύκλῳ· περὶ γὰρ τοὺς αὐτοὺς πόλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΒΘΚ μεγίστου τινὸς κύκλου περιφέρειαν τὴν ΖΒΗ κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον τὸ Β τέμνουσι τοὺς πόλους ἔχοντες ἐπ᾽ αὐτοῦ, ἐφάψονται ἀλλήλων οἱ ΑΒΓ, ΒΚΘ κύκλοι. ἀλλὰ καὶ τέμνουσιν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ὁ διὰ τῶν Ζ, Η πόλων μέγιστος κύκλος γραφόμενος οὐχ ἥξει διὰ τοῦ Γ σημείου. ὁ ἄρα διὰ τῶν πόλων τῶν ΑΒΓ, ΓΔΕ κύκλων μέγιστος κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῆς συναφῆς τῶν κύκλων.

ε′.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, ὁ διὰ τῶν τοῦ ἑνὸς πόλων καὶ τῆς ἁφῆς μέγιστος κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν τοῦ ἑτέρου πόλων.

ἐν σφαίρᾳ γὰρ δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΓΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΒΓ κύκλου πόλος τὸ Ζ σημεῖον, τοῦ δὲ ΓΔΕ κύκλου πόλος τὸ Η σημεῖον. λέγω, ὅτι ὁ διὰ τῶν Ζ, Γ σημείων μέγιστος κύκλος γραφόμενος καὶ διὰ τοῦ Η σημείου ἐλεύσεται.

3 δὲ] supra scr. **C**. 4 ἅπτεται] ἐφάπτεται Nizze. 5 ΓΔΕ] Γ- in ras. **A**. 7 δ′] mg. ext. **B**^{2}. 8 ἐφάπτονται **AEF**, corr. **A**^{2}. 9 κύκλος] seq. ras. 2 litt. **A**. 12 κύκλου] om. **E**. τὸ Η] in ras. **A**. 14 ἐρχέσθω] -χ- e corr. **C**^{2}. ΖΒΗ] Ζ- e corr. **D**. 15 ΒΚΘ] ΕΚΘ **E**. 16 ἄρα] in ras. **A**. 17 εἰσί **BCDEF**. ΒΘΚ] ΒΘΚ καὶ **A**, corr. **A**^{2}. 19 ἔχοντες] -ες in ras. **E**. αὐτοῦ] corr. ex αὐτόν **D**. 20 κύκλοι] κύκλοι ἐφάψονται ἀλλήλων **E**. τέμνουσιν (θ supra) **C**. ἐστὶν] om. **C**. 21 Η] Β **E**. οὐχ] eras. **C**. 23 ἁφῆς **E**. 24 ε′] mg. ext. **B**^{2}, om. **F**. In fig. Ε om. **BD**, litt. Θ et Δ inferius coll. **E**; in **C** fig. radendo perturbata est et a Ζ per contactum

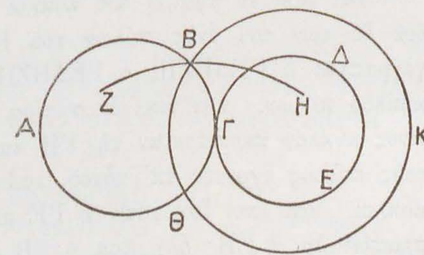
ΑΒΓ contingit recta ΖΗ in puncto Γ (Eucl. III 16 coroll.). similiter igitur demonstrabimus, rectam ΖΗ etiam circulum ΓΔΕ in puncto Γ contingere. in sphaera autem circuli inter se contingere dicuntur, ubi communis planorum sectio utrumque circulum contingit (def.). tangit autem ΖΗ utrumque circulum in puncto Γ; ergo etiam circuli ΑΒΓ, ΓΔΕ inter se contingunt.

IV.

Si in sphaera duo circuli inter se contingunt, circulus maximus per polos eorum descriptus etiam per contactum eorum ueniet.

in sphaera enim duo circuli ΑΒΓ, ΓΔΕ inter se contingant in puncto Γ, et polus sit circuli ΑΒΓ punctum Ζ, circuli autem ΓΔΕ polus punctum Η. dico, circulum maximum per polos Ζ, Η descriptum per punctum Γ uenire.

ne ueniat enim, sed, si fieri potest, ueniat et sit ut ΖΒΗ, et polo Η, radio autem ΗΒ, describatur circulus ΒΚΘ; circulus igitur ΓΔΕ circulo ΒΚΘ parallelus est (prop. II); nam circum eosdem polos sunt. et quoniam in sphaera duo circuli ΑΒΓ, ΒΘΚ ambitum circuli maximi alicuius ΖΒΗ in eodem puncto Β secant polos in eo habentes, circuli ΑΒΓ, ΒΚΘ inter se contingent (prop. III). uerum etiam inter se secant; quod fieri non potest; itaque fieri non potest, ut circulus maximus per polos Ζ, Η descriptus per punctum Γ non ueniat. ergo circulus maximus per polos circulorum ΑΒΓ, ΓΔΕ descriptus etiam per contactum circulorum ueniet.



V.

Si in sphaera duo circuli inter se contingunt, circulus maximus per alterius polos contactumque descriptus etiam per polos alterius ueniet.

in sphaera enim duo circuli ΑΒΓ, ΓΔΕ inter se contingant in puncto Γ, et sit polus circuli ΑΒΓ punctum Ζ, circuli autem ΓΔΕ polus punctum Η. dico, circulum maximum per puncta Ζ, Γ descriptum etiam per punctum Η uenire.

littera Θ signatum recta ad Κ (om.) ducta. 25 ἐφάπτονται **EF**. τῶν] supra scr. **A**, τῆς **A**^{2}, om. **F**. 26 πόλων] -ων in ras. **A**. ἁφῆς] mut. in συναφῆς **A**^{2}. 28 ε̄ mg. **F**. 29 μὲν] om. **E**. 30 ὁ] ins. **A**^{2}. 31 Γ, Ζ **E**.

μὴ γάρ, ἀλλ᾽, εἰ δυνατόν, ἐρχέσθω ὡς ὁ ΖΓΘ, καὶ γεγράφθω διὰ τῶν Ζ, Η πόλων μέγιστος κύκλος ὁ ΖΓΗ· ἥξει δὴ διὰ τοῦ Γ.

ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ.

καὶ ἐπεὶ μέγιστός ἐστιν ἑκάτερος τῶν ΖΓΗ, ΖΓΘ, δίχα ἄρα τέμνουσιν ἀλλήλους· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΖΚΓ, ΖΛΓ ἡμικύκλιόν ἐστιν· ἡ ΖΓ ἄρα διάμετρός ἐστι τῆς σφαίρας, ἐπεὶ καὶ τῶν μεγίστων κύκλων τῶν ΖΓΗ, ΖΓΘ. ἀλλὰ καὶ ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁ ἄρα διὰ τῶν Ζ, Γ σημείων μέγιστος κύκλος γραφόμενος καὶ διὰ τοῦ Η σημείου ἥξει.

ϛʹ.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐφάπτηται, ἐφάψεται καὶ ἑτέρου ἴσου τε καὶ παραλλήλου αὐτῷ.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓ κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τοῦ ΓΔ ἐφαπτέσθω κατὰ τὸ Γ σημεῖον. λέγω, ὅτι ὁ ΑΒΓ κύκλος ἐφάψεται καὶ ἑτέρου κύκλου ἴσου τε καὶ παραλλήλου τῷ ΓΔ κύκλῳ.

εἰλήφθω ὁ πόλος τοῦ ΓΔ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Ε σημεῖον, καὶ γεγράφθω διὰ τῶν Γ, Ε σημείων μέγιστος κύκλος ὁ ΓΕΔΒΖΗ, καὶ ἀπειλήφθω τῇ ΓΕ περιφερείᾳ ἴση ἡ ΒΖ, καὶ πόλῳ μὲν τῷ Ζ, διαστήματι δὲ τῷ ΖΒ, κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΗ.

καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΓΔ ἐφάπτονται ἀλλήλων, διὰ δὲ τῶν τοῦ ἑνὸς πόλων τοῦ Ε καὶ τῆς ἁφῆς μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΓΕΔΒΖΗ, ὁ ΓΕΔΒΖΗ ἄρα ἥξει καὶ διὰ τῶν τοῦ ΑΒΓ κύκλου πόλων. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΒΗ μεγίστου τινὸς κύκλου περιφέρειαν τὴν ΓΗ κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον τέμνουσι τὸ Β τοὺς πόλους ἔχοντες ἐπ᾽ αὐτοῦ, ἐφάψονται ἄρα ἀλλήλων οἱ ΑΒΓ, ΒΗ κύκλοι. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΕ περιφέρεια τῇ ΒΖ περιφερείᾳ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΒ· ὅλη ἄρα ἡ ΓΒ ὅλῃ τῇ ΕΖ ἐστιν ἴση. ἡμικυκλίου δέ ἐστιν ἡ ΓΒ· ἡμικυκλίου ἄρα καὶ ἡ ΕΖ· τὸ Ε ἄρα κατὰ διάμετρόν

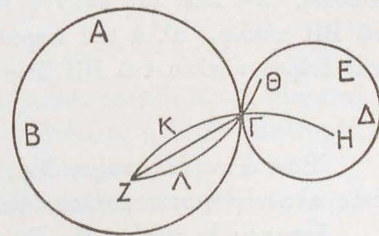
---

1 ΖΓΘ] ΖΓ- in ras. **A**, ΖΚΘ? **C**. 2 ΖΓΗ] **AD**, ΖΗ **BCEFA**^{2}. 3 ἐπεζεύχθω] καὶ ἐπεζεύχθω **E**. 4 μέγιστός] corr. ex μέγιστοί? **C**^{2}. ἐστιν] in ras. **A**. ἑκάτερος] ἑ- in ras. **A**. 5 ἀλλήλοις **E**. ΖΚΓ] -ΚΓ in ras. **C**^{2}. ΖΛΓ] -ΛΓ in ras. **C**^{2}, ΖΓΛ **F**. 7 ἐστὶν **AF**, comp. **C**. 8 ὁ] mut. in οὐχ **A**^{2}. Post ἄρα ins. ὁ **A**^{2}. Γ, Ζ **E**. 9 καὶ] mut. in οὐχ ἥξει καὶ διὰ τοῦ Η σημείου **A**^{2}. Ante ἥξει ins. ἄρα **A**^{2}. In fig. litt. Δ, Ε permutat, Λ om. **E**; litt. Γ ex Ε corr. **C**; τοῦ ϛ̄ add. **C**, corr. in τοῦ ε̄ **C**^{2}. 10 ϛʹ] mg. ext. **B**^{2}. 12 ἐφάψεται] corr. ex ἐφάψηται **A**^{2}. 15 καὶ (pr.)] **BCEFA**^{2}, om. **AD**. τε] τ- in ras. **A**. 22 δὲ] comp. postea ins. **B**. 24 ΒΗ] -Η e corr. **B**. 25 περιφέρειαν] -ν ins. **F**?; seq. τὸ (?) ΒΖ περιφερείᾳ κοινῇ προσκείσθω del. **C**. Β] corr. ex Γ? **C**. 26 ἐφάψωνται **C**, sed corr. ΑΒΓ] ΑΒΕ, -Ε in ras., **C**. 27 ΒΖ] corr. ex ΒΗ **C**. 29 ΓΒ] ΓΒ∸ **E**. ἄρα (pr.)] ἄρα ἐστὶ **E**.

ne ueniat enim, sed, si fieri potest, ueniat ut ΖΓΘ, et per polos Ζ, Η describatur circulus maximus ΖΓΗ; ueniet igitur per punctum Γ (prop. IV).

iungatur ΖΓ.

et quoniam uterque ΖΓΗ, ΖΓΘ maximus est, inter se in binas partes aequales secant (I 11); itaque uterque ΖΚΓ, ΖΛΓ semicirculus est; ΖΓ igitur diametrus est sphaerae, quoniam etiam circulorum maximorum ΖΓΗ, ΖΓΘ diametrus est. uerum etiam a polo circuli ΑΒΓ ducta est; quod fieri non potest. ergo circulus maximus per puncta Ζ, Γ descriptus etiam per punctum Η ueniet.



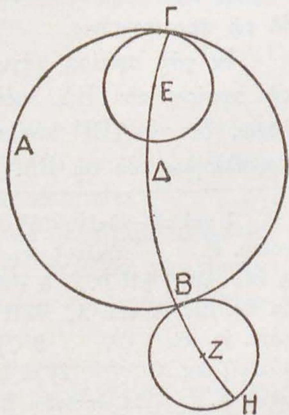
VI.

Si in sphaera circulus maximus circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, contingit, etiam alium ei aequalem et parallelum continget.

in sphaera enim circulus maximus ΑΒΓ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΓΔ in puncto Γ contingat. dico, circulum ΑΒΓ etiam alium circulum circulo ΓΔ aequalem et parallelum contingere.

sumatur polus circuli ΓΔ (I 21) et sit punctum Ε, et per puncta Γ, Ε circulus maximus describatur ΓΕΔΒΖΗ (I 20), et abscindatur ΒΖ arcui ΓΕ aequalis, et polo Ζ, radio autem ΖΒ, circulus describatur ΒΗ.

et quoniam in sphaera duo circuli ΑΒΓ, ΓΔ inter se contingunt, et per polos alterius Ε contactumque descriptus est circulus maximus ΓΕΔΒΖΗ, circulus ΓΕΔΒΖΗ etiam per polos circuli ΑΒΓ ueniet (prop. V). et quoniam in sphaera duo circuli ΑΒΓ, ΒΗ ambitum circuli maximi alicuius ΓΗ in eodem puncto Β secant polos in eo habentes, inter se contingent circuli ΑΒΓ, ΒΗ (prop. III). et quoniam arcus ΓΕ aequalis est arcui ΒΖ, adiiciatur, qui communis est, ΕΒ; itaque totus ΓΒ toti ΕΖ aequalis est. uerum ΓΒ semicirculi est; semicirculi igitur etiam ΕΖ; Ε igitur puncto Ζ secundum diametrum oppositum est. et punctum Ε polus est



ἐστι τῷ Z. καί ἐστι τὸ E σημεῖον πόλος τοῦ ΓΔ κύκλου· καὶ τὸ Z ἄρα ὁ ἕτερος πόλος ἐστὶ τοῦ ΓΔ κύκλου. πάλιν, ἐπεὶ ἡ EZ ἡμικυκλίου ἐστί, καί ἐστι τὸ Z πόλος τοῦ BH κύκλου, καὶ τὸ E ἄρα ὁ ἕτερος πόλος ἐστὶ τοῦ BH κύκλου· οἱ ΓΔ, BH ἄρα κύκλοι περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους ὄντες παράλληλοί εἰσιν [παράλληλος ἄρα ἐστὶν ὁ ΓΔ κύκλος τῷ BH κύκλω]. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓE τῇ BZ, ἴσος ἄρα καὶ ὁ ΓΔ κύκλος τῷ BH κύκλῳ. ἀλλὰ καὶ παράλληλος· ὁ ABΓ ἄρα κύκλος ἐφάπτεται καὶ ἑτέρου κύκλου τοῦ BH ἴσου τε καὶ παραλλήλου τῷ ΓΔ.

ζ'.

Ἐὰν ὦσιν ἐν σφαίρᾳ δύο ἴσοι τε καὶ παράλληλοι κύκλοι, ὁ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν μέγιστος κύκλος ἐφαπτόμενος ἐφάψεται καὶ τοῦ ἑτέρου.

ἔστωσαν ἐν σφαίρᾳ δύο ἴσοι τε καὶ παράλληλοι κύκλοι οἱ AB, ΓΔ. λέγω, ὅτι ὁ τοῦ AB μέγιστος κύκλος ἐφαπτόμενος ἐφάψεται καὶ τοῦ ΓΔ.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἐφαπτέσθω μὲν τοῦ AB μέγιστος κύκλος ὁ AE κατὰ τὸ A σημεῖον, τοῦ δὲ ΓΔ μὴ ἐφαπτέσθω.

καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ AE κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τοῦ AB ἐφάπτεται, ἐφάψεται ἄρα καὶ ἑτέρου ἴσου τε καὶ παραλλήλου τῷ AB· ἐφαπτέσθω οὖν τοῦ EZ.

ἐπεὶ οὖν ὁ AB τῷ EZ ἴσος ἐστὶ καὶ παράλληλος, ἀλλὰ ὁ AB τῷ ΓΔ ἴσος ἐστὶ καὶ παράλληλος, καὶ ὁ ΓΔ ἄρα τῷ EZ ἴσος ἐστὶ καὶ παράλληλος· ἔσονται ἄρα ἐν σφαίρᾳ τρεῖς κύκλοι ἴσοι τε καὶ παράλληλοι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ τοῦ AB μέγιστος κύκλος ἐφαπτόμενος οὐκ ἐφάψεται καὶ τοῦ ΓΔ· ἐφάψεται ἄρα.

η'.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος πρός τινα κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ λοξὸς ᾖ, ἐφάψεται δύο κύκλων ἴσων μὲν ἀλλήλοις, παραλλήλων δὲ τῷ προειρημένῳ.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ABΓ πρός τινα κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν BΔ λοξὸς ἔστω, τουτέστι μὴ ἔστω διὰ τῶν πόλων. λέγω, ὅτι ὁ ABΓ κύκλος ἐφάψεται δύο κύκλων ἴσων μὲν ἀλλήλοις, παραλλήλων δὲ τῷ BΔ.

1 καὶ τὸ—κύκλου (2)] om. **E**, mg. **B**² (κείμενον, ·6·—·6.). 3 ἐστι] ἐστιν **A**, comp. **C**. κύκλου] om. **A**, comp. supra scr. **A**². 4 BH (alt.)] EH **D**. ὁ] om. **E**. 5 εἰσιν] **A**, εἰσι **BCDEF**. παράλληλος—κύκλῳ (6)] deleo. In fig. litt. A om. **A**, BΓH extra circuli ambitum producit **E**; τοῦ ζ add. **C**, corr. in τοῦ ¯ **C**². 9 ζ'] mg. ext. **B**². 10 δύο] -ο in ras. mai. **F**. κύκλοι] mg. **C**². ὁ] οἱ **F**. τοῦ] e corr. **F**. 13 ὁ] om. **E**. ἁπτόμενος **E**. 14 ἁπτέσθω **E**. 17 ἐφάψεται] corr. ex ἅψεται **A**². 18 τῷ] corr. ex τὸ **C**². 19 ἀλλὰ—παράλληλος (20)] om. **F**. ἀλλ' **E**. 20 τῷ (pr.)] **ADE**, καὶ τῷ **BCFA**². 21 τρεῖς] Γ **D**. 23 οὐχ **AE**, corr. **A**². ἅψεται **E**. καὶ] om. **D**. ἄρα] ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι **E**. In fig. litt. E add. **C**², Z om. **E**; τοῦ $\bar{\eta}$ add. **C**, corr. in τοῦ $\bar{\zeta}$ **C**². 24 η'] mg. ext. **B**². 25 τῶν] τὸν **B**. 26 παραλλήλω **F**. 29 τουτέστιν **A**. 30 ἀλλήλοις] -ο- in ras. **E**. 31 τῷ] τῶν **F**.

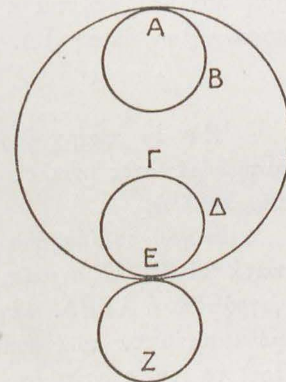
circuli ΓΔ; quare etiam Z alter polus est circuli ΓΔ; itaque circuli ΓΔ, BH circum eosdem polos positi paralleli sunt (prop. II). et quoniam ΓE = BZ, etiam circulus ΓΔ circulo BH aequalis est. uerum etiam parallelus est; ergo circulus ABΓ alium quoque circulum contingit circulo ΓΔ et aequalem et parallelum.

VII.

Si in sphaera sunt duo circuli aequales parallelique, circulus maximus alterum eorum contingens alterum quoque contingit.

sint in sphaera duo circuli aequales parallelique AB, ΓΔ. dico, circulum maximum circulum AB contingentem ΓΔ quoque circulum contingere.

nam, si fieri potest, circulum AB contingat circulus maximus AE, circulum autem ΓΔ ne contingat.



et quoniam in sphaera circulus maximus AE circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, AB contingit, etiam alium contingat circulo AB aequalem et parallelum (prop. VI); contingat igitur EZ.

quoniam igitur AB circulo EZ aequalis est et parallelus, AB autem circulo ΓΔ aequalis est et parallelus, erit etiam ΓΔ circulo EZ aequalis et parallelus; itaque in sphaera tres erunt circuli aequales et paralleli; quod fieri non potest (cfr. I 6). itaque fieri non potest, ut circulus maximus circulum AB contingens non contingat etiam circulum ΓΔ; ergo contingет.

VIII.

Si in sphaera circulus maximus ad circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, obliquus est, duos circulos continget inter se aequales, parallelos autem ei, quem significauimus.

in sphaera enim circulus maximus ABΓ ad circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, BΔ obliquus sit, hoc est per polos ne ueniat.[1]) dico, circulum ABΓ duos circulos contingere inter se aequales, parallelos autem circulo BΔ.

1) Lin. 29 τουτέστι—πόλων interpolata uidentur.

καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΒΓ κύκλος λοξός ἐστι πρὸς τὸν ΒΔ, ὁ πόλος τοῦ ΒΔ οὐκ ἔστιν ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. εἰλήφθω οὖν ὁ πόλος τοῦ ΒΔ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Ε σημεῖον, καὶ διὰ τοῦ Ε σημείου καὶ ἑνὸς τῶν τοῦ ΑΒΓ κύκλου πόλων μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΕΓΗ, καὶ πόλῳ μὲν τῷ Ε, διαστήματι δὲ τῷ ΑΕ, κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΖ.

παράλληλος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΖ τῷ ΒΔ· περὶ γὰρ τοὺς αὐτοὺς πόλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΑΖ μεγίστου τινὸς κύκλου περιφέρειαν κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον τέμνουσι τὸ Α τοὺς πόλους ἔχοντες ἐπ᾽ αὐτοῦ, ἐφάψονται ἄρα ἀλλήλων· ὁ ἄρα ΑΒΓ κύκλος τοῦ ΑΖ κύκλου ἐφάψεται. ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓ κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τοῦ ΑΖ ἐφάπτεται, ἐφάψεται ἄρα καὶ ἑτέρου ἴσου τε καὶ παραλλήλου τῷ ΑΖ· ἐφαπτέσθω οὖν τοῦ ΓΗ. ἐπεὶ οὖν ὁ ΑΖ τῷ ΓΗ ἴσος τέ ἐστι καὶ παράλληλος, ἀλλ᾽ ὁ ΑΖ τῷ ΒΔ ἐστι παράλληλος, καὶ ὁ ΓΗ ἄρα τῷ ΒΔ ἐστι παράλληλος· ὁ ΑΒΓ ἄρα κύκλος ἐφάψεται δύο κύκλων τῶν ΑΖ, ΓΗ ἴσων μὲν ἀλλήλοις, παραλλήλων δὲ τῷ ΒΔ.

ϑ′.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστος κύκλος γραφῇ, δίχα τεμεῖ τὰ ἀπειλημμένα τμήματα τῶν κύκλων.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΖΑΕΒ, ΖΓΕΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὰ Ζ, Ε σημεῖα, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΓΒΔ. λέγω, ὅτι ὁ ΑΓΒΔ κύκλος δίχα τεμεῖ τὰ ἀπειλημμένα τμήματα τῶν κύκλων, τουτέστιν ὅτι ἡ μὲν ΖΑ περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ ΑΕ περιφερείᾳ, ἡ δὲ ΖΒ περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ ΒΕ περιφερείᾳ, ἡ δὲ ΖΓ τῇ ΓΕ, καὶ ἔτι ἡ ΖΔ τῇ ΔΕ.

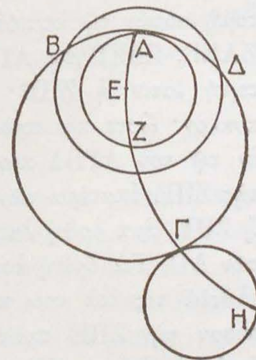
ἔστω γὰρ τοῦ μὲν ΑΓΒΔ κύκλου καὶ τοῦ ΖΑΕΒ κοινὴ τομὴ ἡ ΑΒ, τοῦ δὲ ΑΓΒΔ καὶ τοῦ ΖΓΕΔ κοινὴ τομὴ ἡ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΗ, ΗΕ.

καὶ ἐπεὶ τὰ Ζ, Η, Ε σημεῖα ἐν τῷ τοῦ ΑΕΒΖ κύκλου ἐπιπέδῳ εἰσίν, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῷ τοῦ ΖΔΕΓ κύκλου ἐπιπέδῳ, τὰ Ζ, Η, Ε ἄρα σημεῖα ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐστι τῶν δύο ἐπιπέδων· πάντως δὲ δύο

1 καὶ ἐπεὶ] **AD**, ἐπεὶ γὰρ **BEFA²**, καὶ ἐπεὶ γὰρ **C**. 2 ὁ] om. **E**. 4 γεγράφθω] **EA²**, ἐγγεγράφθω **ABCDF**. 5 τῷ (pr.)] corr. ex τὸ **F**. γράφθω **B**. 6 ΑΖ] ΑΖ κύκλος **E**. ΒΔ] ΔΒ **E**. περὶ γὰρ] ὅτι περὶ **E**. αὐτοὺς] supra scr. **C²**. 7 εἰσίν] **A**, εἰσί **BCDEF**. οἱ] in ras. **A**. ΑΒΓ] ΑΒ- in ras. **A**. 9 ἄρα (pr.)] **AD**, del. **A²**, om. **BCEF**. 10 ΑΖ] post Α ras. 1 litt. **C**. 13 τέ] om. **C**. 14 ἐστιν **A**. 15 ΑΖ] ΑΒ **C**. 16 ΒΔ] ΒΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι **E**. In fig. litt. Ζ, Γ, Η add **C²** (Η e corr.), τοῦ η̅ adscr. **C²**. 17 ϑ′] mg. ext. **B²**. 19 τέμνει **E**. 21 ΖΓΕΔ] **DE**, ΖΔΕΓ **BCFA²**, Ζ∗ΓΔ (post Ζ- ras. 1 litt.) **A**. 22 σημεῖον **E**. 24 ΖΑ] ΑΖ **B**. 25 ἐστὶν **AF**. ΑΕ] ΘΑ **E**. ΖΒ] ΒΖ **B**. 27 ΑΒΓΔ **F**.

et quoniam circulus ΑΒΓ ad ΒΔ obliquus est, polus circuli ΒΔ in circulo ΑΒΓ positus non est. sumatur igitur polus circuli ΒΔ (I 21) et sit punctum Ε, et per punctum Ε alterumque polorum circuli ΑΒΓ circulus maximus describatur ΑΕΓΗ (I 20), et polo Ε, radio autem ΑΕ, circulus describatur ΑΖ.

ΑΖ igitur circulo ΒΔ parallelus est (prop. II); nam circum eosdem polos sunt. et quoniam in sphaera duo circuli ΑΒΓ, ΑΖ circuli maximi ambitum in eodem puncto Α contingunt polos in eo habentes, inter se contingent (prop. III); circulus igitur ΑΒΓ circulum ΑΖ continget. quoniam igitur in sphaera circulus maximus ΑΒΓ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΑΖ contingit, etiam alium continget circulo ΑΖ aequalem et parallelum (prop. VI); contingat igitur ΓΗ. quoniam igitur ΑΖ circulo ΓΗ aequalis est et parallelus, ΑΖ autem circulo ΒΔ parallelus est, etiam ΓΗ circulo ΒΔ parallelus est; ergo circulus ΑΒΓ duos circulos ΑΖ, ΓΗ continget inter se aequales et circulo ΒΔ parallelos.



IX.

Si in sphaera duo circuli inter se secant, et per polos eorum circulus maximus describitur, segmenta circulorum abscisa in binas partes aequales secabit.

in sphaera enim duo circuli ΖΑΕΒ, ΖΓΕΔ in punctis Ζ, Ε inter se secent, per polos autem eorum circulus maximus describatur ΑΓΒΔ. dico, circulum ΑΓΒΔ segmenta abscisa circulorum in binas partes secare, hoc est, arcum ΖΑ arcui ΑΕ aequalem esse, arcum autem ΖΒ arcui ΒΕ aequalem, arcum ΖΓ arcui ΓΕ, denique arcum ΖΔ arcui ΔΕ.

circulorum enim ΑΓΒΔ et ΖΑΕΒ communis sectio sit ΑΒ, circulorum autem ΑΓΒΔ et ΖΓΕΔ communis sectio ΓΔ, et iungantur ΖΗ, ΗΕ.

et quoniam puncta Ζ, Η, Ε in plano circuli ΑΕΒΖ sunt, uerum etiam in plano circuli ΖΔΕΓ, puncta Ζ, Η, Ε in communi sectione sunt duorum illorum planorum; omnino autem com-

28 ΑΓΒΔ] ΑΓΒΔ κύκλου **C**. ΖΓΕΔ] -Γ- in ras. **C²**, -Δ corr. ex Β in scrib. 31 εἰσίν] ἐστίν Nizze. ΖΔΕΓ] ΖΓΕΔ **E**. ἄρα] om. **E**. 32 ἐστι] ἄρα εἰσὶ **E**. πάντως] **D**, comp. **BF**, -ς e corr. **A²**, πάντων **C**, τῶν **C²**, τὰ ΖΗΕ σημεῖα τῶν **E**.

ἐπιπέδων ἡ κοινὴ τομὴ εὐθεῖά ἐστιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΗΕ. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΓΒΔ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΖΑΕΒ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· ἡ ΑΒ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ ΖΑΕΒ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓΔ διάμετρός ἐστι τοῦ ΖΔΕΓ κύκλου. καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΓΒΔ κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς ἑκάτερον τῶν ΖΑΕΒ, ΖΔΕΓ κύκλων, καὶ ἑκάτερος ἄρα τῶν ΖΑΕΒ, ΖΔΕΓ ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΑΓΒΔ κύκλον. ἐὰν δὲ δύο ἐπίπεδα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ κοινὴ τομὴ αὐτῶν τῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται· καὶ ἡ κοινὴ ἄρα τομὴ τῶν ΖΑΕΒ, ΖΔΕΓ τῷ ΑΓΒΔ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν. κοινὴ δὲ αὐτῶν τομή ἐστιν ἡ ΖΗΕ· καὶ ἡ ΖΗΕ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΓΒΔ κύκλον· ὥστε καὶ πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΑΓΒΔ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας. ἅπτεται δὲ τῆς ΖΗΕ ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΓΔ οὖσα ἐν τῷ τοῦ ΑΓΒΔ κύκλου ἐπιπέδῳ· ἡ ΖΗΕ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς ἑκατέραν τῶν ΑΒ, ΓΔ· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ ὀρθή ἐστι πρὸς τὴν ΖΗΕ. ἐπεὶ οὖν ἐν κύκλῳ τῷ ΖΑΕΒ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΑΒ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαν τὴν ΖΗΕ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΗΕ. κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΗΑ· ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΖΑ περιφέρεια τῇ ΑΕ περιφερείᾳ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ μὲν ΖΒ τῇ ΒΕ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΖΓ τῇ ΓΕ, καὶ ἔτι ἡ ΖΔ τῇ ΔΕ ἐστιν ἴση.

ὁ ΑΓΒΔ ἄρα κύκλος δίχα τεμεῖ τὰ ἀπειλημμένα τμήματα τῶν κύκλων.

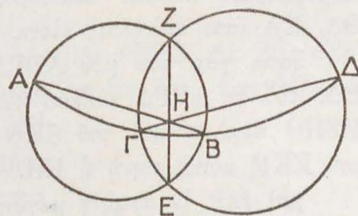
ι'.

Ἐὰν ὦσιν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστοι κύκλοι γραφῶσιν, αἱ μὲν τῶν παραλλήλων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν μεγίστων κύκλων ὅμοιαί εἰσιν, αἱ δὲ τῶν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν παραλλήλων κύκλων ἴσαι εἰσίν.

ἔστωσαν ἐν σφαίρᾳ κύκλοι παράλληλοι οἱ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ, διὰ δὲ

2 ΑΓΒΔ] ΑΒΓ **E**, ΑΒΓΔ **F**. 3 τεμεῖ] om. **E**. 4 ὀρθάς] ὀρθὰς τέμνει **E**. ἐστιν **A**, comp. **C**. 6 ἑκάτερα **E**. ΖΑΕΒ] -ΕΒ in ras. **A**. 7 ἑκάτερος] -κά- in ras. **C**. τῶν] τῶν ὑπὸ **C**. 8 ἐπιπέδῳ τινὶ] -δῳ τι- in ras. **C**². 10 ἐστιν] **AB**, comp. **C**, ἐστι **DEF**. 11 ἐστι] ἐστιν **A**. ΑΓΒΔ] ΑΒΔ **B**, ΑΒΓΔ **CF**. 13 ὀρθὰς] πρὸς ὀρθὰς **A**, corr. **A**². δὲ] in ras. **E**. 15 ἐστιν **A**, comp. **C**. 16 ἐστιν **A**, comp. **C**. ἐν] supra scr. **A**. 19 ἐστὶν—ἄρα] om. **D**. ἐστὶ **F**. ἡ ΖΗ—ἐστὶ] mg. **C**² (·/·) δὲ] om. **E**. In fig. litt. H bis **D**, om. **EF**, τοῦ $\bar{\vartheta}$ add. **C**², tota fig. in ras. E spatio initio prop. X relicto; fig. repetitur fol. 23ᵛ in prop. X **B**. 21 ἔτι] **ABE**, e corr. **F**, ἐστιν **DF**, comp. **C**. ΖΔ] ΖΑ **A**. 22 ἐστιν ἴση] del. **A**²; ἐστ- eras. **C**, seq. ἡ δὲ ΖΓ, sed del. 23 ΑΓΒΔ] **AD**, ΑΒΓΔ **BCF**, ΑΓΔ supra scr. B **E**.

munis duorum planorum sectio recta est (Eucl. XI 3); itaque ZH, HE in una recta sunt. et quoniam in sphaera circulus maximus ΑΓΒΔ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ZAEB per polos secat, in duas partes aequales eum secabit et ad rectos angulos (I 15); AB igitur diametrus est circuli ZAEB. similiter igitur demonstrabimus, etiam ΓΔ diametrum esse circuli ZΔEΓ. et quoniam circulus ΑΓΒΔ ad utrumque circulum ZAEB, ZΔEΓ perpendicularis est, etiam uterque circulus ZAEB, ZΔEΓ ad circulum ΑΓΒΔ perpendicularis est. sin duo plana ad planum aliquod perpendicularia sunt, etiam communis eorum sectio ad planum illud perpendicularis est (Eucl. XI 19); quare etiam communis sectio planorum ZAEB, ZΔEΓ ad planum ΑΓΒΔ perpendicularis est. communis autem eorum sectio est ZHE; quare etiam ZHE ad circulum ΑΓΒΔ perpendicularis est; quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in plano circuli ΑΓΒΔ positas rectos angulos efficiet (Eucl. XI def. 3). rectam autem ZHE utraque AB, ΓΔ tangit in plano circuli ΑΓΒΔ posita; itaque ZHE ad utramque AB, ΓΔ perpendicularis est; quare etiam utraque AB, ΓΔ ad ZHE perpendicularis est. quoniam igitur in circulo ZAEB recta aliqua per centrum ducta AB rectam aliquam non per centrum ductam ZHE ad rectos angulos secat, etiam in duas partes aequales eam secabit (Eucl. III 3); itaque ZH = HE. communis autem et perpendicularis est HA; itaque arcus ZA arcui AE aequalis est. similiter igitur demonstrabimus, etiam arcum ZB arcui BE aequalem esse et arcum ZΓ arcui ΓE, denique arcum ZΔ arcui ΔE aequalem esse.



ergo circulus ΑΓΒΔ segmenta circulorum abscisa in binas partes aequales secabit.

X.

Si in sphaera paralleli circuli sunt, et per polos eorum circuli maximi describuntur, arcus circulorum parallelorum inter circulos maximos positi similes sunt, maximorum autem circulorum arcus inter circulos parallelos positi aequales sunt.

sint in sphaera paralleli circuli ΑΒΓΔ, EZHΘ, et per polos

τεμεῖ] **ABCDF**, τέμνει **EA**². 25 ι'] mg. ext. **B**². 30 EZHΘ] -Z- corr. ex H? in scrib. **E**, -Θ e corr. **C**².

τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΑΕΗΓ, ΒΖΘΔ. λέγω, ὅτι αἱ μὲν τῶν παραλλήλων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν μεγίστων κύκλων ὅμοιαί εἰσι, τουτέστιν ὅτι ἡ μὲν ΒΓ περιφέρεια ὁμοία ἐστὶ τῇ ΖΗ περιφερείᾳ, ἡ δὲ ΓΔ τῇ ΗΘ, ἡ δὲ ΔΑ τῇ ΘΕ, καὶ ἔτι ἡ ΑΒ τῇ ΕΖ, αἱ δὲ τῶν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν παραλλήλων κύκλων ἴσαι εἰσί, τουτέστιν ὅτι αἱ τέσσαρες αἱ ΖΒ, ΗΓ, ΘΔ, ΕΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

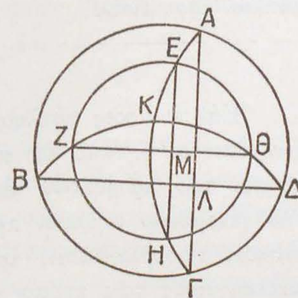
ἔστω γὰρ τοῦ μὲν ΑΒΓΔ κύκλου καὶ τοῦ ΒΖΘΔ κοινὴ τομή ἡ ΒΔ, τοῦ δὲ ΑΒΓΔ κύκλου καὶ τοῦ ΑΕΗΓ κοινὴ τομὴ ἡ ΑΓ, τοῦ δὲ ΕΖΗΘ κύκλου καὶ τοῦ ΖΚΘ κοινὴ τομὴ ἡ ΖΘ, τοῦ δὲ ΕΖΗΘ καὶ τοῦ ΕΚΗ κοινὴ τομὴ ἡ ΕΗ.

καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΕΗΓ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΑΒΓΔ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· ἡ ΑΓ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΒΔ διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· τὸ Λ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. πάλιν, ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΕΗΓ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΕΖΗΘ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· ἡ ΕΗ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΖΘ διάμετρός ἐστι τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου· τὸ Μ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου. καὶ ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ ὑπό τινος ἐπιπέδου τέμνεται τοῦ ΒΖΘΔ, αἱ κοιναὶ αὐτῶν ἄρα τομαὶ παράλληλοί εἰσι· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΔ τῇ ΖΘ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΕΗ παράλληλός ἐστιν. ἐπεὶ οὖν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων αἱ ΒΛ, ΛΓ παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων τὰς ΖΜ, ΜΗ εἰσι μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, ἴσας γωνίας περιέξουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΜΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΛΓ γωνίᾳ. καί εἰσι πρὸς τοῖς κέντροις, καὶ βέβηκεν ἡ μὲν ὑπὸ ΖΜΗ γωνία ἐπὶ τῆς ΖΗ περιφερείας, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΛΓ γωνία ἐπὶ τῆς ΒΓ περιφερείας· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΖΗ περιφερείᾳ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ μὲν ΓΔ περιφέρεια ὁμοία ἐστὶ τῇ ΗΘ περιφερείᾳ, ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΕΘ, καὶ ἔτι ἡ

2 κύκλων] om. D. 4 ἐστὶν A, comp. C. τῇ (pr.)] corr. ex τῆς C. ἔτι] corr. ex ἔστι C². 6 εἰσίν A. τέσσαρες] δ̄ες D. ΖΒ] ΒΖ E. 7 ἀλλήλοις F. 8 μὲν] μὲν τοῦ E. 9 ΑΓ—ἡ (10)] om. C. 10 ΕΖΗΘ] ΖΗΘ E. 12 κύκλον] corr. ex κύκλων A. 13 τεμεῖ] τέμνει E. 15 ΑΒΓΔ] CDEA², ΑΒΓ ABF. 16 ΑΒΓ B. 18 τεμεῖ] τέμνει E. Ad fig. adscr. τοῦ ῑ C, corr. in τοῦ ῑᾱ C². 19 post κύκλου del. καὶ πρὸς ὀρθὰς C. 20 τὸ—κύκλου (21)] om. CF, supra scr. C². 21 ἐπειδὴ F. 22 ΒΖΘΔ] Β- in ras., -ΘΔ mut. in ΔΘ A. 23 εἰσιν E. 24 ΕΗ] Ε- e corr. F. εὐθεῖαι] seq. ras. 2 litt. B. ἁπτόμεναι] corr. ex ἀποτεμνόμεναι A². 25 ΒΛ, ΛΓ] corr. ex ΒΔ, ΔΓ A, ΒΔΛΓ DF. 26 εἰσιν AE. οὖσαι] om. CE. περιέξουσῑ renouat. C. 27 ἐστὶ F. ὑπὸ (pr.)] seq. ras. 1 litt. B. 29 περιφερείας ·/· E, mg. ☾ BC. ὁμοία] -α e corr. F, corr. ex ὁμοίως C². ΒΓ] ΖΗ E. 30 τῇ ΖΗ περιφερείᾳ] mg. A², postea add. κείμενον. ΖΗ] ΒΓ E. μὲν] om. E. 31 ἐστὶ] mut. in ἐστὶν A, comp. C. ΗΘ] ΘΗ E.

eorum [prop. I] circuli maximi describantur ΑΕΗΓ, ΒΖΘΔ. dico, arcus parallelorum circulorum inter circulos maximos positos similes esse, hoc est esse arcum ΒΓ arcui ΖΗ similem, arcum autem ΓΔ arcui ΗΘ, arcum ΔΑ arcui ΘΕ, denique arcum ΑΒ arcui ΕΖ, maximorum autem circulorum arcus inter circulos parallelos positos aequales esse, hoc est quattuor arcus ΖΒ, ΗΓ, ΘΔ, ΕΑ inter se aequales esse.

communis enim sectio circulorum ΑΒΓΔ, ΒΖΘΔ sit ΒΔ, circulorum autem ΑΒΓΔ, ΑΕΗΓ communis sectio ΖΘ, circulorum autem ΕΖΗΘ, ΕΚΗ communis sectio ΕΗ.



et quoniam in sphaera circulus maximus ΑΕΗΓ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΑΒΓΔ per polos secat, in duas partes aequales eum secabit et ad rectos angulos (I 15); ΑΓ igitur diametrus est circuli ΑΒΓΔ. similiter igitur demonstrabimus, etiam ΒΔ diametrum esse circuli ΑΒΓΔ; itaque punctum Λ centrum est circuli ΑΒΓΔ. rursus, quoniam in sphaera circulus maximus ΑΕΗΓ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΕΖΗΘ per polos secat, in duas partes aequales eos secabit et ad rectos angulos (I 15); ΕΗ igitur diametrus est circuli ΕΖΗΘ. similiter igitur demonstrabimus, etiam ΖΘ diametrum esse circuli ΕΖΗΘ; itaque punctum Μ centrum est circuli ΕΖΗΘ. et quoniam duo plana parallela ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ plano aliquo ΒΖΘΔ secantur, communes eorum sectiones parallelae sunt (Eucl. XI 16); itaque ΒΔ rectae ΖΘ parallela est. similiter igitur demonstrabimus, etiam ΑΓ rectae ΕΗ parallelam esse. quoniam igitur duae rectae inter se tangentes ΒΛ, ΛΓ duabus rectis inter se tangentibus ΖΜ, ΜΗ parallelae sunt in eodem plano non positae, aequales angulos comprehendent (Eucl. XI 10); itaque ∠ΖΜΗ = ∠ΒΛΓ. et ad centra positi sunt, et ∠ΖΜΗ in arcu ΖΗ consistit, ∠ΒΛΓ autem in arcu ΒΓ; itaque arcus ΒΓ arcui ΖΗ similis est (cfr. Eucl. III def. 11). similiter igitur demonstrabimus, etiam arcum ΓΔ arcui ΗΘ similem esse, arcum autem ΑΔ arcui ΕΘ, denique arcum ΑΒ arcui ΕΖ; ergo arcus

ΑΒ τῇ ΕΖ· αἱ ἄρα τῶν παραλλήλων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν μεγίστων κύκλων ὅμοιαί εἰσι.

λέγω δή, ὅτι καὶ αἱ τῶν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν παραλλήλων κύκλων ἴσαι εἰσίν.

ἐπεὶ γὰρ τὸ Κ σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΚΑ, ΚΒ, ΚΓ, ΚΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Κ σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου, αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΚΕ, ΚΖ, ΚΗ, ΚΘ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί· λοιπαὶ ἄρα αἱ τέσσαρες αἱ ΕΑ, ΖΒ, ΗΓ, ΘΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

αἱ ἄρα τῶν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν παραλλήλων κύκλων ἴσαι εἰσίν.

ια΄.

Ἐὰν ἐν ἴσοις κύκλοις ἐπὶ διαμέτρων ἴσα καὶ ὀρθὰ τμήματα κύκλων ἐπισταθῇ, ἀπὸ δὲ αὐτῶν ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσι πρὸς τοῖς πέρασι τῶν τμημάτων ἐλάττους ἢ ἡμίσειαι οὖσαι τῶν ὅλων, καὶ ἀπὸ τῶν γενομένων σημείων πρὸς τὰς τῶν ἐξ ἀρχῆς κύκλων περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι προσβληθῶσιν, ἴσας ἀπολήψονται περιφερείας τῶν ἐξ ἀρχῆς κύκλων πρὸς τοῖς πέρασι τῶν διαμέτρων.

ἐν γὰρ ἴσοις κύκλοις τοῖς ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ διαμέτρων τῶν ΑΓ, ΔΖ ἴσα καὶ ὀρθὰ τμήματα κύκλων ἐφεστάτω τὰ ΑΗΓ, ΔΘΖ, καὶ ἀπ᾽ αὐτῶν ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν πρὸς τοῖς πέρασι τοῖς Α, Δ σημείοις αἱ ΑΗ, ΔΘ ἐλάττους ἢ ἡμίσειαι οὖσαι τῶν ὅλων τῶν ΑΗΓ, ΔΘΖ, καὶ ἀπὸ τῶν Η, Θ σημείων πρὸς τὰς τῶν ἐξ ἀρχῆς κύκλων τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι προσβεβλήσθωσαν αἱ ΗΒ, ΘΕ. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ περιφέρεια τῇ ΔΕ περιφερείᾳ.

ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν Η, Θ σημείων ἐπὶ τὰ τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλων ἐπίπεδα κάθετοι· πεσοῦνται δὴ ἐπὶ τὰς κοινὰς τομάς, τουτέστιν ἐπὶ τὰς ΑΓ, ΔΖ. πιπτέτωσαν καὶ ἔστωσαν αἱ ΗΚ, ΘΛ, καὶ εἰλήφθω τὰ κέντρα τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλων καὶ ἔστω τὰ Μ, Ν σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΒΜ, ΛΕ, ΕΝ.

καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΚ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓ

2 εἰσιν **E**, εἰσ̄ι **C**. 4 εἰσὶν ἴσαι **C**. 5 Κ] e corr. $\mathbf{C}^2$. ΑΒΓ **D**. 6 εἰσίν] **ACE**, εἰσί **BDF**. 7 $\overline{\delta}^{\epsilon\sigma}$ **D**. 8 εἰσί] εἰσίν· ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ τέσσαρες αἱ ΚΒ, ΚΑ, ΚΓ, ΚΔ ἴσαι ἀλλήλαις **E**. $\overline{\delta}^{\epsilon\sigma}$ **D**. ΕΑ] ΑΕ **F**. ΗΓ] corr. ex Γ **F**. 10 παραλλήλων] -λων in ras. **A**. 11 κύκλων ἴσαι] in ras. **A**. κύκλων—εἰσίν] postea add. extr. fol. 243^v **F**. Post ἴσαι supra add. ἀλλήλαις $\mathbf{A}^2$. 12 ια΄] mg. ext. $\mathbf{B}^2$. 13 ἐν] om. **C**. 14 ἀποληφθῶσι] -η- in ras. **A**. 19 τοῖς] τὰ **B**, $\overset{8}{\tau}$ **F**. 20 ΔΘΖ] corr. ex ΔΕΖ in scrib. **C**. 21 τοῖς πέρασι] om. **E**. Α, Δ] ΗΘ **E**. 22 ἢ] om. **E**. ΔΘΖ] corr. ex ΔΕΖ **CD**. 24 ΘΕ] ΔΕ **E**. 26 τὰ] **AE**, τὰ διὰ **BCDF**. ΑΒΓ, ΔΕΖ] in ras. **A**. 27 κάθετοι ⋕ **D**. τομάς] seq. schol. **E**. Mg. o⊃ **BC**. 29 ΔΕΖ] -Ε- supra scr. **C**. Ν] corr. ex Η $\mathbf{C}^2$. 31 ἐστιν **A**, comp. **C**. πρὸς] in ras. **C**. 32 αὐτῆς] αὐτῆς εὐθείας **E**.

circulorum parallelorum inter circulos maximos positi similes sunt.

iam dico, etiam arcus circulorum maximorum inter circulos parallelos positos aequales esse.

quoniam enim punctum Κ polus est circuli ΑΒΓΔ,[1] quattuor arcus ΚΑ, ΚΒ, ΚΓ, ΚΔ inter se aequales sunt (cfr. I def. 5). rursus, quoniam punctum Κ polus est circuli ΕΖΗΘ,[1] quattuor arcus ΚΕ, ΚΖ, ΚΗ, ΚΘ inter se aequales sunt (ib.); quare, quae relinquuntur quattuor arcus ΕΑ, ΖΒ, ΗΓ, ΘΔ, inter se aequales sunt.

ergo arcus circulorum maximorum inter circulos parallelos positi aequales sunt.

XI.

Si in aequalibus circulis in diametris segmenta circulorum aequalia et perpendicularia eriguntur, et ab iis arcus aequales ad terminos segmentorum abscinduntur minores quam dimidii totorum segmentorum, et a punctis ortis ad ambitus circulorum ab initio positorum aequales rectae adcidunt, ad terminos diametrorum aequales arcus circulorum ab initio positorum abscindent.

in aequalibus enim circulis ΑΒΓ, ΔΕΖ in diametris ΑΓ, ΔΖ segmenta circulorum aequalia et perpendicularia erigantur ΑΗΓ, ΔΘΖ, et ab iis arcus aequales ad terminos puncta Α, Δ abscindantur ΑΗ, ΔΘ minores quam dimidii totorum ΑΗΓ, ΔΘΖ, et a punctis Η, Θ ad ambitus circulorum ab initio positorum ΑΒΓ, ΔΕΖ rectae aequales adcidant ΗΒ, ΘΕ. dico, arcum ΑΒ arcui ΔΕ aequalem esse.

nam a punctis Η, Θ ad plana circulorum ΑΒΓ, ΔΕΖ perpendiculares ducantur; in communes igitur sectiones cadent (Eucl. XI app. I 3), hoc est in ΑΓ, ΔΖ. cadant et sint ΗΚ, ΘΛ, et sumantur centra circulorum ΑΒΓ, ΔΕΖ (Eucl. III 1) et sint puncta Μ, Ν, et iungantur ΚΒ, ΒΜ, ΛΕ, ΕΝ.

et quoniam ΗΚ ad planum circuli ΑΒΓ perpendicularis est, etiam ad omnes rectas eam tangentes et in plano circuli ΑΒΓ

1) Prop. I.

κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας. ἅπτεται δὲ αὐτῆς ἡ KB οὖσα ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπιπέδῳ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ HKB. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΘΛΕ γωνία ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ δύο τμήματα ἴσα ἐστὶ τὰ ΑΗΓ, ΔΘΖ, καὶ ἴσαι ἀπειλημμέναι εἰσὶ περιφέρειαι αἱ ΑΗ, ΔΘ, καὶ κάθετοι ἠγμέναι εἰσὶν αἱ ΚΗ, ΘΛ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΑΚ τῇ ΔΛ, ἡ δὲ ΗΚ τῇ ΘΛ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΗ τῇ ΘΕ, ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΘΕ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΒΗ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΗΚ, ΚΒ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΘΕ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΘΛ, ΛΕ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΗΚ, ΚΒ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΘΛ, ΛΕ· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΗΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΘΛ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΚΒ λοιπῷ τῷ ἀπὸ τῆς ΛΕ ἐστιν ἴσον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΒ τῇ ΛΕ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΜ τῇ ΔΝ, ὧν ἡ ΑΚ τῇ ΔΛ ἐστιν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΜ λοιπῇ τῇ ΛΝ ἐστιν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΜ τῇ ΝΕ ἴση· δύο δὴ αἱ ΚΜ, ΜΒ δύο ταῖς ΛΝ, ΝΕ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ βάσις ἡ ΚΒ βάσει τῇ ΛΕ ἐστιν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΚΜΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΛΝΕ ἐστιν ἴση. ἐν δὲ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ περιφέρεια τῇ ΔΕ περιφερείᾳ.

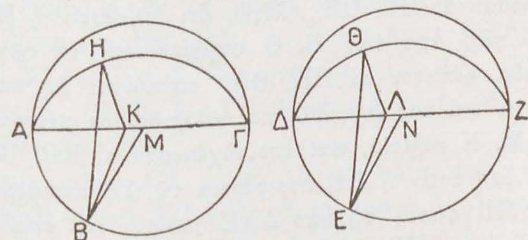
ιβ'.

Ἐὰν ἐν ἴσοις κύκλοις ἐπὶ διαμέτρων ἴσα καὶ ὀρθὰ τμήματα κύκλων ἐπισταθῇ, ἀπὸ δὲ αὐτῶν ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσι πρὸς τοῖς πέρασιν ἐλάττους ἢ ἡμίσειαι οὖσαι τῶν ὅλων τμημάτων, ἀπὸ δὲ τῶν κύκλων ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσιν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πρὸς τοῖς πέρασι τῶν διαμέτρων, αἱ ἐπὶ τὰ γενόμενα σημεῖα ἐπιζευγνύμεναι εὐθεῖαι ἴσαι ἔσονται ἀλλήλαις.

ἐν γὰρ ἴσοις κύκλοις τοῖς ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ διαμέτρων τῶν ΑΓ, ΔΖ ἴσα καὶ ὀρθὰ τμήματα κύκλων ἐφεστάτω τὰ ΑΗΓ, ΔΘΖ, καὶ ἀπ'

1 ὀρθὰς ποιήσει] -ὰς π- in ras. **C**. γωνίας] -ίας in ras. **C**. ante KB eras. B **C**. 2 HKB] -B e corr. **C**. 3 ἐστιν] **A**, comp. **C**, ἐστι **BDEF**. 4 ἐστὶν **A**, comp. **C**. ΑΗΓ] corr. ex ΑΒΓ **B**². ἴσαι] ἴσαι εἰσὶν **E**, om. **ABCDF**. εἰσὶ] εἰσὶν **A**, ἴσαι εἰσὶν **F**, ἴσαι εἰσὶ **BCDA**², om. **E**. περιφέρειαι —εἰσὶν (5)] om. **F**. 5 ΚΗ] **ADE**, ΗΚ **BCFA**². Ad fig. τοῦ ιβ **C** corr. in τοῦ ια **C**², nonnullas litt. renou. et rectam BH add. **C**²; H] N, Λ] K **E**. ante ΘΛ eras. KH **CF**. 6 AK] in ras. **C**. τῇ ΔΛ—ΘΕ] mg. **C**² (·b· mut. in ∴, κείμενον) in textu del. τῇ ΘΛ; mg. inf. alia manu post. ·/· ἡ δὲ ΗΚ—ΘΕ (pro BH hic hab. HB). Mg. ☾ **B**, ⚲ **C**. 7 ἐστὶ] ἐστὶν **A**, -ν eras. καὶ] om. **D**. 8 ἐστὶν **A**. ΗΚ—pr. τῶν (9)] om. **E**. 9 ἐστὶ (pr.)] del. **A**², sed rursus corr. τὰ ἄρα—ΛΕ (10)] om. **D**. ΗΚ] Η- corr. ex K in scrib. **C**. τοῖς] corr. ex τὰ in scrib. **C**. 12 KB] -B e corr. **E**. ΔΝ] corr. ex ΑΝ **A**, -N in ras. **B**. 13 ΛΝ] ΛΗ **E**. 14 ἔστιν **AB**. ΜΒ **E**. ΝΕ] Ν- in ras. **D**. ἴση] **E**, om. **ABCDF**. δύο (alt.)] mut. in δυσὶ **A**². 15 ἴσαι εἰσὶν] -αι εἰσ- in ras. **B**. 16 ΛΝΕ] corr. ex ΛΝ **A**. 19 ἴσαι **E**. 20 ιβ'] mg. ext. **B**². 21 ἐν] om. **CE**. 22 δὲ] δὲ τῶν **D**. 25 γενόμενα] mut. in γϊνόμενα **B**. 28 ἀπ'] corr. ex ὑπ' in scrib. **C**.

positas rectos angulos efficiet (Eucl. XI def. 3). tangit autem eam KB in plano circuli ΑΒΓ posita; ∠HKB igitur rectus est. similiter igitur demonstrabimus, etiam ∠ΘΛΕ rectum esse. et quoniam duo segmenta aequalia sunt ΑΗΓ, ΔΘΖ, et aequales



arcus abscisi sunt ΑΗ, ΔΘ, et perpendiculares ductae sunt ΚΗ, ΘΛ, erit ΑΚ = ΔΛ, ΗΚ = ΘΛ.[1] et quoniam ΒΗ = ΘΕ, erit etiam $BH^2 = \Theta E^2$. uerum $BH^2 = HK^2 + KB^2$, $\Theta E^2 = \Theta\Lambda^2 + \Lambda E^2$ (Eucl. I 47); quare $HK^2 + KB^2 = \Theta\Lambda^2 + \Lambda E^2$; quorum $HK^2 = \Theta\Lambda^2$; itaque, quod relinquitur $KB^2 = \Lambda E^2$, quod relinquitur; quare KB = ΛΕ. et quoniam ΑΜ = ΔΝ, quarum ΑΚ = ΔΛ, reliqua ΚΜ reliquae ΛΝ aequalis est. uerum etiam ΒΜ = ΝΕ; itaque duae ΚΜ, ΜΒ duabus ΛΝ, ΝΕ aequales sunt singulae singulis. et basis ΚΒ basi ΛΕ aequalis est; itaque ∠KMB = ∠ΛΝΕ (Eucl. I 8). in aequalibus autem circulis aequales anguli in aequalibus arcubus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus consistunt (Eucl. III 26); ergo arcus ΑΒ arcui ΔΕ aequalis est.

XII.

Si in aequalibus circulis in diametris segmenta circulorum aequalia et perpendicularia eriguntur, et ab iis arcus aequales ad terminos abscinduntur minores quam dimidii totorum segmentorum, a circulis autem ad easdem partes ad terminos diametrorum aequales arcus abscinduntur, rectae ad puncta ita orta ductae inter se aequales erunt.

nam in circulis aequalibus ΑΒΓ, ΔΕΖ in diametris ΑΓ, ΔΖ segmenta circulorum aequalia et perpendicularia erigantur ΑΗΓ, ΔΘΖ, et ab iis arcus aequales ad easdem partes ad terminos

1) Nam ductis ΗΑ, ΔΘ erit ∠HAK = ∠ΘΔΛ (Eucl. III 27) et ΗΑ = ΔΘ (Eucl. III 29); tum u. Eucl. I 26.

αὐτῶν ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πρὸς τοῖς πέρασι τῶν τμημάτων αἱ ΑΗ, ΔΘ ἐλάττους ἢ ἡμίσειαι οὖσαι τῶν ὅλων τμημάτων, ἀπὸ δὲ τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλων ἀφῃρήσθωσαν ἴσαι περιφέρειαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πρὸς τοῖς πέρασι τῶν διαμέτρων αἱ ΑΒ, ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΒ, ΘΕ. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΗΒ τῇ ΘΕ.

ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν Η, Θ σημείων ἐπὶ τὰ τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλων ἐπίπεδα κάθετοι αἱ ΗΚ, ΘΛ· πεσοῦνται δὴ ἐπὶ τὰς κοινὰς τομάς, τουτέστιν ἐπὶ τὰς ΑΓ, ΔΖ, καὶ εἰλήφθω τὰ κέντρα τῶν κύκλων καὶ ἔστω τὰ Μ, Ν σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΒΜ, ΛΕ, ΕΝ.

καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ περιφέρεια τῇ ΔΕ περιφερείᾳ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΜΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΝΕ γωνίᾳ. καὶ ἐπεὶ δύο τμήματα κύκλων ἴσα ἐστὶ τὰ ΑΗΓ, ΔΘΖ, καὶ ἀπειλημμέναι εἰσὶν ἴσαι περιφέρειαι αἱ ΑΗ, ΔΘ, καὶ κάθετοι ἠγμέναι εἰσὶν αἱ ΚΗ, ΘΛ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΑΚ τῇ ΔΛ, ἡ δὲ ΗΚ τῇ ΘΛ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΜ τῇ ΔΝ ἐστιν ἴση, ὧν ἡ ΑΚ τῇ ΔΛ ἐστιν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΜ λοιπῇ τῇ ΛΝ ἐστιν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΜ τῇ ΝΕ ἴση· δύο δὴ αἱ ΚΜ, ΜΒ δύο ταῖς ΛΝ, ΝΕ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΚΜΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΛΝΕ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΚΒ βάσει τῇ ΛΕ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΚ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας. ἅπτεται δὲ αὐτῆς ἡ ΚΒ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΚΒ γωνία. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΘΛΕ γωνία ὀρθή ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΗΚ τῇ ΘΛ, ἡ δὲ ΚΒ τῇ ΛΕ, δύο δὴ αἱ ΗΚ, ΚΒ δύο ταῖς ΘΛ, ΛΕ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ ὀρθὰς γωνίας περιέχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΗΒ βάσει τῇ ΘΕ ἐστιν ἴση.

ιγʹ.

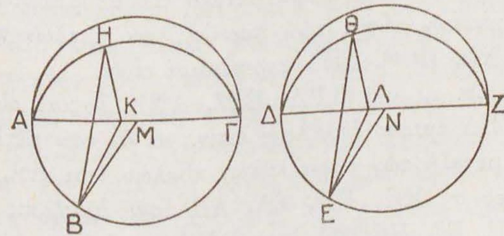
Ἐὰν ὦσιν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι, καὶ γραφῶσι μέγιστοι κύκλοι ἑνὸς μὲν αὐτῶν ἐφαπτόμενοι, τοὺς δὲ λοιποὺς τέμνοντες, αἱ μὲν τῶν

1 ἴσα? **D**. περιφέρειαι] **E**, om. **ABCDF**, post ἀπειλήφθωσαν supra add. **A**². ἐπὶ—περιφέρειαι (3)] om. **D**. πρὸς] **E**, om. **ABCF**. 2 πέρασιν **A**. ΔΘ] ΘΔ **B**. ἢ] supra scr. **A**. ἡμίσιαι **A**. 3 τμημάτων] **BEA**², supra add. **FC**², ἡμικυκλίων **ACF**. 4 πρὸς] **E**, om. **ABCDF**. 5 λέγω] λέγω δὴ **E**. 7 αἱ ΗΚ] e corr. **A**. 8 ΔΖ] ΔΕΖ **E**. εἰλήφθω **DF**. 9 καὶ (alt.)] om. **E**. 10 ΔΕ] δὲ **E**. ἐστὶ] **BD**, comp. **C**, ἐστὶν **AEF**. 11 ΔΕΝ **C**. δύο] corr. ex δὲ **C**. 12 τὰ] τῶ **B**. Post εἰσὶν del. ἡ ΚΗ, ΘΛ ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΑΚ **C**². 13 ΘΛ] ΛΘ **E**. 15 post ΔΛ del. ἡ δὲ ΗΚ τῇ ΘΛ **C**². 16 ΝΕ] in ras. **A**, -Ε e corr. **E**. δύο (alt.)] mut. in δυσὶ **A**², δυσὶ mg. **C**². ΛΝ] ΛΜ **AD**, corr. **A**². 17 ἴσαι] seq. ras. 1 litt. **E**. γωνία—βάσει (18)] βάσις ἡ ΚΒ βάσει τῇ ΛΕ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΚΜΒ $\overset{\omega}{\gamma}$ τῇ ὑπὸ ΛΝΕ ἐστιν ἴση· λοιπὴ ἄρα (-ὴ ἀ- in ras.) ἡ ΚΒ λοιπῇ **E**. 19 ΗΚ] Η- e corr. **A**. κύκλου] om. **E**. 21 post ΚΒ ins. οὖσα ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπιπέδῳ mg. **A**² (κείμενον). 22 ΗΚΒ] Η- in

segmentorum abscindantur ΑΗ, ΔΘ minores quam dimidii totorum segmentorum, a circulis autem ΑΒΓ, ΔΕΖ ad easdem partes ad terminos diametrorum aequales arcus abscindantur ΑΒ, ΔΕ, et iungantur ΗΒ, ΘΕ. dico, esse ΗΒ = ΘΕ.

a punctis enim Η, Θ ad plana circulorum ΑΒΓ, ΔΕΖ perpendiculares ducantur ΗΚ, ΘΛ; in communes igitur sectiones cadent (Eucl. XI app. I 3), hoc est in ΑΓ, ΔΖ, et sumantur centra circulorum (Eucl. III 1) et sint puncta Μ, Ν, et iungantur ΚΒ, ΒΜ, ΛΕ, ΕΝ.

et quoniam arcus ΑΒ arcui ΔΕ aequalis est, erit etiam ∠ΑΜΒ = ∠ΔΝΕ (Eucl. III 27). et quoniam duo segmenta circulorum aequalia sunt ΑΗΓ, ΔΘΖ, et arcus aequales abscisi sunt ΑΗ, ΔΘ, et perpendiculares ductae sunt ΚΗ, ΘΛ, erit ΑΚ = ΔΛ, ΗΚ = ΘΛ (Eucl. III 29; I 26). quoniam igitur ΑΜ = ΔΝ, quarum ΑΚ = ΔΛ, erit, quae relinquitur, ΚΜ = ΛΝ, quae relinquitur. uerum etiam ΒΜ = ΝΕ; duae igitur ΚΜ, ΜΒ duabus ΛΝ, ΝΕ aequales sunt singulae singulis. et ∠ΚΜΒ = ∠ΛΝΕ (Eucl. III 27); quare basis ΚΒ basi ΛΕ aequalis est (Eucl. I 4). et quoniam ΗΚ ad planum circuli ΑΒΓ perpendicu-



laris est, etiam ad omnes rectas eam tangentes et in plano circuli ΑΒΓ positas rectos angulos efficiet (Eucl. XI def. 3). tangit autem eam ΚΒ; ∠ΗΚΒ igitur rectus est. similiter igitur demonstrabimus, etiam ∠ΘΛΕ rectum esse. quoniam igitur ΗΚ = ΘΛ et ΚΒ = ΛΕ, duae ΗΚ, ΚΒ duabus ΘΛ, ΛΕ aequales sunt singulae singulis. et rectos angulos comprehendunt; ergo basis ΗΒ basi ΘΕ aequalis est (Eucl. I 4).

XIII.

Si in sphaera paralleli circuli sunt, et circuli maximi describuntur unum eorum contingentes, ceteros autem secantes,

ras. **A**. 24 ΚΒ (pr.)] Κ- in ras. **A**. ΛΕ] Λ- in ras. **A**, ΔΕ **E**. δὴ] renouat. in δὲ **C**². ΚΒ, ΗΚ **B**. δύο] mut. in δυσὶ **A**². 25 περιέχουσιν] **A**, περιέχουσι **BCDEF**. 26 ἴση] ἴση· ὅπερ ἔδει δεῖξαι **E**. In fig. Ε e corr. **C**, Δ corr. ex Α, Ν e corr. **C**², adscr. τοῦ $\overline{\iota\gamma}$ **C**, corr. in τοῦ $\overline{\iota\beta}$ **C**². 27 ιγʹ] mg. ext. **B**². 28 γραφῶσιν **A**, γραφῶσι̅ **C**.

παραλλήλων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν ἀσυμπτώτων ἡμικυκλίων τῶν μεγίστων κύκλων ὅμοιαί εἰσιν, αἱ δὲ τῶν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἴσαι εἰσίν.

ἔστωσαν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ, ΚΛ, καὶ γεγράφθωσαν μέγιστοι κύκλοι οἱ ΑΕΚΗΓΦΤ, ΒΖΛΘΔϒ ἑνὸς μὲν αὐτῶν τοῦ ΚΛ ἐφαπτόμενοι κατὰ τὰ Κ, Λ σημεῖα, τοὺς δὲ λοιποὺς τέμνοντες. λέγω, ὅτι αἱ μὲν τῶν παραλλήλων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν ἀσυμπτώτων ἡμικυκλίων τῶν μεγίστων κύκλων ὅμοιαί εἰσιν.

τίνες δέ εἰσιν αἱ μεταξὺ τῶν ἀσυμπτώτων ἡμικυκλίων, γνωσόμεθα οὕτως·

ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ οἱ μέγιστοι κύκλοι δίχα τέμνουσιν ἀλλήλους, ἡ ἄρα ΣΚΑΤ ἡμικυκλίου ἐστὶ περιφέρεια· ἡ ΚΑΤ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡμικυκλίου. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ΤΦΓΣ ἡμικυκλίου ἐστὶ περιφέρεια, ἡ ἄρα ΚΣΗΓΦΤ μείζων ἐστὶν ἡμικυκλίου. ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ΚΑΤ ἐλάσσων ἐστὶν ἡμικυκλίου· ἔστω οὖν ἡμικυκλίου ἡ ΚΑΤΦ. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ΣΒΤ ἡμικυκλίου ἐστὶ περιφέρεια, ἡ ἄρα ΛΣΒΤ μείζων ἐστὶν ἡμικυκλίου. κείσθω οὖν ἡμικυκλίου ἡ ΛΣΒϒ· τὸ ἄρα ἀπὸ τοῦ Κ ἡμικύκλιον, τουτέστι τὸ ΚΑΤΦ, ἀσύμπτωτόν ἐστι τῷ ἀπὸ τοῦ Λ ἡμικυκλίῳ, τουτέστι τῷ ΛΣΒϒ. ὁμοίως δὴ καὶ τὸ ΚΣΓΦ ἡμικύκλιον ἀσύμπτωτόν ἐστι τῷ ΛΔΤϒ ἡμικυκλίῳ· αἱ ἄρα μεταξὺ τῶν ἀσυμπτώτων ἡμικυκλίων τῶν μεγίστων κύκλων οὖσαι τῶν παραλλήλων κύκλων περιφέρειαι αἱ ΚΡΛ, ΕΞΖ, ΑΝΒ, ΗΟΘ, ΓΠΔ περιφέρειαί εἰσιν.

λέγω οὖν, ὅτι αἱ μὲν ΚΡΛ, ΕΞΖ, ΑΝΒ ὅμοιαί εἰσι καὶ ἔτι αἱ ΚΡΛ, ΗΟΘ, ΓΠΔ ὅμοιαι ἀλλήλαις εἰσίν, αἱ δὲ τῶν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν παραλλήλων κύκλων ἴσαι εἰσί, τουτέστιν ὅτι αἱ μὲν τέσσαρες αἱ ΕΚ, ΚΗ, ΖΛ, ΛΘ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, αἱ δὲ τέσσαρες αἱ ΑΕ, ΒΖ, ΗΓ, ΘΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

εἰλήφθω γὰρ ὁ πόλος τῶν παραλλήλων κύκλων καὶ ἔστω τὸ Μ σημεῖον, καὶ διὰ τοῦ Μ καὶ ἑκατέρου τῶν Κ, Λ σημείων μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΜΚΞΝ, ΜΛΟΠ.

καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΑΕΚΗΓΤ, ΚΛ ἐφάπτονται ἀλλήλων κατὰ τὸ Κ σημεῖον, διὰ δὲ τῶν τοῦ ἑνὸς πόλων τοῦ ΚΛ καὶ τῆς ἁφῆς μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΜΚΞΝ, ὁ ΜΚΞΝ ἄρα κύκλος

1 αἱ] in ras. **A**. μεταξὺ] με| postea add. **A**. ἀσύμπτωτ` **C**, sed corr. 3 παραλλήλων] παραλλήλων κύκλων **E**. εἰσίν] supra scr. ἴσαι **D**. 5 κύκλοι] comp. **C**, om. **BD**. ΑΕΚΗΓΦΤ] -ΕΚ- e corr. **A²**. ΒΖΛΘΔϒ] -ϒ in ras. **A**. 8 ὅμοιαί] -αί in ras. **E**. εἰσιν] **A**, εἰσι **BCDF** et εἰ- in ras. **E**. 11 οἱ] om. **A**. 14 ΚΣΗΓΦΤ] -ΣΗ- in ras. 3 litt. **C²**, ΚΣΓΦΤ **E**; Κ*ΗΓΦΤ, -Η- in ras. **D**. ἀλλὰ—pr. ἡμικυκλίου (15)] mg. **C²** (κείμενον). ΚΑΤ] κατα **E**. 15 ἡ (pr.)] καὶ ἡ **E**. ΣΒΤ] Σ- corr. ex Β in scrib. **C**. 16 ἐστὶν **E**. περιφέρεια] om. **E**. 18 τουτέστιν **A**. ΚΑΤΦ] -Α- e corr. in scrib. **C**. Λ] in ras. **D**. 19 τουτέστιν **A**. τῷ] corr. ex τὸ **B**. ΚΣΓΦ] mut. in

arcus circulorum parallelorum inter semicirculos non concurrentes circulorum maximorum positi similes sunt, arcus autem circulorum maximorum inter parallelos positi aequales sunt.

sint in sphaera circuli paralleli ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ, ΚΛ, et describantur circuli maximi ΑΕΚΗΓΦΤ, ΒΖΛΘΔϒ unum eorum ΚΛ contingentes in punctis Κ, Λ, ceteros autem secantes. dico, arcus circulorum parallelorum inter semicirculos non concurrentes circulorum maximorum positos similes esse.

quinam autem sint arcus inter semicirculos non concurrentes positi, intellegemus hoc modo:

quoniam in sphaera circuli maximi in binas partes aequales inter se secant (I 11), ΣΚΑΤ arcus semicirculi est; ΚΑΤ igitur minor est semicirculo. rursus, quoniam ΤΦΓΣ arcus est semicirculi, ΚΣΗΓΦΤ maior est semicirculo. uerum etiam ΚΑΤ minor est semicirculo; sit igitur ΚΑΤΦ arcus semicirculi. rursus, quoniam ΣΒΤ semicirculi est arcus, ΛΣΒΤ maior est semicirculo; ponatur igitur semicirculi arcus ΛΣΒϒ. semicirculus igitur a Κ ductus, hoc est ΚΑΤΦ, cum semicirculo ab Λ ducto, hoc est ΛΣΒϒ, non concurrit. similiter igitur etiam semicirculus ΚΣΓΦ cum semicirculo ΛΔΤϒ non concurrit; arcus igitur circulorum parallelorum inter semicirculos circulorum maximorum non concurrentes positi arcus ΚΡΛ, ΕΞΖ, ΑΝΒ, ΗΟΘ, ΓΠΔ sunt.

dico igitur, arcus ΚΡΛ, ΕΞΖ, ΑΝΒ similes esse, et praeterea ΚΡΛ, ΗΟΘ, ΓΠΔ inter se similes esse, maximorum autem circulorum arcus inter circulos parallelos positos aequales esse, hoc est quattuor arcus ΕΚ, ΚΗ, ΖΛ, ΛΘ inter se aequales esse, et quattuor ΑΕ, ΒΖ, ΗΓ, ΘΔ inter se aequales.

sumatur enim polus circulorum parallelorum (I 21) et sit punctum Μ, et per Μ punctumque utrumque Κ, Λ circuli maximi describantur (I 20) ΜΚΞΝ, ΜΛΟΠ.

et quoniam in sphaera duo circuli ΑΕΚΗΓΤ, ΚΛ inter se contingunt in puncto Κ, per alterius autem ΚΛ polos punctumque contactus descriptus est circulus maximus ΜΚΞΝ, circulus

ΚΣΗΓΦ **A²**. 20 ἔστιν **A**. ΛΔΤϒ] Λ- in ras. **D**. 22 ΗΟΘ] Η- corr. ex Ν? **C²**. περιφέρειαί] om. **E**. εἰσιν] **AF**, εἰσι **BCDE**. 23 εἰσιν **A**, εἰσῖ ·b. **C**. καὶ—εἰσίν (24)] mg. **C** (κείμενον). 24 ΚΡΛ] -Λ in ras **D**, corr. ex Α **A**. 25 αἱ] **BEA²**, om. **ACDF**. ἴσαι] om. **D**. εἰσίν **A**. 26 μὲν ·b. **C**. τέσσαρες—αἱ δὲ] mg. **C** (·b., Δ̈'). 27 post εἰσίν del. αἱ δὲ τέσσαρες αἱ ΑΕ, ΒΖ, ΗΓ **C**. 31 δύο] om. **F**. οἱ] δύο οἱ in ras. **F**. ΑΕΚΗΓΤ] **BE**, ΑΕ- in ras. **F**, pro -Ε- ras. 1 litt. **C**, -ΓΤ in ras. **D**; ΑΕΚΗΓΦ **A**, -ΓΦ e corr. seq. ras. 2 litt. 33 ΜΚΞϒ **C**, corr. **C²**. ΜΚΞϒ **C**, corr. **C²**. κύκλος] -ύκλ- in ras. **E**.

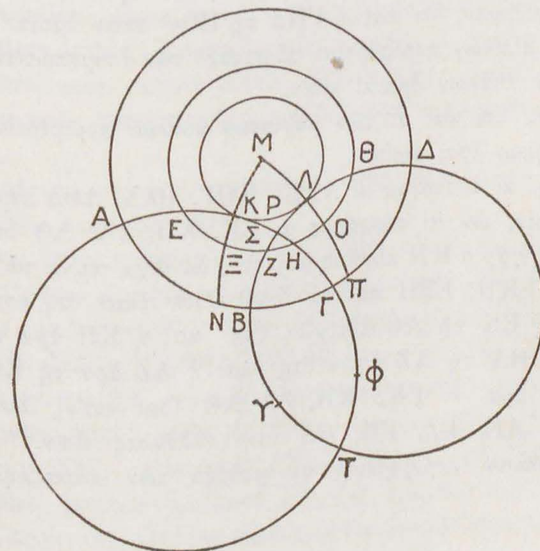
καὶ διὰ τῶν τοῦ ΑΕΚΗΓΤ ἥξει πόλων καὶ ἔσται ὀρθὸς πρὸς αὐτόν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ὁ ΜΛΟΠ ἥξει διὰ τῶν τοῦ ΒΖΛΘΔΤ πόλων καὶ ἔσται ὀρθὸς πρὸς αὐτόν. καὶ ἐπεὶ ἐν ἴσοις κύκλοις τοῖς ΑΕΚΗΓΤ, ΒΖΛΘΔΤ ἐπὶ διαμέτρων τῶν ἀπὸ τῶν Κ, Λ σημείων ἴσα καὶ ὀρθὰ τμήματα κύκλων ἐφέσταται τὰ ΚΜ, ΛΜ καὶ τὰ τούτοις συνεχῆ, ἀπὸ δὲ αὐτῶν ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλημμέναι εἰσὶν αἱ ΚΜ, ΜΛ ἐλάττους ἢ ἡμίσειαι οὖσαι τῶν ὅλων, καί ἐστιν ἡ ἀπὸ τοῦ Μ ἐπὶ τὸ Α ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἴση τῇ ἀπὸ τοῦ Μ ἐπὶ τὸ Δ ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ, ἴσας ἄρα περιφερείας ἀπολήψονται· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΚ περιφέρεια τῇ ΛΔ περιφερείᾳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΕΚ τῇ ΛΘ ἔσται ἴση. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ, ΑΕΚΗΓΤ τέμνουσιν ἀλλήλους, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΜΚΞΝ, ὁ ΜΚΞΝ ἄρα δίχα τεμεῖ τὰ ἀπειλημμένα τμήματα· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΑΕΚ περιφέρεια τῇ ΚΗΓ περιφερείᾳ, ἡ δὲ ΑΝ τῇ ΝΓ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ μὲν ΒΛ τῇ ΛΔ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΒΠ τῇ ΠΔ.

ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕΚ περιφέρεια τῇ ΛΘΔ περιφερείᾳ, καί ἐστι τῆς μὲν ΑΕΚ περιφερείας διπλῆ ἡ ΑΕΚΗΓ περιφέρεια, τῆς δὲ ΛΘΔ περιφερείας διπλῆ ἡ ΔΘΛΒ, καὶ ἡ ΑΕΚΗΓ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ΔΘΛΒ. καί εἰσιν ἴσοι οἱ κύκλοι· μέγιστοι γάρ εἰσιν· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Γ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ, καὶ διὰ τοῦτο ἡ ΑΒΓ περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ ΔΓΒ περιφερείᾳ. καί ἐστι τῆς μὲν ΑΒΓ περιφερείας ἡμίσεια ἡ ΑΝ, τῆς δὲ ΒΠΔ ἡμίσεια ἡ ΒΠ· καὶ ἡ ΑΝ ἄρα τῇ ΒΠ ἴση ἐστίν. κοινὴ

---

1 διὰ] om. **B**. ΑΕΚΗΓΤ] ΑΕΗΓΤ **C**; ΑΕΚΗΓ **A**, mut. in ΑΕΚΗΓΦ. αὐτόν] corr. ex αὐτό **C**. 2 ὁμοίως—αὐτόν (3)] om. **CD**. post ἥξει ins. καὶ **A**². 3 πόλων] corr. ex πόλου (?) **A**². 4 ΑΕΚΗΓΤ] -Κ- e corr. **A**²; deinde add. μέγιστοι γάρ εἰσι **E**. ΒΖΛΘΔΤ] seq. ras. **A**. ἀπὸ τῶν] supra scr. **B**. 5 ἐφέσταται] mut. in ἐφίσταται **B**. 7 καὶ—ΠΔ (15)] τοῦ παντὸς κύκλου **E**. τὸ] τοῦ **F**. 12 ΜΚΞΝ] -Ξ- in ras **F**. 16 ΑΕΚ] ΔΕΚ, Δ- e corr., **C**. Post περιφέρεια del. διπλῆ ἡ ΔΘΛΒ **C**². 17 ἐστιν **A**. ΑΕΚ] corr. ex ΛΕΚ **F**. ἡ—διπλῆ (18)] mg. **F**² (⁖, κείμενον). ΑΕΚΗΓ] -ΗΓ ex initio lin. seq. transposuit **A**². 18 ΔΘΛΒ] ΒΖΛΘΔ in ras. **A**². In fig. punctum Σ in ambitu circuli ΕΞΟΘ collocant codd., Ο mut. in Η **B**², Η adpos. **B**²; Κ] Μ **E**, qui multas ras. hab., mg. τὸ σχῆμα τοῦτο ζήτει βέλτιον ἐπὶ τοῦ τέλους τοῦ βιβλίου, f. 141ᵛ fig. repet., ΜΝ et ΜΠ rectae sunt, pro Κ hab. Μ, add. σχῆμα τοῦ $\overline{\iota\delta}$ κεφ' τοῦ θεοδοσίου σφαιρικῶν βᵒ; omnes litterae praeter Μ, Δ, Π, Β, Γ e corr. **C**², adscr. τοῦ $\overline{\iota\delta}$ **C**, corr. in τοῦ $\overline{\iota\gamma}$ **C**². ἴση] ἴ- in ras. mai. **A**. ἐστὶν **A**, comp. **C**. 19 ΔΘΛΒ] ΒΖΛΘΔ in ras. **A**². εἰσιν] e corr. **E**. 21 τοῦᵀ **C**. ἡ] inter duas ras. 1 litt. **A**, ʿ add. **A**². ΑΒΓ] ΑΓ **AD**, corr. **A**². ἴση] om. **E**. ἐστὶ] ἐστὶν **A**, ἐστι̅ **C**, om. **E**. 22 ΔΓΒ] ΔΓ- in ras. **E**, ΔΒ **AD**, corr. **A**². περιφερείᾳ] περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση **E**. τῆς] corr. ex τῇ **E**. 23 ΒΠΔ] mut. in ΒΓΔ **A**². τῇ] -ῇ e corr. **C**². ἴση] om. **E**. ἐστίν] **AE**, comp. **C**, ἐστί **BDF**.

ΜΚΞΝ etiam per polos circuli ΑΕΚΗΓΤ ueniet (prop. V) et ad eum perpendicularis erit (I 15). similiter igitur demonstrabimus, etiam circulum ΜΛΟΠ per polos circuli ΒΖΛΘΔΤ uenire et ad eum perpendicularem esse. et quoniam in aequalibus circulis ΑΕΚΗΓΤ, ΒΖΛΘΔΤ in diametris a punctis Κ, Λ ductis aequalia et perpendicularia segmenta circulorum erecta sunt ΚΜ, ΛΜ, et quae cum iis coniuncta sunt, ab iis autem abscisi sunt arcus aequales ΚΜ, ΜΛ minores quam dimidii totorum, et recta ab



Μ ad Α ducta rectae ab Μ ad Δ ductae aequalis est (I def. 5), aequales arcus abscindent (prop. XI); itaque arcus ΑΚ arcui ΛΔ aequalis est. eadem igitur de causa erit etiam ΕΚ = ΛΘ. et quoniam in sphaera duo circuli ΑΒΓΔ, ΑΕΚΗΓΤ inter se secant, per polos autem eorum circulus maximus ΜΚΞΝ descriptus est, ΜΚΞΝ segmenta abscisa in binas partes aequales secabit (prop. IX); itaque arcus ΑΕΚ arcui ΚΗΓ aequalis est et ΑΝ = ΝΓ. similiter igitur demonstrabimus, esse etiam ΒΛ = ΛΔ et ΒΠ = ΠΔ.

quoniam igitur arcus ΑΕΚ arcui ΛΘΔ aequalis est, et arcu ΑΕΚ duplo maior est ΑΕΚΗΓ, arcu autem ΛΘΔ duplo maior ΔΘΛΒ, erit etiam ΑΕΚΗΓ = ΔΘΛΒ. et circuli aequales sunt — maximi enim —; itaque recta ab Α ad Γ ducta rectae a Δ ad Β ductae aequalis est (Eucl. III 29), ideoque arcus ΑΒΓ arcui ΔΓΒ aequalis est (Eucl. III 28). et arcus ΑΒΓ dimidius est ΑΝ, arcus autem ΒΠΔ dimidius ΒΠ; quare etiam ΑΝ = ΒΠ.

προσκείσθω ἡ ΝΒ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΝΒ ὅλῃ τῇ ΝΒΠ ἐστιν ἴση. καί εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΝΒ περιφέρεια τῇ ΝΒΠ περιφερείᾳ. ἀλλ' ἡ ΝΒΠ τῇ ΚΛ ἐστιν ὁμοία· ἐὰν γὰρ ὦσιν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστοι κύκλοι γραφῶσιν, αἱ τῶν παραλλήλων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν μεγίστων κύκλων ὅμοιαί εἰσιν· καί εἰσιν αἱ ΚΛ, ΝΒΓΠ περιφέρειαι τῶν παραλλήλων κύκλων μεταξὺ οὖσαι τῶν μεγίστων τῶν ΜΝ, ΜΠ διὰ τῶν πόλων αὐτῶν ὄντων· καὶ ἡ ΑΝΒ ἄρα τῇ ΚΛ ἐστιν ὁμοία. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΕΞΖ τῇ ΚΛ ἐστιν ὁμοία· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῇ ΕΖ ὁμοία ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓΠΔ τῇ ΗΟΘ ἐστιν ὁμοία. αἱ ἄρα τῶν παραλλήλων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν ἀσυμπτώτων ἡμικυκλίων τῶν μεγίστων κύκλων ὅμοιαί εἰσιν.

λέγω δέ, ὅτι καὶ αἱ τῶν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἴσαι εἰσίν.

ἐπεὶ γὰρ αἱ τέσσαρες αἱ ΑΕΚ, ΚΗΓ, ΒΖΛ, ΛΘΔ περιφέρειαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ὧν αἱ τέσσαρες αἱ ΕΚ, ΚΗ, ΖΛ, ΛΘ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν [ὁμοίως γὰρ ὁ ΚΝ κύκλος μέγιστος ὢν δίχα τέμνει τὰ ἀπειλημμένα τμήματα τὰ ΕΚΗ, ΕΞΗ καὶ τὰ ΖΛΘ ΖΟΘ· ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ΕΚ τῇ ΚΗ. ἀλλ' ἡ ΕΚ τῇ ΛΘ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ ΚΗ ἄρα τῇ ΛΘ ἐστιν ἴση. ἀλλ' ἡ ΘΛ τῇ ΛΖ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΛΖ ἄρα τῇ ΚΗ ἐστιν ἴση. αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΕΚ, ΚΗ, ΖΛ ΛΘ ἴσαι εἰσίν], λοιπαὶ ἄρα αἱ τέσσαρες αἱ ΑΕ, ΒΖ, ΓΗ, ΘΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. αἱ ἄρα τῶν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ μεταξὺ τῶν παραλλήλων κύκλων ἴσαι εἰσίν.

ιδ'.

Κύκλου δοθέντος ἐν σφαίρᾳ ἐλάττονος τοῦ μεγίστου καὶ σημείου τινὸς ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ γράψαι διὰ τοῦ σημείου μέγιστον κύκλον ἐφαπτόμενον τοῦ δοθέντος.

ἔστω ὁ δοθεὶς ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒ ἐλάσσων ὢν τοῦ μεγίστου, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ ἔστω τὸ Β· δεῖ δὴ διὰ τοῦ Β σημείου γράψαι μέγιστον κύκλον ἐφαπτόμενον τοῦ ΑΒ κύκλου.

ἔστω γὰρ ὁ πόλος τοῦ ΑΒ κύκλου τὸ Γ σημεῖον, καὶ διὰ τῶν Γ,

1 προκείσθω **F**. ΝΒ] ΝΓΒ **E**. ΑΝΒ] ΑΝ- in ras. **A**. 2 εἴσιν **A**. ἐστὶ **C**. 3 ἡ] ἡ μὲν **C**. 6 εἴσιν (pr.)] **A**, εἰσι **BCDEF**. καί εἴσιν] ins. **A**^{2}. 8 ὄντων] || τῶν παραλλήλων ὄντων τῶν μεγίστων **E**. 9 τῇ ΚΛ ἐστιν ὁμοία] mg. **A**. ΑΒ] ΑΝΒ **E**. ἐστιν ὁμοία **E**. ἐστίν] mut. in ἐστὶ καὶ ἔτι **A**^{2}, comp. **C**. 10 δὴ] del. **A**^{2}. ΗΟΘ] ΗΟΘ καὶ τῇ ΚΡΛ **E**. 11 post τῶν del. παραλλήλων **C**. 12 ὅμοιαί—κύκλων (13)] mg. **C**. 13 δέ] γάρ **C**. 14 παραλλήλων] παραλλήλων κύκλων **E**. 15 Δ' **C**, ut solet. ἴσαι] ἴ- in ras. **A**. 16 ἄλλ$^{\text{αις}}$ **F**. 17 ὁμοίως—εἰσίν (21)] del. Nizze, recte. γὰρ] in ras. **A**. ὁ] mut. in οἱ **A**^{2}. Post ΚΝ add. ΛΠ **A**^{2}. κύκλος—ὢν] mut. in μέγιστοι

communis adiiciatur ΝΒ; itaque tota ΑΝΒ toti ΝΒΠ aequalis est. et eiusdem circuli sunt; itaque arcus ΑΝΒ arcui ΝΒΠ similis est. uerum ΝΒΠ arcui ΚΛ similis est (prop. X); si enim in sphaera paralleli circuli sunt, et per polos eorum circuli maximi describuntur, arcus circulorum parallelorum inter circulos maximos positi similes sunt; et arcus ΚΛ, ΝΒΓΠ circulorum parallelorum sunt inter circulos maximos ΜΝ, ΜΠ per polos eorum ductos positi; quare etiam arcus ΑΝΒ arcui ΚΛ similis est. similiter igitur demonstrabimus, etiam arcum ΕΞΖ arcui ΚΛ similem esse; quare etiam arcus ΑΒ arcui ΕΖ similis est. similiter igitur demonstrabimus, etiam arcum ΓΠΔ arcui ΗΟΘ similem esse. ergo arcus circulorum parallelorum inter semicirculos non concurrentes circulorum maximorum positi similes sunt.

dico autem, etiam arcus circulorum maximorum inter parallelos positos aequales esse.

quoniam enim quattuor arcus ΑΕΚ, ΚΗΓ, ΒΖΛ, ΛΘΔ inter se aequales sunt, quorum quattuor arcus ΕΚ, ΚΗ, ΖΛ, ΛΘ inter se aequales sunt [similiter enim circulus maximus ΚΝ segmenta abscisa ΕΚΗ, ΕΞΗ et ΖΛΘ, ΖΟΘ in binas partes aequales secat (prop. IX); quare ΕΚ = ΚΗ. demonstrauimus autem, esse ΕΚ = ΛΘ; quare etiam ΚΗ = ΛΘ. uerum ΘΛ = ΛΖ; quare etiam ΛΖ = ΚΗ. quattuor igitur arcus ΕΚ, ΚΗ, ΖΛ, ΛΘ aequales sunt], reliqui quattuor ΑΕ, ΒΖ, ΓΗ, ΘΔ inter se aequales sunt. ergo arcus circulorum maximorum inter circulos parallelos positi aequales sunt.

XIV.

Dato in sphaera circulo minore quam maximo punctoque aliquo in ambitu eius per hoc punctum circulum maximum describere datum circulum contingentem.

sit datus in sphaera circulus ΑΒ minor maximo, punctum autem in ambitu eius datum sit Β; oportet igitur per punctum Β circulum maximum describere circulum ΑΒ contingentem.

polus enim circuli ΑΒ sit punctum Γ, et per puncta Γ, Β

κύκλοι ὄντες **A**^{2}. τέμνει] mut. in τέμνουσι **A**^{2}. 19 ἐδείχθη] ἐστιν **E**. καὶ] ὥστε καὶ **E**. ΚΗ (alt.)] e corr. **C**, ΗΚ **E**. ἄρα] om. **E**. 19. 20 ἴση ἐστίν **E**. 20 ΚΗ] ΗΚ **E**. 21 τέσσαρες] δ$^{\text{εσ}}$ **D**, Δ' **C**. ἴσα **D**. εἰσίν] **A**, εἰσί **BCDEF**. λοιπαὶ—εἰσίν (22)] del. Nizze, iniuria. 22 δ$^{\text{εσ}}$ **D**, Δ' **C**. εἰσίν] corr. ex εἰσί **F**. 24 ἴσαι] -α- e corr. in scrib. **A**. εἰσί **B**. 25 ιδ'] mg. ext. **B**^{2}. 30 δὲ] supra scr. **A**^{2}. δὴ] postea ins. **A**. 32 ἔστω—κύκλου] om. **D**. ἔστω] mut. in εἰλήφθω **A**^{2}. Ante τὸ supra add. καὶ ἔστω **A**^{2}.

B σημείων μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΒΔ, καὶ τῇ, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου ἴση ἀπειλήφθω ἡ ΔΒ [οὐ γὰρ ἐγχωρεῖ τὴν ΒΓ εἶναι τεταρτημορίου· ἔσται γὰρ μέγιστος ὁ ΑΒ, ὅπερ οὐχ ὑπόκειται· οὐκ ἄρα ἡ ΓΒ τεταρτημορίου], καὶ πόλῳ μὲν τῷ Δ, διαστήματι δὲ τῷ ΔΒ, κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΒΖ· μέγιστος ἄρα ἐστὶν ὁ ΕΒΖ· ἡ γὰρ ἐκ τοῦ πόλου αὐτοῦ ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΑΒ, ΕΒΖ μεγίστου τινὸς κύκλου περιφέρειαν τοῦ ΓΒΔ κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον τὸ Β τέμνουσι τοὺς πόλους ἔχοντες ἐπ' αὐτοῦ, ἐφάψονται ἀλλήλων οἱ κύκλοι· ἐφάψεται ἄρα ὁ ΑΒ κύκλος τοῦ ΕΒΖ κύκλου. διὰ ἄρα τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Β γέγραπται μέγιστος κύκλος ὁ ΕΒΖ ἐφαπτόμενος τοῦ ΑΒ κύκλου κατὰ τὸ Β σημεῖον.

ιε'.

Κύκλου δοθέντος ἐν σφαίρᾳ ἐλάσσονος τοῦ μεγίστου καὶ σημείου τινὸς ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, ὅ ἐστι μεταξὺ αὐτοῦ τε καὶ τοῦ ἴσου τε καὶ παραλλήλου αὐτῷ, γράψαι διὰ τοῦ σημείου μέγιστον κύκλον ἐφαπτόμενον τοῦ δοθέντος κύκλου.

ἔστω ὁ δοθεὶς ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἐλάσσων τοῦ μεγίστου ὁ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, ὅ ἐστι μεταξὺ αὐτοῦ τε τοῦ ΑΒ καὶ τοῦ ἴσου τε καὶ παραλλήλου αὐτῷ, ἔστω τὸ Γ· δεῖ δὴ διὰ τοῦ Γ σημείου γράψαι μέγιστον κύκλον ἐφαπτόμενον τοῦ ΑΒ κύκλου.

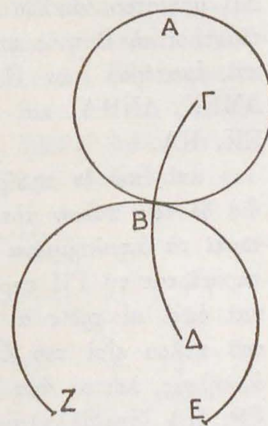
εἰλήφθω γὰρ ὁ πόλος τοῦ ΑΒ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Δ σημεῖον, καὶ πόλῳ μὲν τῷ Δ, διαστήματι δὲ τῷ ΔΓ, κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΕΖΗ, καὶ διὰ τῶν Δ, Γ σημείων μέγιστος κύκλος γεψράφθω ὁ ΔΓΘ.

ἡ δὴ ΒΓ ἤτοι ἐλάττων ἐστὶ τῆς, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου, ἢ ἴση ἢ μείζων.

ἔστω πρῶτον ἐλάττων, καὶ τῇ, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου, ἴση περιφέρεια ἀπειλήφθω ἡ ΒΘ, καὶ πόλῳ μὲν τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΒΘ, κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΒΗ· μέγιστος ἄρα ἐστὶν ὁ ΕΒΗ κύκλος· ἡ γὰρ ἐκ τοῦ

1 μέγιστος κύκλος] mut. in μεγίστου κύκλου περιφέρεια A². ὁ] mut. in ἡ A². τῇ] corr. ex τὴν A². ὑποτείνῃ ACF, corr. A² C². 2 γραφομένου E. 3 οὐ—τεταρτημορίου (4)] om. E, interpolata. 4 ΓΒ] ΒΓ B. 5 πόλος E. 7 ἐστὶ] ἐστὶν A, comp. C. 9 τοῦ] τὴν E. τέμνουσιν A. 11 ordinem uerborum in διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου mut. A² supra add. α γ β δ. B] ΒΓΕ AD, corr. A². 12 ἁπτόμενος E. In fig. A, Γ, Z add. C², E et C et C², τοῦ τὸ adscr. C²; ΓΔ per B non cadit in E. 14 ιε'] mg. ext. B². 15 ἐλάττονος E. 16 ἐστιν A. τοῦ ἴσου τε καὶ] om. C. 20 δὲ] postea ins. A, om. C. ἐστιν A, comp. C. 21 ΑΒ] ΑΒ κύκλου E. 24 τῷ (pr.)] τὸ D. 25 Γ, Δ B. ΔΓΘ] -Γ- e corr. E, ΔΒΓΘ C. 26 ἡ δὴ—ἐλάττων

circulus maximus describatur ΓΒΔ, et arcui, sub quo subtendit latus quadrati in circulo maximo inscripti, aequalis abscindatur ΔΒ [neque enim fieri potest, ut ΒΓ sit arcus quartae partis circuli; tum enim AB circulus maximus esset (I 17), quod contra hypothesin est; itaque ΓΒ arcus quartae partis circuli non est], et polo Δ, radio autem ΔΒ, circulus describatur ΕΒΖ; maximus igitur est ΕΒΖ (I 17); nam recta a polo eius ducta lateri quadrati in circulo maximo inscripti aequalis est. et quoniam in sphaera duo circuli AB, ΕΒΖ ambitum circuli maximi ΓΒΔ in eodem puncto B secant polos in eo habentes, circuli inter se contingent (prop. III); itaque circulus AB circulum ΕΒΖ continget. ergo per datum punctum B circulus maximus descriptus est ΕΒΖ circulum AB in puncto B contingens.



XV.

Dato in sphaera circulo minore quam maximo punctoque aliquo in superficie sphaerae, quod inter illum circulumque ei aequalem parallelumque positum est, per hoc punctum circulum maximum describere datum circulum contingentem.

sit datus in sphaera circulus AB minor maximo, punctum autem in superficie sphaerae datum, quod inter ipsum AB circulumque ei aequalem parallelumque positum est, sit Γ; oportet igitur per punctum Γ circulum maximum describere circulum AB contingentem.

sumatur enim polus circuli AB (I 21) et sit punctum Δ, et polo Δ, radio autem ΔΓ circulus describatur ΓΕΖΗ, et per puncta Δ, Γ circulus maximus describatur ΔΓΘ (I 20).

ΒΓ igitur aut minor est arcu, sub quo latus quadrati in circulo maximo inscripti subtendit, aut aequalis aut maior.

primum minor sit, et arcui, sub quo latus quadrati in circulo maximo inscripti subtendit, aequalis abscindatur arcus ΒΘ, et polo Θ, radio autem ΒΘ, circulus describatur ΕΒΗ; maximus igitur est circulus ΕΒΗ (I 17); nam recta a polo eius ducta la-

(28)] E, om. ABCDF. δὴ] scripsi, δὲ E. 28 τῇ] τὴν E. ὑποτείνῃ AE, corr. A. ἡ] supra scr. E. 29 περιφερείᾳ A.

πόλου αὐτοῦ ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου· καὶ ἐφάψεται τοῦ ΑΒ· δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΕΒΗ, ΑΒ μεγίστου κύκλου περιφέρειαν τὴν ΔΒΓΘ κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον τέμνουσι τὸ Β τοὺς πόλους ἔχοντες ἐπ᾽ αὐτοῦ. καὶ διὰ τοῦ Δ σημείου καὶ ἑκατέρου τῶν Ε, Η σημείων μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΔΜΕΚ, ΔΝΗΛ, καὶ τῇ ΓΘ περιφερείᾳ ἴση ἀπειλήφθω ἑκατέρα τῶν ΕΚ, ΗΛ.

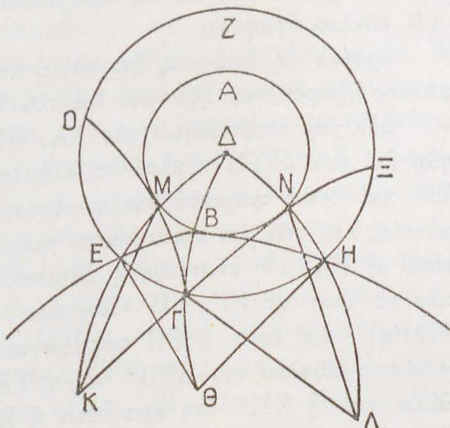
καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΕΒΗ, ΖΕΓΗ τέμνουσιν ἀλλήλους, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΔΒΓΘ, δίχα ἄρα τεμεῖ τὰ ἀπειλημμένα τμήματα τῶν κύκλων· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΕΓ περιφέρεια τῇ ΓΗ περιφερείᾳ, ἡ δὲ ΕΒ περιφέρεια τῇ ΒΗ περιφερείᾳ. καὶ ἐπεὶ αἱ τρεῖς αἱ ΔΜΕ, ΔΒΓ, ΔΝΗ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἐκ γὰρ τοῦ πόλου εἰσὶ τοῦ ΖΕΗ κύκλου· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ΔΜ, ΔΒ, ΔΝ ἴσαι ἀλλήλαις, λοιπαὶ ἄρα αἱ ΜΕ, ΒΓ, ΝΗ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ καὶ αἱ ΕΚ, ΓΘ, ΗΛ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅλαι ἄρα αἱ ΜΚ, ΒΘ, ΝΛ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καί ἐστιν ἡ ΒΘ ἴση τῇ, ὑφ᾽ ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου· καὶ αἱ ΜΚ, ΝΛ ἄρα ἴσαι εἰσὶ τῇ, ὑφ᾽ ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρά. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΔΒΓΘ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΖΕΓΗ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· ὁ ΔΒΓΘ ἄρα ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΖΕΓΗ κύκλον. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ὁ ΔΝΗΛ ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΖΕΓΗ, καὶ ἔτι ὁ ΔΜΕΚ ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΖΕΓΗ.

καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΝ, ΛΓ, ΘΕ. καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ ΖΕΓΗ ἐπὶ διαμέτρων τῶν ἀπὸ τῶν Γ, Η σημείων ἴσα καὶ ὀρθὰ τμήματα κύκλων ἐφέσταται τὰ ΓΘ, ΗΛ καὶ τὰ τούτοις συνεχῆ, καὶ ἀπ᾽ αὐτῶν ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλημμέναι εἰσὶν αἱ ΓΘ, ΗΛ ἐλάττους ἢ ἡμίσειαι οὖσαι τῶν ὅλων, καί ἐστιν ἴση ἡ ΕΓ περιφέρεια τῇ ΓΗ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΕ τῇ ΛΓ. τετραγώνου δὲ ἡ ΘΕ· καὶ ἡ ΛΓ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ

1 παύλου **E**. ἐστὶ] seq. ras. **E**, ἐστὶν **A**, comp. **C**. 2 ἐγγραφομένου **F**. ΕΒΗ | ΑΒ, -Η ins. postea, ante Α- ras., **F**. 6 ΔΜΚΕ **E**. ΔΝΚΛ **B**, sed corr. (?). 10 ἀ|πειλημμένα, ἀ- in ras., -π- ins., **A**. 11 περιφερείᾳ (pr.)] **E**, om. **ABCDF**. περιφέρεια (alt.)] om. **E**. περιφερείᾳ] om. **E**. 12 τρεῖς] $\widehat{\Gamma}$ **D**. ΔΜΕ, ΔΒΓ, ΔΝΗ] **E**, ΔΕ ΔΓ ΔΗ **ABCDF**. In fig. Γ om. **A**; rectam ΜΚ hab. **E**, om. **ABCDF**, rectam ΝΛ eras. **F**; Δ e corr. **C**^{2}; litt. Ε et Η bis **B**^{2}**F** ex transpositione; Ο e corr., Γ om. **E**; fig. repetunt in fol. verso **CD**, in **C** litt. Β, Ε, Ν transpositae; rectam ΚΓ om. codd. 13 εἰσὶν (pr.) **A**. κύκλου] om. **D**. εἰσὶν (alt.) **A**. 14 Post ἴσαι supra add. ἀλλήλαις **A**^{2}. 15 ΜΚ] e corr. in scrib. **C**. ΒΘ] ΑΘ **E**. 16 εἰσίν] **A**, εἰσί **BCDEF**. ὑποτείνῃ **AF**, corr. **A**^{2}. 17 ΝΛ] Ν- e corr. **C**. 18 ὑφ'—ἡ] **E**, om. **ABCDF**. πλευρά] **E**, πλευρᾶ **B** et seq. ras. 1 litt. **C**, πλευρᾶι **ADF**. 19 τῶν] corr. ex τὸν **C**. 20 τεμεῖ] τέμνει **E**. 21 ἐστιν **A**, comp. **C**. 22 τὸν] τὸ **B**. καὶ (alt.)] in ras. **D**. καὶ ἔτι—ΖΕΓΗ (23)] om. **F**. 24 καὶ (pr.)] **ADE**, del.

teri quadrati in circulo maximo inscripti aequalis est; et circulum ΑΒ continget (prop. III); nam duo circuli ΕΒΗ, ΑΒ ambitum circuli maximi ΔΒΓΘ in eodem puncto Β secant polos in eo habentes. et per punctum Δ et utrumque punctum Ε, Η circuli maximi describantur ΔΜΕΚ, ΔΝΗΛ, et arcui ΓΘ aequalis abscindatur uterque ΕΚ, ΗΛ.

et quoniam in sphaera duo circuli ΕΒΗ, ΖΕΓΗ inter se secant, per polos autem eorum circulus maximus descriptus est ΔΒΓΘ, segmenta circulorum abscisa in binas partes aequales secabit (prop. IX); itaque arcus ΕΓ arcui ΓΗ aequalis est, arcus autem ΕΒ arcui ΒΗ aequalis. et quoniam tres arcus ΔΜΕ, ΔΒΓ, ΔΝΗ inter se aequales sunt (I def. 5) — nam a polo circuli ΖΕΗ ducti sunt —, uerum etiam ΔΜ, ΔΒ, ΔΝ inter se aequales (ibid.), qui relinquuntur, ΜΕ, ΒΓ, ΝΗ aequales sunt. uerum etiam ΕΚ, ΓΘ, ΗΛ inter se aequales sunt; quare toti ΜΚ, ΒΘ, ΝΛ inter se aequales sunt. et ΒΘ arcui, sub quo latus quadrati in circulo maximo inscripti subtendit, aequalis est; quare etiam ΜΚ, ΝΛ arcui, sub quo latus quadrati subtendit, aequales sunt. et quoniam in sphaera circulus maximus ΔΒΓΘ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΖΕΓΗ per polos secat, et in duas partes aequales eum secabit et ad rectos angulos (I 15); itaque ΔΒΓΘ ad circulum ΖΕΓΗ perpendicularis est. similiter igitur demonstrabimus, etiam ΔΝΗΛ ad ΖΕΓΗ perpendicularem esse, et denique ΔΜΕΚ ad ΖΕΓΗ perpendicularem.



et iungantur ΛΝ, ΛΓ, ΘΕ. et quoniam in circulo ΖΕΓΗ in diametris a punctis Γ, Η ductis segmenta circulorum aequalia et perpendicularia erecta sunt ΓΘ, ΗΛ, et quae cum iis coniuncta sunt, et ab iis aequales arcus abscisi sunt ΓΘ, ΗΛ minores quam dimidii totorum, et arcus ΕΓ arcui ΓΗ aequalis est, erit etiam ΘΕ = ΛΓ (prop. XII). ΘΕ autem latus est qua-

A^2, om. **BCF**. ἐπεζεύχθωσαν] -θω- in ras. **A**. ΛΝ] **D**, Λ- e corr. **A**, ΝΛ **É**, ΛΗ **BCF**. ἐπεὶ] fort. scrib. ἐπὶ. 26 ΓΗ, ΘΛ **C**. 27 ἴσαι] in ras. **A**. ΓΗ, ΘΛ **C**. 29 ΘΕ] ÷ add. **F**^{2}, ΘΕ ἐκ γὰρ τοῦ πόλου ἐστὶ τοῦ ΕΒΗ κύκλου **E** (schol.). ἴση] ἴ- in ras. **A**.

τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΛΝ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΛ τῇ ΛΝ· ὁ ἄρα πόλῳ τῷ Λ, διαστήματι δὲ τῷ ΛΓ, κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Ν σημείου. ἐρχέσθω καὶ ἔστω ὡς ὁ ΓΝΞ. μέγιστος ἄρα ἐστὶν ὁ ΓΝΞ· ἡ γὰρ ἐκ τοῦ πόλου αὐτοῦ ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι μεγίστου τινὸς κύκλου περιφέρειαν τὴν ΔΝΗΛ κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον τέμνουσι τὸ Ν τοὺς πόλους ἔχοντες ἐπ᾽ αὐτοῦ, ἐφάψονται ἄρα ἀλλήλων· ὁ ΓΝΞ ἄρα τοῦ ΑΒ κύκλου ἐφάψεται.

ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ὁ πόλῳ τῷ Κ, διαστήματι δὲ τῷ ΚΓ, κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Μ σημείου.

ἐὰν γὰρ ἐπιζεύξωμεν τὰς ΓΚ, ΘΗ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται [ὁμοίως γὰρ ἐπὶ τοῦ ΖΕΓΗ κύκλου ἐπὶ διαμέτρων τῶν ἀπὸ τῶν Θ, Γ σημείων ἴσα καὶ ὀρθὰ τμήματα κύκλων ἐφέσταται τὰ ΕΚ, ΓΘ καὶ τὰ συνεχῆ αὐτοῖς, καὶ τῶν μὲν ἐφεστηκότων τμημάτων ἴσαι περιφέρειαι ἀφῃρημέναι εἰσὶν αἱ ΕΚ, ΓΘ ἐλάττους ἢ ἡμίσειαι οὖσαι τῶν ὅλων, τοῦ δὲ ἐξ ἀρχῆς κύκλου ἴσαι αἱ ΕΓ, ΓΗ· ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΓΚ εὐθεῖα τῇ ΘΗ εὐθείᾳ]. καί ἐστιν ἡ ΘΗ τετραγώνου πλευρά· ἐκ γὰρ τοῦ πόλου ἐστὶ μεγίστου κύκλου τοῦ ΕΒΗ· καὶ ἡ ΓΚ ἄρα τετραγώνου ἔσται πλευρά. ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΜ τῇ ΚΓ· ὁ ἄρα πόλῳ τῷ Κ, διαστήματι δὲ τῷ ΚΓ, κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Μ σημείου καὶ ἔσται ὡς ὁ ΓΜΟ καὶ ἐφάψεται τοῦ ΑΒ κύκλου· καὶ γίγνεται διχῶς τὸ πρόβλημα.

διὰ ἄρα τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ, ὅ ἐστι μεταξὺ τοῦ ΑΒ καὶ τοῦ ἴσου τε καὶ παραλλήλου αὐτῷ μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΓΝΞ καὶ ὁ ΓΜΟ.

ἐὰν δὲ ἡ ΒΓ ἴση ᾖ τῇ, ὑφ᾽ ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου, τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευάσαντες ἀποδείξομεν οὕτως·

---

1 κύκλον] om. **E**. 2 ΛΝ] ☾ add. **F**^{2}. 3 ΛΝ] corr. ex ΛΗ **F**. πόλω seq. ras. 1 litt. **A**. 8 ΔΝΗΛ] corr. ex ΑΝΗΛ **A**. τέμνουσιν **A**. 9 ἄρα (pr.)] om. **E**. ὁ] οἱ κύκλοι· ἐφάψεται ἄρα καὶ ὁ **E**. ἄρα (alt.)] κύκλος **E**. 10 ἐφάψεται] om. **E**. 11 Κ] corr. ex Η (?) **F**. 13 ΓΚ] ΓΚΣ **E**. ὁμοίως—εὐθείᾳ (19)] **E**, om. **ABCDF**. 19 πλευρά] $\frac{\lambda}{\pi}$ **E**. ἐστὶ] **ABCDF**, ἐστὶ τοῦ **EA**^{2}. 20 ΕΒΗ] corr. ex ΣΒΗ **B**^{2}. ἡ ΓΚ] corr. ex ΗΓΚ **A**. 21 ΚΜ (pr.)] -Μ in ras. **A**^{2}, e corr. **D**; Μ **C**. ΚΜ] **ACE**, ΚΝ **D**, ΚΓ **BFA**^{2}. ΚΓ] **ACDE**, ΚΜ **BFA**^{2}. 22 γραφόμενος] **EA**^{2}, ἐγγραφόμενος **ABCDF**. 23 γίνεται **BC**. 25 διὰ—σημείου] mut. in διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου litt. α—γ—β—δ supra add. **A**^{2}. post ΑΒ supra add. κύκλου **A**^{2}. 27 Post ΓΜΟ add. ὁμοίως γὰρ ἐροῦμεν· ἐπεὶ (corr. ex ἐπὶ **A**) κύκλου τοῦ ΕΖΗΓ ἐπὶ διαμέτρων τῶν ἀπὸ (τοῦ add. **C**) Ε, Γ σημείων ἴσα καὶ ὀρθὰ τμήματα (τήματα

drati (I 16); quare etiam ΛΓ lateri quadrati in circulo maximo inscripti aequalis est. uerum etiam ΛΝ latus est quadrati in circulo maximo inscripti; quare ΓΛ = ΛΝ; itaque circulus polo Λ, radio autem ΛΓ, descriptus etiam per punctum Ν ueniet. ueniat et sit ut ΓΝΞ. maximus igitur est circulus ΓΝΞ (I 17); nam recta a polo eius ducta lateri quadrati in circulo maximo inscripti aequalis est. et quoniam in sphaera duo circuli ambitum circuli alicuius maximi ΔΝΗΛ in eodem puncto Ν secant polos in eo habentes, inter se contingent (prop. III); itaque circulus ΓΝΞ circulum ΑΒ continget.

similiter igitur demonstrabimus, etiam circulum polo Κ, radio autem ΚΓ, descriptum per punctum Μ quoque uenire.

si enim ΓΚ, ΘΗ duxerimus, inter se aequales erunt [similiter enim in circulo ΖΕΓΗ in diametris a punctis Θ, Γ[1]) ductis segmenta circulorum aequalia et perpendicularia erecta sunt ΕΚ, ΓΘ, et quae cum iis coniuncta sunt, et a segmentis erectis aequales arcus abscisi sunt ΕΚ, ΓΘ minores quam dimidii totorum, a circulo autem ab initio posito arcus aequales ΕΓ, ΓΗ; itaque recta ΓΚ = ΘΗ (prop. XII)]. et ΘΗ latus quadrati est (I 16); nam a polo circuli maximi ΕΒΗ ducta est; quare etiam ΓΚ latus est quadrati. uerum etiam ΚΜ; itaque ΚΜ = ΚΓ; circulus igitur polo Κ, radio autem ΚΓ, descriptus etiam per punctum Μ ueniet et erit ut ΓΜΟ, et circulum ΑΒ continget; et duobus modis efficitur, quod proposuimus.

ergo per datum punctum Γ, quod inter ΑΒ et circulum ei aequalem parallelumque positum est, circulus maximus descriptus est ΓΝΞ itemque ΓΜΟ.

sin ΒΓ arcui, sub quo latus quadrati in circulo maximo inscripti subtendit, aequalis est, iisdem, quae antea, comparatis demonstratio haec erit:

C) κύκλων ἐφέσταται (mut. in ἐφίσταται **B**^{2}) τὰ ΕΚ, ΓΘ καὶ τὰ τούτοις (**BFA**^{2}, τοῦ' **C**, om. **AD**) συνεχῆ, καί ἐστιν ἴση ἡ ΕΓ περιφέρεια τῇ ΓΗ περιφερείᾳ, ἴση ἄρα ἐστὶ (ἐστὶν **AB**, comp. **C**) καὶ (om. **B**) ἡ ΓΚ εὐθεῖα τῇ ΘΗ εὐθείᾳ. τετραγώνου δὲ ἡ ΘΗ· ἐκ πόλου γὰρ τοῦ ΕΒΗ κύκλου· τετραγώνου ἄρα καὶ ἡ ΓΚ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΚΜ τετραγώνου· ὁ (supra scr. **A**) ἄρα πόλῳ μὲν τῷ Κ, διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Γ, Μ, κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ λοιποῦ· καὶ φανερόν, ὅτι ἐφάψεται τοῦ ΑΒ (mut. in ΑΒΓ **A**^{2}) **ABCDF**, quae Theodosii non esse, intellexit Nizze. 28 ἐὰν] scripsi, εἰ **ABCDEF**. ἡ ΒΓ—κατασκευάσαντες (30)] **E**, τις λέγοι (λε with Γ above **C**) τὴν ἀπολαμβανομένην ἴσην τῇ τοῦ τετραγώνου πλευρᾷ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου εἶναι τὴν ΒΓ **ABCDF**. $\frac{\lambda}{\pi}$ **E**. 29 εἰσ^{τ''} **E**. 30 δείξομεν **B**.

1) Immo Θ, Ε.

ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΓ ἑκατέρᾳ τῶν ΔΕ, ΔΗ, ὧν ἡ ΔΒ ἴση ἐστὶν ἑκατέρᾳ τῶν ΔΜ, ΔΝ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΓ ἴση ἐστὶν ἑκατέρᾳ τῶν ΝΗ, ΕΜ. τετραγώνου δὲ ἡ ΒΓ· τετραγώνου ἄρα ἐστὶ καὶ ἑκατέρα τῶν ΝΗ, ΕΜ. ἐπεὶ οὖν τετραγώνου ἐστὶν ἡ ΝΗ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΗΓ· ἐκ τοῦ πόλου γὰρ τοῦ ΕΒΗ κύκλου ἐστὶν ἡ ΗΓ· ἴση ἐστὶν ἡ ΝΗ τῇ ΓΗ· ὁ ἄρα πόλῳ τῷ Η, διαστήματι δὲ τῷ ΓΗ, γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Ν σημείου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ὁ πόλῳ τῷ Ε, διαστήματι δὲ τῷ ΕΓ, κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Μ σημείου· καὶ ἔσται διχῶς τὸ πρόβλημα.

ἐὰν δὲ μείζων ᾖ τεταρτημορίου ἡ ΒΓ, ἀναπληρώσομεν τὸν ΔΒΓΘ κύκλον ἕως τοῦ ἑτέρου πόλου, καὶ ἐλάττονος γινομένης τεταρτημορίου τῆς ἀπὸ τοῦ Γ ἕως τοῦ πόλου τοῦ παραλλήλου τῷ ΑΒ κύκλου τοῦ Φ· ἡμικυκλίου γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ τοῦ ΑΒ κύκλου πόλου τοῦ Δ ἕως τοῦ ἑτέρου πόλου τοῦ Φ, μείζων δὲ τεταρτημορίου ἡ ΒΓ· ἀφαιρήσομεν ἴσην τῇ, ὑφ᾽ ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρά, καὶ ἐπιζεύξαντες καὶ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατασκευάσαντες δείξομεν τὸν διὰ τοῦ Γ σημείου γραφόμενον κύκλον ἐφαπτόμενον τοῦ δοθέντος κύκλου [τοῦ ΑΒ δηλαδή].

ιϛʹ.

Οἱ ὁμοίας ἀφαιροῦντες περιφερείας ἐν σφαίρᾳ μέγιστοι κύκλοι παραλλήλων τινῶν κύκλων ἤτοι διὰ τῶν πόλων εἰσὶ τῶν παραλλήλων ἢ τοῦ αὐτοῦ τῶν παραλλήλων ἐφάπτονται.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστοι κύκλοι οἱ ΑΕΗΓ, ΒΖΘΔ παραλλήλων τινῶν κύκλων τῶν ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ ὁμοίας ἀφαιρείτωσαν περιφερείας τὰς μεταξὺ αὐτῶν, τουτέστι τὴν ΑΒ τῇ ΕΖ ὁμοίαν. λέγω, ὅτι οἱ ΑΕΗΓ, ΒΖΘΔ ἤτοι διὰ τῶν πόλων εἰσὶ τῶν παραλλήλων ἢ τοῦ αὐτοῦ ἐφάπτονται τῶν παραλλήλων.

ἤτοι γὰρ ὁ ΑΗΓ κύκλος διὰ τῶν πόλων ἐστὶ τῶν παραλλήλων ἢ οὔ.

ἔστω πρότερον διὰ τῶν πόλων τῶν παραλλήλων. λέγω, ὅτι καὶ ὁ ΒΘΔ κύκλος διὰ τῶν πόλων ἐστὶ τῶν παραλλήλων, τουτέστιν ὅτι τὸ Κ σημεῖον πόλος ἐστὶ τῶν παραλλήλων κύκλων τῶν ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ.

---

1 ΔΓ] ΓΔ **F**. 2 ΔΝ] post spat. 2 litt. **B**, post spat. 5 litt. **C**, in spatio 2 + 6 litt. **F**². 4 ΕΜ] Ε- in ras. **D**. ἐστὶν] -ν in ras. **A**. ἡ (pr.)] in ras. **A**. ΝΗ] **E**, ΗΝ **BCDF** et in ras. **A**. ἀλλὰ] **E**, om. **ABCDF**. καὶ ἡ] in ras. **A**. ΗΓ] **E**, ΓΗ **BDF** et in ras. **A**, -Η e corr. in scrib. **C**. ἐκ] in ras. **A**. τοῦ] **E**, om. **ABCDF**. 5 πόλου] in ras. **A**. ΕΒΗ] corr. ex ΘΒΗ **B**, ΒΗ **C**. ἐστὶν ἡ] **E**, om. **ABCDF**. ΗΓ] scripsi, ΚΓ **E**, om. **ABCDF**. ἴση] **E**, ἴση ἄρα **ABCDF**. 9 des. f. 246ᵛ col. 1 **F**, quarta pars col. 2 uacat. 10—17 **E**, om. **ABCDF**. 10 ἐὰν] scripsi, εἰ **E**. ἀναπληρώσωμεν **E**. 13 τοῦ τοῦ] scripsi, τοῦ **E**. 16 κατασκευάσαντες] scripsi, κατασκευάσασι **E**. 17 τοῦ ΑΒ δηλαδή] deleo. 18 ιϛʹ] mg. ext. **B**². 19 ὁμοίως **B**. 21 supra τοῦ αὐτοῦ scr. ἤτ ἑνός **A**². 22 ΑΕΗΓ] **E**,

quoniam ΔΓ utrique ΔΕ, ΔΗ aequalis est, quorum ΔΒ utrique ΔΜ, ΔΝ aequalis est, qui relinquitur, ΒΓ utrique ΝΗ, ΕΜ aequalis est. ΒΓ autem latus quadrati est; quare etiam utraque ΝΗ, ΕΜ latus est quadrati. quoniam igitur ΝΗ latus est quadrati, uerum etiam ΗΓ (I 16) — nam a polo circuli ΕΒΗ ducta est ΗΓ[1]) —, erit ΝΗ = ΓΗ; circulus igitur polo Η, radio autem ΓΗ, descriptus etiam per punctum Ν ueniet. similiter igitur demonstrabimus, etiam circulum polo Ε, radio autem ΕΓ, descriptum per punctum Μ quoque uenire; et duobus modis effectum erit, quod proposuimus.

sin maior quarta parte est ΒΓ, circulum ΔΒΓΘ ad alterum polum explebimus, et cum arcus a Γ ad polum circuli circulo ΑΒ paralleli Φ ductus minor sit quarta parte — nam arcus a polo Δ circuli ΑΒ ad alterum polum Φ (cfr. prop. I) ductus semicirculi est, et ΒΓ maior quarta parte —, arcum ei aequalem, sub quo latus quadrati subtendit, abscindemus, et ductis rectis iisdemque, quae antea, comparatis demonstrabimus, circulum per punctum Γ ductum datum circulum contingere.

XVI.

Circuli in sphaera maximi, qui circulorum parallelorum arcus similes abscindunt, aut per polos parallelorum ueniunt aut eundem parallelum contingunt.

in sphaera enim circuli maximi ΑΕΗΓ, ΒΖΘΔ circulorum parallelorum ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ arcus similes abscindant, qui inter eos positi sunt, hoc est ΑΒ arcui ΕΖ similem. dico, circulos ΑΕΗΓ, ΒΖΘΔ aut per polos parallelorum uenire aut eundem parallelum contingere.

nam circulus ΑΗΓ aut per polos parallelorum ueniet aut non ueniet.

prius per polos parallelorum ueniat. dico, etiam circulum ΒΘΔ per polos parallelorum uenire, hoc est punctum Κ polum esse circulorum parallelorum ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ.

ΑΗΓ **ABCDF**. ΒΘΔ **AD**, corr. **A**². τινῶν] om. **E**. 23 ἀφαιρείτωσαν] -ε- in ras. **A**². 24 τουτέστιν **A**. ΑΕΗΓ] **E**, ΑΗΓ **ABCDF**. ΒΖΘΔ] **EA**², ΒΘΔ **ABCDF**. 25 εἰσὶν **A**. ἢ—παραλλήλων (26)] supra scr. **C**². 27 post ΑΗΓ eras. ΒΘΔ **C**. 28 ὧδε ἡ $\overline{α}η$ mg. **A**². πρότερον] -ό- corr. ex ώ **A**. παραλλήλων] πόλων **D**. 29 post παραλλήλων del. τουτέστι τῶν παραλλήλων **A**². Omnes figg. in fine propos. codd; ad nostram adscr. $\overline{α}η$ καταγραφή **A**, τοῦ $\overline{ιε}$ **C** corr. in τοῦ $\overline{ιϛ}$ **C**², $\overline{α}$τ **E**, α″ **F**²; Κ]Η, Η]Ν **C**.

---

1) Quoniam ΒΓ arcus lateris quadrati est, punctum Γ polus est circuli maximi ΕΒΗ.

μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Λ σημεῖον πόλος τῶν παραλλήλων, καὶ διὰ τῶν Λ, Ζ σημείων μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ΛΖΜ· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒΜ περιφέρεια τῇ ΕΖ. ἀλλ' ἡ ΕΖ τῇ ΑΒ ἐστιν ὁμοία· καὶ ἡ ΜΑ ἄρα τῇ ΑΒ ἐστιν ὁμοία. καί εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΑ περιφέρεια τῇ ΑΒ περιφερείᾳ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Λ σημεῖον πόλος ἐστὶ τῶν παραλλήλων. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλο πλὴν τοῦ Κ σημεῖον· τὸ Κ ἄρα σημεῖον πόλος ἐστὶ τῶν παραλλήλων. οἱ ἄρα ΑΗΓ, ΒΘΔ κύκλοι διὰ τῶν πόλων εἰσὶ τῶν παραλλήλων.

ἀλλὰ δὴ πάλιν μὴ ἔστω ὁ ΑΗΓ διὰ τῶν πόλων τῶν παραλλήλων· ἤτοι δὴ ἐφάψεται τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου ἢ λοξὸς ἔσται πρὸς αὐτόν.

ἐφαπτέσθω πρότερον κατὰ τὸ Ε, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς. λέγω, ὅτι καὶ ὁ ΖΒ ἐφάψεται.

εἰ γὰρ δυνατόν, μὴ ἐφαπτέσθω, καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ Ζ σημείου τοῦ ΕΖΘ ἐφαπτόμενος μέγιστος κύκλος ὁ ΖΓ ἀσύμπτωτον ποιῶν τὸ ἀπὸ τοῦ ΖΓ ἡμικύκλιον τῷ ἀπὸ τοῦ ΕΑ ἡμικυκλίῳ· ὁμοία ἄρα ἔσται ἡ ΓΑ περιφέρεια τῇ ΕΖ περιφερείᾳ. ἀλλ' ἡ ΕΖ τῇ ΑΒ ἐστιν ὁμοία· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΑΒ ἐστιν ὁμοία. καί εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΑ περιφέρεια τῇ ΑΒ περιφερείᾳ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα καὶ ὁ ΒΖΔ κύκλος τοῦ ΕΖΘ κύκλου οὐκ ἐφάψεται· ἐφάψεται ἄρα.

ἀλλὰ δὴ ὁ ΑΗΓ λοξὸς ἔστω πρὸς τοὺς παραλλήλους, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς τρίτης καταγραφῆς· ἐφάψεται ἄρα δύο κύκλων ἴσων μὲν ἀλλήλοις, παραλλήλων δὲ τοῖς ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ. λέγω, ὅτι καὶ ὁ ΒΖΘ λοξός ἐστι πρὸς τοὺς παραλλήλους καὶ τοῦ αὐτοῦ ἐφάψεται.

εἰ γὰρ δυνατόν, ὁ μὲν ΑΕΗΓ κύκλος ἐφαπτέσθω ἑνὸς τῶν παραλλήλων τοῦ ΜΞ κατὰ τὸ Λ σημεῖον, ὁ δὲ ΒΖΘΔ μὴ ἐφαπτέσθω, καὶ διὰ τοῦ Ζ σημείου ὄντος μεταξὺ τοῦ τε ΛΜ κύκλου καὶ τοῦ ἴσου τε καὶ παραλλήλου αὐτῷ μέγιστος κύκλος γεγράφθω ἐφαπτόμενος τοῦ ΛΜ κατὰ τὸ Μ σημεῖον ὁ ΝΖΜ ἀσύμπτωτον ποιῶν τὸ ἀπὸ τοῦ ΛΑ ἡμικύκλιον

4 καὶ ἡ—ὁμοία] om. **E**. ΜΑ] **BCDF**, ΛΜ **A**, ΑΜ **A**^{2}. 5 ΜΑ] ΛΜ **A**, ΑΜ **A**^{2}. ante ὅπερ supra add. ἡ μείζων τῇ ἐλάσσονι **A**^{2}. 6 ὁμοίως—παραλλήλων (8)] om. **E**. 7 τοῦ] τὸ **C**. σημεῖον] **ABCF**, $\overset{H}{\text{ϙ}}$ **D**, σημείου e corr. **AF**. 8 ΒΘΔ] -Θ- e corr. **B**. 9 εἰσὶν **A**. 10 ὧδε ἡ $\bar{\beta}^{\alpha}$ mg. **A**^{2}. 11 ΕΖΗΘ] **ADE**, ΕΖΘ **BCFA**^{2}. 12 Ε] Ε σημεῖον **E**. δευτέρας] $\bar{\beta}^{\delta'}$ **D**. 13 supra ΖΒ add. ΒΘΔ **A**^{2}. 16 ἡμικύκλιον] ἡμικ- in ras. **A**. ΕΑ] corr. ex ΔΑ **C**^{2}, Ε- e corr. **F**. 18 ἄρα τῇ ΑΒ] **E**, τῇ ΑΒ ἄρα **ABCDF**. εἰσιν **A**. 19 περιφέρεια] corr. ex πέρεια **A**^{2}. 20 καὶ] om. **D**. ΒΖΔ] **E**, ΒΖ **ABCDF**. οὐκ] corr. ex οὐχ **A**^{2}. ἐφάψεται (alt.)] supra scr. **A**^{2}. Ad fig. β'' **ABEF**^{2}, $\bar{\beta}^{\alpha}$ καταγραφή **A**^{2}; in C arcus ab A ductus circulum interiorem secat; Θ] Β **A**, inter Θ et Ζ litt. Η, in extr. arcu ΓΖ litt. Ζ, in extr. arcu ΑΕ litt. Γ add. **A**^{2}. 21 πρὸς] πρ supra scr. comp. ους **F**. 23 τοῖς—παρα- (24)] in ras. **E**. ΒΖΘ] **E**, ΒΖΘΔ **ABCDF**. 25 ὧδε ἡ $\bar{\gamma}^{\eta}$ mg. **A**^{2}. 27 Ζ] in ras. seq. spat.

ne sit enim, sed, si fieri potest, punctum Λ polus sit parallelorum, et per puncta Λ, Ζ circulus maximus describatur ΛΖΜ; itaque arcus ΑΒΜ arcui ΕΖ similis est (prop. X). uerum ΕΖ arcui ΑΒ similis est; quare etiam ΜΑ arcui ΑΒ similis est. et eiusdem circuli sunt; itaque arcus ΜΑ arcui ΑΒ aequalis est; quod fieri non potest. itaque punctum Λ polus parallelorum non est. similiter igitur demonstrabimus, ne aliud quidem punctum praeter Κ polum esse; punctum Κ igitur polus est parallelorum. ergo circuli ΑΗΓ, ΒΘΔ per polos parallelorum uenient.

iam uero rursus ΑΗΓ per polos parallelorum ne ueniat; aut igitur circulum ΕΖΗΘ continget aut ad eum obliquus erit.

contingat prius in Ε, sicut in secunda figura se habet. dico, etiam circulum ΖΒ contingere.

nam, si fieri potest, ne contingat, et per punctum Ζ circulum ΕΖΘ contingens ducatur circulus maximus ΖΓ semicirculum a ΖΓ cum semicirculo ab ΕΑ non concurrentem efficiens; arcus ΓΑ igitur arcui ΕΖ similis erit (prop. XIII). uerum ΕΖ arcui ΑΒ similis est; quare etiam ΓΑ arcui ΑΒ similis est. et eiusdem circuli sunt; itaque arcus ΓΑ arcui ΑΒ aequalis est; quod fieri non potest. itaque fieri non potest, ut circulus ΒΖΔ circulum ΕΖΘ non contingat; ergo continget.

iam uero ΑΗΓ ad parallelos obliquus sit, sicut in tertia figura se habet; duos igitur circulos continget inter se aequales, circulis autem ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ parallelos (prop. VIII). dico, etiam circulum ΒΖΘ ad parallelos obliquum esse et eundem contingere.

nam, si fieri potest, circulus ΑΕΗΓ alterum parallelum ΜΞ contingat in puncto Λ, ΒΖΘΔ autem circulus ne contingat, et per punctum Ζ inter circulum ΛΜ et circulum ei aequalem parallelumque positum circulus maximus circulum ΛΜ in puncto Μ contingens ducatur ΝΖΜ semicirculum ab ΛΑ cum semicirculo

5 litt. | **F**^{2}, ΕΖ **C**, Ṅ Ζ **B**. ΛΜ] Λ- in ras. **A**. τε (alt.)] om. **C**. 29 Μ] seq. ras. 1 litt. **E**.

τῷ ἀπὸ τοῦ MN ἡμικυκλίῳ· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ABN περιφέρεια τῇ EZ περιφερείᾳ. ἀλλ' ἡ EZ περιφέρεια τῇ AB περιφερείᾳ ὁμοία· καὶ ἡ NA ἄρα τῇ AB ἔσται ὁμοία. καί εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἡ NA περιφέρεια τῇ AB περιφερείᾳ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ ΔΘB κύκλος οὐκ ἐφάψεται [καὶ ὁ BZΘΔ]· ἐφάψεται ἄρα.

οἱ AEHΓ, BZΘΔ ἄρα κύκλοι τοῦ αὐτοῦ τῶν παραλλήλων ἐφάπτονται.

ιζ'.

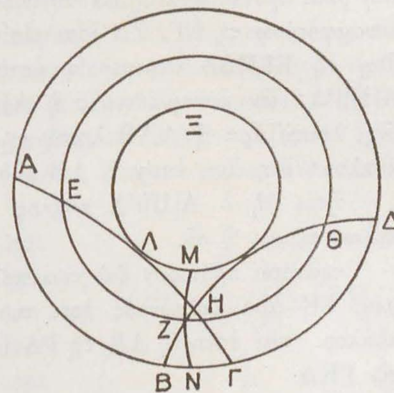
Οἱ ἴσας ἀφαιροῦντες ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι μεγίστου τινὸς κύκλου περιφερείας πρὸς τὸν μέγιστον τῶν παραλλήλων ἴσοι εἰσίν, οἱ δὲ μείζονας ἐλάττονες.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι οἱ AB, ΓΔ μεγίστου τινὸς τοῦ BAΓΔ περιφερείας τὰς ΔZ, ZB πρότερον ἴσας ἀφαιρείτωσαν πρὸς τὸν μέγιστον τῶν παραλλήλων κύκλον τὸν EZ. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ AB κύκλος τῷ ΓΔ.

ἔστω γὰρ τοῦ μὲν AB κύκλου καὶ τοῦ AΓΔ κοινὴ τομὴ ἡ AB, τοῦ δὲ EZ κύκλου καὶ τοῦ A[B]ΓΔ κοινὴ τομὴ ἡ EZ, τοῦ δὲ ΓΔ κύκλου καὶ τοῦ BAΔ κοινὴ τομὴ ἡ ΓΔ.

καὶ ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα τὰ EΘZ, ΓKΔ ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνεται τοῦ A[B]ΓΔ κύκλου, αἱ κοιναὶ ἄρα αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσιν. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ EZ τῇ ΓΔ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ AB τῇ EZ παράλληλός ἐστι. καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τῷ A[B]ΓΔ δύο παράλληλοι ἠγμέναι εἰσὶν αἱ EZ, ΓΔ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΔZ περιφέρεια τῇ EΓ περιφερείᾳ· ἐὰν γὰρ ἐπιζεύξωμεν τὴν EΔ, ἔσονται αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι ἴσαι, ἐν δὲ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσιν· ἴση ἄρα ἔσται ἡ EΓ περιφέρεια τῇ ZΔ περιφερείᾳ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ BZ τῇ AE ἴση ἐστίν. ἀλλ' ἡ BZ τῇ ZΔ ἐστιν

1 MN] **AB**, MH **D**, NM **CF**, NZT **E**. ABN] -N in ras. **F**. τῇ EZ] τῇ E- e corr. **E**. 2 ὁμοία] **ABCDF**, ἐστὶν ὁμοία **EA²**. καὶ] om. **E**. 3 ἔσται] ἐστιν **BE**. 5 οὐκ] corr. ex οὐχ **A²**. ἐφάψεται (pr.)] -φάψε- in ras. **A**. καὶ ὁ BZΘΔ]: adp. **C**, mg. :, ante καὶ add. ἐφάψεται ἄρα **C²**; τοῦ ΛM κύκλου in ras. **A²**; deleo. 6 AEHΓ] corr. ex EHΓ **A**. ἐφάψονται **E**. Ad fig. adscr. γ'' A corr. in γη καταγρα **A²**, γ'' **BEF²**; E] om. **B**; Λ] A uel Δ **A**, Δ **D**; Δ] **EF²**, om. **ABCDF**; in CF arcus BZΘ ultra Θ non producitur, Θ in contactu circuli ΞM coll. **C**, Ξ] om. **C**, N] add. **C²**, H] e corr. **C²**. 8 ιζ'] mg. ext. **B²**. 9 ἀφαιρούμενοι **E**. 10 ἴσοι] κύκλων ἴσοι **E**. 12 μεγίστου] -στ- in ras. **E**. 13 BAΓΔ] **E**, ABΓΔ **ABCDF**. ΔZ] ΔE, -E in ras., **A**. ZB] ZΓ, -Γ in ras., **A**. ἀφαιρείσθωσαν **E**. 14 κύκλων **E**. ἴσος ἐστὶν] supra scr. **B**. 15 ΓΔ] ΓΔE? e corr. **D**. 16 γάρ] -άρ in ras. **A**. AΓΔ] **E**, ABΓΔ **ABCDF**. 17 ABΓΔ] -ΓΔ corr. ex 1 litt. **C²**; scrib. AΓΔ uel ABΓ. δὲ (alt.)] corr. ex ΔE **A**. ΓΔ] mut. in EΓΔ **B**. 18 BAΔ] **E**, ABΓΔ **ABCDE**. 19 ΓKΔ] ΓNΔ **C**; ΓHΔ **BF**,



ab MN non concurrentem efficiens; arcus igitur ABN arcui EZ similis est (prop. XIII). uerum arcus EZ arcui AB similis est; quare etiam NA arcui AB similis est. et eiusdem circuli sunt; itaque arcus NA arcui AB aequalis est; quod fieri non potest. itaque fieri non potest, ut circulus ΔΘB non contingat; ergo continget.

ergo circuli AEHΓ, BZΘΔ eundem parallelum contingunt.

XVII.

Paralleli circuli in sphaera a circulo aliquo maximo aequales arcus abscindentes ad maximum parallelorum aequales sunt, qui maiores abscindunt, minores.

in sphaera enim circuli paralleli AB, ΓΔ a circulo aliquo maximo BAΓΔ arcus ΔZ, ZB prius aequales abscindant ad maximum circulum parallelorum EZ. dico, circulum AB circulo ΓΔ aequalem esse.

communis enim sectio circulorum AB, AΓΔ sit AB, circulorum autem EZ, AΓΔ sit EZ, circulorum autem ΓΔ, BAΔ communis sectio ΓΔ.

et quoniam duo plana parallela EΘZ, ΓKΔ plano aliquo circulo AΓΔ secantur, communes eorum sectiones parallelae sunt (Eucl. XI 16); itaque EZ rectae ΓΔ parallela est. similiter igitur demonstrabimus, etiam AB rectae EZ parallelam esse. et quoniam iu circulo AΓΔ duae parallelae ductae sunt EZ, ΓΔ, arcus ΔZ arcui EΓ aequalis est; nam si EΔ duxerimus, anguli alterni aequales erunt (Eucl. I 29), et in aequalibus circulis anguli aequales aequales arcus abscindunt (Eucl. III 26); itaque arcus EΓ arcui ZΔ aequalis est. similiter igitur demonstrabimus,

corr. **F²**. ὑπὸ ἐπιπέδου] om. **D**. 20 τέμνεται] -εται in ras. **A**. ABΓΔ] scrib. AΓΔ uel ABΓ. 21 εἰσιν] **A**, εἰσι **BCDEF**. 22 AB] -B e corr. **A**. α|βγδ **A**, scrib. AΓΔ uel ABΓ. 23 ΔZ] mut. in ΔE **A²**. 24 EΓ] mut. in ΓZ **A²**. EΔ] mut. in EΓ **A²**. ἐναλὰξ **B**, corr. **B²**. 25 αἱ] om. **E**. ἴσας—ἀφαιροῦσιν (26)] ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν **E**. 26 EΓ] mut. in EΔ **A²**. ZΔ] mut. in ZΓ **A²**, ΔZ **E**. 27 δεί|ξομεν **F**, sed corr. BZ (pr.)] post ras. 1 litt. **C**. ἐστιν ἴση **E**. ZΔ] mut. in ZΓ **A²**.

ἴση· καὶ ἡ ΑΕ ἄρα τῇ ΕΓ ἐστιν ἴση· καὶ συναμφότεροι ἄρα αἱ ΑΕ, ΒΖ συναμφοτέρῳ τῇ ΕΓ, ΖΔ ἴσαι εἰσίν. ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ ΕΑΛΒΖ περιφέρεια ὅλῃ τῇ ΕΓΜΔΖ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση· μέγιστοι γάρ εἰσιν οἱ ΕΘΖ, Α[Β]ΓΔ· ὧν συναμφότερος ἡ ΑΕ, ΒΖ συναμφοτέρῳ τῇ ΕΓ, ΖΔ ἐστιν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΛΒ λοιπῇ τῇ ΓΜΔ ἐστιν ἴση. καί εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ εὐθεῖα τῇ ΓΔ εὐθείᾳ.

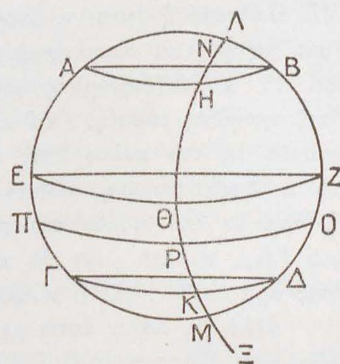
ἤτοι δὴ ὁ Α[Β]ΓΔ κύκλος τοὺς ΑΗΒ, ΓΚΔ κύκλους διὰ τῶν πόλων τέμνει ἢ οὔ.

τεμνέτω πρότερον διὰ τῶν πόλων· καὶ δίχα ἄρα αὐτοὺς τεμεῖ· ἡ μὲν ΑΒ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΗΒ κύκλου, ἡ δὲ ΓΔ τοῦ ΓΚΔ κύκλου. καί ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ ἴση· ἴσος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ ΑΗΒ κύκλος τῷ ΓΚΔ.

ἀλλὰ δὴ πάλιν μὴ τεμνέτω ὁ ΒΑΓΔ κύκλος τοὺς ΑΗΒ, ΓΚΔ κύκλους διὰ τῶν πόλων, καὶ εἰλήφθω ὁ πόλος τῶν παραλλήλων καὶ ἔστω τὸ Ν σημεῖον, καὶ διὰ τοῦ Ν σημείου καὶ ἑνὸς τῶν τοῦ Α[Β]ΓΔ κύκλου πόλων μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ΛΘΚΜΞ, καὶ τῇ ΛΝ περιφερείᾳ ἴση ἀπειλήφθω ἡ ΜΞ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΛΝ περιφέρεια τῇ ΜΞ περιφερείᾳ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΝΚΜ περιφέρεια· ὅλη ἄρα ἡ ΛΚΜ περιφέρεια ὅλῃ τῇ ΝΚΜΞ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. ἡμικυκλίου δὲ ἡ ΛΚΜ· ἡμικυκλίου ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΝΚΜΞ· κατὰ διάμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ Ν σημεῖον τῷ Ξ σημείῳ. καί ἐστι τὸ Ν ὁ πόλος τῶν παραλλήλων κύκλων· καὶ τὸ Ξ ἄρα σημεῖον ὁ ἕτερος πόλος ἐστὶ τῶν παραλλήλων κύκλων. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ Α[Β]ΓΔ, ΓΚΔ τέμνουσιν ἀλλήλους, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΛΘΚΞ, ὁ ἄρα ΛΘΚΞ δίχα τεμεῖ τὰ ἀπειλημμένα τμήματα τῶν κύκλων· ἴση

1 ΕΓ] mut. in ΕΔ A². συναμφότεροι] **ABCDF**, συναμφο^τρ'' **E**, συναμφότεραι A². 2 συναμφοτέρῳ] **ABCDF**, συναμφοτέραις **E**A². τῇ] **ABCDF**, ταῖς **E**A². ΕΓ, ΖΔ] mut. in ΕΔ, ΖΓ A². εἰσιν ἴσαι **E**. ὅλῃ] om. **A**. ἡ] seq. ras. 1 litt. **F**. ΕΑΛΒΖ] ΕΑΛΖΒ **B**; post A ras. **C**, spat. relict. **F**. 3 ΕΓΜΔΖ] ΖΓΜΔΕ, Z- et -E in ras., A². ἴσοι **D**. εἰσιν] mut. in εἰσι κύκλοι A². 4 Scrib. ΑΓΔ uel ΑΒΓ, ut l. 7. συναμφότερος ἡ] mut. in συναμφότεραι αἱ A². ΑΕ] mut. in ΕΑ A². ΒΖ] Β- e corr. **D**, ΖΒ **B**A². συναμφοτέρῳ τῇ ΕΓ, ΖΔ] mut. in συναμφοτέραις ταῖς ΕΔ, ΖΓ A². ἐστιν ἴση] mut. in εἰσιν ἴσαι A². 5 λοιπὴ—εἰσι] mg. **C** (·b·), καί εἰσι del. λοιπῇ] om. **B**. ΓΜΔ] mut. in ΔΜΓ A², ΓΜΔ λοιπῇ **B**. καί εἰσι] hab. **C**. 7 ΓΚΔ] mut. in ΔΚΓ A². 10 ΓΔ] mut. in ΔΓ A². ΓΚΔ] mut. in ΔΚΓ A². 11 ἐστὶν **A**. καὶ] in scrib. ins. **A**. 12 Post ΓΚΔ supra add. κύκλῳ A². 13 μὴ] supra scr. A², om. **D**. ΒΑΓΔ] ΒΑ, ΒΓΔ **E**; ΑΒΓΔ **ABCDF**. ΑΗΒ] corr. ex ΑΗΓ F². 15 τοῦ (alt.)] **E**A², om. **ABCDF**. Scrib. ΑΓΔ uel ΑΒΓ. 16 ὁ] ἴσας γὰρ περιφερείας ἐπιζευγνύουσιν· ὁ **E**. ΛΘΚΜΞ] -Θ- del. (?) B², corr. ex ΛΘΚΜ C². 17 ΛΝ] mut. in ΛΚ (?) C². 18 ΜΞ] corr. ex ΝΞ A². ΝΚΜ] Ν- mut. in Η C², ΚΜ **E**. ὅλη—περιφέρεια (19)] bis **C**, pr. del. C². 19 ΛΚΜ] Λ- in ras. **A**, -Κ- e corr. **B**. ἡμικυκλίου] **E**, e corr. **A**, ἡμι⊙^8 **D**, ἡμικύκλιον **ABCF**. 20 ἡμικυκλίου] **E**, e corr. **A**, ἡμικ^ϋ **D**, ἡμικύκλιον **ABCF**. ἐστὶν **A**, comp. **C**. ΝΚΜΞ] -Κ- corr. ex Η C², ΝΗΜΖ περιφέρεια **E**. ἄρα] om. **F**. 21 Ν] mut. in Η C², om. **F**. σημεῖον] σημεῖον ἄρα τὸ Ν **F**. Ξ] Ζ **E**. In fig. codd. ΕΖ non per centrum ducta est, sed superius; pro rectis arcus hab. **E**, quorum ΑΗΒ, Ε(Η)Ζ, ΕΘΖ, Π(Θ)Ο inter se contingunt; arcum ΜΞ et litt. Κ, Ξ om. **E**; Η in ΕΖ hab. **B**; in **C** recta ab Α ad medium arcum ΛΒ ducta erasa est, a Δ ad Ξ ducta est recta; litt. Λ, Ν, Κ, Μ, Ξ add. C²; τοῦ ιζ adscr. C². 22 Ξ] Ζ **E**. ἄρα] in spat. uac. F². ὁ ἕτερος] lac. 5 litt. **C**, ὅτι **B**, ἕτερος **F**. 23 scrib. ΑΓΔ uel ΑΒΓ. ΓΚΔ] ΓΔΚ mut. in ΔΚΓ **A**.

etiam BZ arcui AE aequalem esse. uerum BZ arcui ZΔ aequalis est; quare etiam AE arcui EΓ aequalis est; itaque etiam AE + BZ = EΓ + ZΔ. quoniam igitur totus arcus EAΛBZ toti arcui EΓMΔZ aequalis est (I 11) — nam EΘZ, AΓΔ maximi sunt —, quorum AE + BZ = EΓ + ZΔ, reliquus AΛB reliquo ΓMΔ aequalis est. et eiusdem circuli sunt; itaque recta AB rectae ΓΔ aequalis est (Eucl. III 29).



circulus igitur AΓΔ circulos AHB, ΓKΔ aut per polos secat aut non per polos.

prius per polos secat; quare etiam in binas partes aequales eos secat (I 15); itaque AB circuli AHB diametrus est, ΓΔ autem circuli ΓKΔ. et AB = ΓΔ; ergo etiam circulus AHB circulo ΓKΔ aequalis est.

iam uero rursus circulus BAΓΔ circulos AHB, ΓKΔ per polos ne secet, et sumatur polus parallelorum (I 21; II 1) et sit punctum N, et per punctum N alterumque polum circuli AΓΔ circulus maximus describatur (I 20) ΛΘKMΞ, et arcui ΛN aequalis abscindatur MΞ. quoniam igitur arcus ΛN arcui MΞ aequalis est, communis adiiciatur arcus NKM; totus igitur arcus ΛKM toti arcui NKMΞ aequalis est. uerum ΛKM semicirculi est (I 11); quare etiam NKMΞ semicirculi est; itaque punctum N puncto Ξ secundum diametrum oppositum est. et N polus est circulorum parallelorum; quare etiam punctum Ξ alter polus est circulorum parallelorum (I def. 4). et quoniam in sphaera duo circuli AΓΔ, ΓKΔ inter se secant, per polos autem eorum circulus maximus descriptus est ΛΘKΞ, circulus ΛΘKΞ segmenta circulorum abscisa in binas partes aequales secabit (prop. IX); itaque arcus ΓM arcui MΔ aequalis est; quare

ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΜ περιφέρεια τῇ ΜΔ περιφερείᾳ· διπλῆ ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΜΔ περιφέρεια τῆς ΔΜ περιφερείας. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΒΛΑ περιφέρεια τῆς ΑΛ περιφερείας διπλῆ ἐστιν. καί ἐστιν ἴση ἡ ΓΜΔ τῇ ΑΛΒ περιφερείᾳ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΜΔ περιφέρεια τῇ ΑΛ περιφερείᾳ. κύκλου δή τινος τοῦ Α[Β]ΓΔ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὸ Μ τμήματα κύκλου ὀρθὰ ἐφέσταται τὸ ΛΘΜ καὶ τὸ ΜΞ καὶ τὸ τούτῳ συνεχές, καὶ ἀπὸ τούτων ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλημμέναι εἰσὶν αἱ ΛΝ, ΜΞ ἐλάττους ἢ ἡμίσειαι οὖσαι τῶν ὅλων, ἀπὸ δὲ τοῦ ἐξ ἀρχῆς κύκλου ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλημμέναι εἰσὶν αἱ ΑΛ, ΔΜ· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Ν ἐπὶ τὸ Α ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὸ Δ ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ. καὶ ἡ μὲν ἀπὸ τοῦ Ν ἐπὶ τὸ Α ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶ τοῦ ΑΗΒ κύκλου, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐπὶ τὸ Δ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶ τοῦ ΓΚΔ κύκλου· ἡ ἄρα ἐκ τοῦ πόλου τοῦ ΑΗΒ κύκλου ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ πόλου τοῦ ΓΚΔ κύκλου. ὧν δὲ κύκλων αἱ ἐκ τῶν πόλων ἴσαι εἰσίν, ἴσοι· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΗΒ κύκλος τῷ ΓΚΔ κύκλῳ.

ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστω μείζων ἡ ΔΖ περιφέρεια τῆς ΖΒ περιφερείας. λέγω, ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ὁ ΓΚΔ κύκλος τοῦ ΑΗΒ κύκλου.

ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΔΖ περιφέρεια τῆς ΖΒ περιφερείας, ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς ΔΖ τῇ ΖΒ ἴση ἡ ΖΟ, καὶ διὰ τοῦ Ο τῷ ΕΘΖ κύκλῳ παράλληλος γεγράφθω ὁ ΟΡΠ· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΠΡΟ κύκλος τῷ ΑΗΒ κύκλῳ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΟΖ περιφέρεια τῇ ΖΒ περιφερείᾳ. ὁ δὲ ΠΡΟ κύκλος μείζων ἐστὶ τοῦ ΓΚΔ κύκλου· ἔγγιον γὰρ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ὁ ΠΡΟ κύκλος ἤπερ ὁ ΓΚΔ κύκλος· καὶ ὁ ΑΗΒ ἄρα κύκλος μείζων ἐστὶ τοῦ ΓΚΔ κύκλου· ὥστε ὁ ΓΚΔ κύκλος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ ΑΗΒ κύκλου.

ιη'.

Ἐν σφαίρᾳ οἱ ἴσοι τε καὶ παράλληλοι κύκλοι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι μεγίστου τινὸς κύκλου πρὸς τὸν μέγιστον τῶν παραλλήλων, οἱ δὲ μείζονες ἐλάττονας.

1 ΓΜΔ] mut. in ΔΜΓ A². 2 τῆς] e corr. A. ΔΜ] mut. in ΜΓ A². περιφερείας] om. E. ΒΛΑ] Β- e corr. in scrib. F, mut. in ΛΑΒ A²; ΒΓΑ, -Γ- in ras., E. 3 ΑΛ] mut. in ΑΒ A². ἐστιν] A, comp. C, ἐστι BDEF. ΓΜΔ] mut. in ΔΜΓ περιφέρεια A². 4 ΑΛΒ] ΑΓΒ E. Post περιφερείᾳ add. ἴσαι γὰρ ταύτας εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν ἡ ΔΓ ΑΒ E. ἴση—περιφερείᾳ] mg. C² (·b.), om. D. ἄρα] in ras. A. καὶ] om. B. 5 scrib. ΑΓΔ uel ΑΒΓ. ἀπὸ] in ras. B. Μ] Ν supra scr. A, Μ A². 6 τμῆμα AD, corr. A². ὀρθὸν AD, corr. A². ἐφεστήκασι E. ΛΘΜ] CEF, ΛΘΒΜ B, ΛΘΜΞ D; ΛΘΚΜ, -ΚΜ in ras., A². καὶ (pr.)] om. C. καὶ (pr.)—συνεχές (7)] supra scr. A², om. D. 7 τούτων] EA², τοῦ τ' C, τούτου ABDF. ΛΝ] -Ν e corr. F, mut. in ΛΚ C². 9 περιφέρειαι] -ιφ- in ras. A. ΑΛ] in ras. mai. D. ΔΜ] ΗΔΜ E, ΜΓ in ras. A². 10 ἐστὶν A, comp. C. Δ] mut. in Γ A². 11 Ν] e corr. F. 12 ΑΗΒ]

arcus ΓΜΔ arcu ΔΜ duplo maior est. similiter igitur demonstrabimus, etiam arcum ΒΛΑ arcu ΑΛ duplo maiorem esse. et ΓΜΔ arcui ΑΛΒ aequalis est (Eucl. III 28); quare etiam arcus ΜΔ arcui ΑΛ aequalis est. in circulo igitur aliquo ΑΓΔ in diametro ab Λ ad Μ segmenta circuli perpendicularia erecta sunt ΛΘΜ, ΜΞ, et quod cum hoc coniunctum est, et ab iis abscisi sunt arcus aequales ΛΝ, ΜΞ minores quam dimidii totorum, a circulo autem ab initio dato arcus aequales abscisi sunt ΑΛ, ΔΜ; itaque recta ab Ν ad Α ducta rectae ab Ξ ad Δ ductae aequalis est (prop. XII). et recta ab Ν ad Α ducta a polo circuli ΑΗΒ ducta est, recta autem ab Ξ ad Δ ducta a polo circuli ΓΚΔ; recta igitur a polo circuli ΑΗΒ ducta rectae a polo circuli ΓΚΔ ductae aequalis est. quorum autem circulorum rectae a polis ductae aequales sunt, ipsi aequales sunt; ergo circulus ΑΗΒ circulo ΓΚΔ aequalis est.

iam uero rursus arcus ΔΖ maior sit arcu ΖΒ. dico, circulum ΓΚΔ circulo ΑΗΒ minorem esse.

quoniam enim arcus ΔΖ arcu ΖΒ maior est, a ΔΖ arcui ΖΒ aequalis abscindatur ΖΟ, et per Ο circulo ΕΘΖ parallelus describatur ΟΡΠ; circulus ΠΡΟ igitur circulo ΑΗΒ aequalis est; nam arcus ΟΖ arcui ΖΒ aequalis est. uerum circulus ΠΡΟ maior est circulo ΓΚΔ (I 6); nam centro sphaerae propior est circulus ΠΡΟ quam circulus ΓΚΔ; quare etiam circulus ΑΗΒ maior est circulo ΓΚΔ; ergo circulus ΓΚΔ minor est circulo ΑΗΒ.

XVIII.

In sphaera circuli aequales parallelique a maximo aliquo circulo ad maximum parallelorum arcus aequales abscindunt, maiores autem circuli arcus minores.

e corr. F. Post κύκλου del. ὧν δὲ κύκλων C. 13 Δ] mut. in Γ A². ἐκ] ἡ ἐκ E. 14 ΑΗΒ] ΓΚΔ E. 15 ΓΚΔ] mut. in ΔΚΓ A², ΑΗΒ E. ἴσοι] ABCDF, ἴσοι εἰσὶν οἱ κύκλοι A², ἴσοι εἰσὶ καὶ οἱ κύκλοι E. 16 ΓΚΔ] mut. in ΔΚΓ A², ΚΔ D. 17 μείζων ἡ ΔΖ] -ζων ἡ ΔΖ in lac. seq. spat. uac. 3 litt. F², μείζων C. ΔΖ] mut. in ΓΖ A². ΖΒ] ΔΕ in ras. A². 18 ΓΚΔ] E, ΓΔΚ ABCDF, ΔΚΓ A². ΑΗΒ] corr. ex ΗΒ C. 19 ἐστὶ F. ΔΖ] mut. in ΓΖ A². περιφέρεια—ΔΖ (20)] in lac. min. F². ΖΒ] e corr. E. ἀφηρείσθω CF², ἀφαιρείσθω C². 20 ΔΖ] mut. in ΓΖ A². ΖΒ] ΒΗ B. 21 παράλληλος] παράλληλος κύκλος E. ΠΡΟ] ΟΡΠ E. κύκλος—ΠΡΟ (22)] mg. C². ΑΗΒ] -Β e corr. D. 22 ΖΒ] ΒΖ CF, corr. F. 23 ΓΚΔ] mut. in ΔΚΓ A². ἔγγειον A, sed corr. 24 ΓΚΔ] mut. in ΔΚΓ A². ἄρα] om. F. 25 ἐστὶν A. ΓΚΔ] mut. in ΔΚΓ A². ΓΚΔ] mut. in ΔΚΓ A². ἐλάσσων] ἐλάσ- in ras. E. 27 ιη'] mg. ext. B². 28 οἱ] supra scr. A² B. 29 ἀφαιροῦσιν A, ἀφαιρ^{8} E. 30 μείζωνες A, sed corr.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ ἴσοι τε καὶ παράλληλοι κύκλοι οἱ ΑΒ, ΓΔ μεγίστου τινὸς κύκλου τοῦ ΑΓΔ περιφερείας τὰς ΒΖ, ΖΔ ἀφαιρείτωσαν πρὸς τὸν μέγιστον τῶν παραλλήλων τὸν ΕΖ. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΖ περιφέρεια τῇ ΖΔ περιφερείᾳ.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἡ ΒΖ περιφέρεια ἴση τῇ ΖΔ, οὐδ᾽ ἄρα ὁ ΑΒ κύκλος τῷ ΓΔ κύκλῳ ἴσος ἐστίν. ἔστι δέ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΒΖ τῇ ΖΔ.

ἀλλὰ πάλιν ἔστω ὁ ΑΒ κύκλος μείζων τοῦ ΓΔ κύκλου. λέγω, ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΒΖ τῆς ΖΔ περιφερείας.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἐλάσσων ἡ ΒΖ περιφέρεια τῆς ΖΔ περιφερείας, οὐδ᾽ ἄρα ὁ ΑΒ κύκλος τοῦ ΓΔ κύκλου μείζων ἐστίν. ἔστι δέ· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΖ περιφέρεια τῆς ΖΔ περιφερείας.

ιθ΄.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος παραλλήλους τινὰς κύκλους τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ μὴ διὰ τῶν πόλων τέμνῃ, εἰς ἄνισα αὐτοὺς τεμεῖ χωρὶς τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων, τῶν δὲ ἀπολαμβανομένων τμημάτων ἐν ἑνὶ τῶν ἡμισφαιρίων ἡμικυκλίων μὲν ἔσται μείζονα, ὅσα ἐστὶ μεταξὺ τοῦ τε μεγίστου τῶν παραλλήλων καὶ τοῦ φανεροῦ πόλου, τὰ δὲ λοιπὰ ἐλάττονα, ὅσα ἐστὶ μεταξὺ τοῦ τε μεγίστου τῶν παραλλήλων καὶ τοῦ ἀφανοῦς πόλου, τῶν δὲ ἴσων τε καὶ παραλλήλων κύκλων τὰ ἐναλλὰξ τμήματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

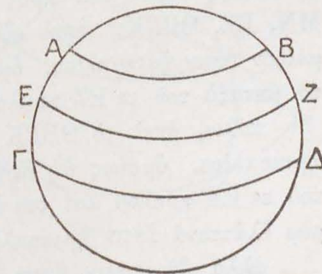
ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ κύκλους τινὰς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ παραλλήλους τοὺς ΑΔ, ΕΖ, ΒΓ μὴ διὰ τῶν πόλων τεμνέτω, μέγιστος δὲ τῶν παραλλήλων ἔστω ὁ ΕΖ. λέγω, ὅτι εἰς ἄνισα αὐτοὺς τεμεῖ χωρὶς τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τοῦ ΕΖ, τῶν δὲ ἀπολαμβανομένων τμημάτων ἐν ἑνὶ τῶν ἡμισφαιρίων ἡμικυκλίων μὲν ἔσται μείζονα, ὅσα ἐστὶ μεταξὺ τοῦ τε ΕΖ καὶ τοῦ φανεροῦ πόλου, τὰ δὲ λοιπὰ ἐλάσσονα, τῶν δὲ ἴσων τε καὶ παραλλήλων κύκλων τὰ ἐναλλὰξ τμήματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

ἔστω γὰρ ὁ φανερὸς πόλος τῶν παραλλήλων τὸ Η σημεῖον, καὶ διὰ τῶν Ε, Η μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ΗΕΘ· ὁ ΗΕΘ ἄρα προσαναπληρούμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Ζ σημείου· κατὰ διάμετρον γὰρ τὸ

1 κύκλοι] bis ‖ C. ΓΔ] -Δ in ras. A. 2 ΑΓΔ] E, ΑΒΓΔ ABCDF, ΑΒΔΓ A². ἀφαιρείσθωσαν E. 5 ΖΔ] ΔΖ F, ΖΔ περιφερείᾳ E. 6 ἔστι] ἔστιν A. ΒΖ] ΒΖ περιφέρεια E. 8 ΒΖ] Β ͻαι D. ΖΔ] e corr. D. 10 οὐδ᾽] -ὐδ᾽ in ras. A². κύκλου] om. B. ἐστίν] ἐστὶ κύκλου B. ἔστιν A. 12 ιθ΄] mg. ext. B². In fig. Δ corr. ex Θ C²; fig. post τμημάτων lin. 15 coll. E f. 116ʳ (in μεγίστου lin. 15 des. f. 115ᵛ). 14 σφαίρᾳ] -ᾳ e corr. A². μὴ] e corr. A², om. D. 15 ἀπολαμβανομένων] -πο- in ras. A. 16 ἡμικυ D. μὲν] supra scr. C. μεταξὺ] om. B. 17 καὶ] μεταξὺ καὶ B. 18 ὅσα] ὁ | ΕΑ E. ἐστὶν A. τῶν] in ras. A. παραλλήλων] παραλλήλων κύκλων C. καὶ τοῦ—κύκλων (19)] mg. C² (·6.).

in sphaera enim circuli aequales parallelique AB, ΓΔ a maximo aliquo circulo ΑΓΔ ad maximum parallelorum EZ aequales arcus abscindant BZ, ZΔ. dico, arcum BZ arcui ZΔ aequalem esse.

nam, si arcus BZ arcui ZΔ aequalis non est, ne circulus AB quidem circulo ΓΔ aequalis est (prop. XVII). at est; ergo etiam BZ arcui ZΔ aequalis est.



rursus uero circulus AB maior sit circulo ΓΔ. dico, BZ arcu ZΔ minorem esse.

nam, si arcus BZ arcu ZΔ minor non est, ne circulus AB quidem maior est circulo ΓΔ (prop. XVII). at est; ergo arcus BZ minor est arcu ZΔ.

XIX.

Si in sphaera circulus maximus parallelos aliquos circulos eorum, qui in sphaera sunt, non per polos secat, in partes inaequales eos secabit praeter maximum parallelorum, et segmentorum in uno hemisphaerio abscisorum maiora semicirculis erunt, quae inter maximum parallelorum polumque adparentem posita sunt, reliqua autem minora, quae inter maximum parallelorum polumque non adparentem posita sunt, circulorum autem aequalium parallelorumque segmenta alterna inter se aequalia sunt.

in sphaera enim circulus maximus ΑΒΓΔ parallelos aliquos circulos eorum, qui in sphaera sunt, AΔ, EZ, BΓ per polos ne secet, maximus autem parallelorum sit EZ. dico, eum in partes inaequales eos secare praeter maximum parallelorum EZ, segmentorum autem in uno hemisphaerio abscisorum semicirculis maiora esse, quae inter EZ et polum adparentem posita sint, reliqua autem minora, et segmenta alterna circulorum aequalium parallelorumque inter se aequalia esse.

sit enim polus adparens parallelorum punctum H, et per E, H circulus maximus HEΘ describatur; expletus igitur HEΘ etiam per punctum Z ueniet; nam E puncto Z secundum dia-

19 ἐναλὰξ B, corr. B². 22 μὴ] e corr. A², om. spat. rel. D. 24 παράλληλον A, sed corr. 25 ἡμισφαιρίων] -αι- in ras. A. ἡμικυκλίων] -ι- e corr. A². 26 ἐστὶ] ἐστὶν AB. 27 τε] supra scr. F. τὰ] τὰ μὲν D. ἐναλὰξ B, sed corr. 29 ὁ] om. B. 30 τῶν] τοῦ B. ΕΗΘ (utr.) B. 31 πρ°αναπληρούμενος B, σ add. B².

Ε τῷ Ζ διὰ τὸ μέγιστον εἶναι ἑκάτερον τῶν ΕΖ, ΑΒΓΔ. ἐρχέσθω καὶ ἔστω ὡς ὁ ΗΝΖΚ, καὶ προσαναπεπληρώσθω ὁ ΒΓ κύκλος ἕως τῶν Θ, Κ σημείων.

ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΘΕΜΗΝΖΚ κύκλους τινὰς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τοὺς ΑΜΝΔ, ΕΖ, ΘΒΓΚ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτοὺς τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· ἡμικύκλιον ἄρα ἐστὶν ἕκαστον τῶν ΜΝ, ΕΖ, ΘΒΓΚ. ἐπεὶ οὖν τὸ ΜΝ ἡμικύκλιόν ἐστι, τὸ ΑΜΝΔ ἄρα μεῖζόν ἐστιν ἡμικυκλίου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πάντα τὰ τμήματα τὰ μεταξὺ τοῦ τε ΕΖ κύκλου καὶ τοῦ Η πόλου μείζονά ἐστιν ἡμικυκλίων.

πάλιν, ἐπεὶ τὸ ΘΒΓΚ ἡμικύκλιόν ἐστι, τὸ ΒΓ ἄρα ἔλασσόν ἐστιν ἡμικυκλίου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πάντα τὰ τμήματα τὰ μεταξὺ τοῦ τε ΕΖ κύκλου καὶ τοῦ ἀφανοῦς πόλου καὶ ὄντα ἐν τῷ αὐτῷ ἡμισφαιρίῳ ἐλάττονά ἐστιν ἡμικυκλίων.

ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστω ὁ ΑΔ κύκλος τῷ ΒΓ κύκλῳ ἴσος τε καὶ παράλληλος. λέγω, ὅτι τῶν ΑΔ, ΒΓ κύκλων τὰ ἐναλλὰξ τμήματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

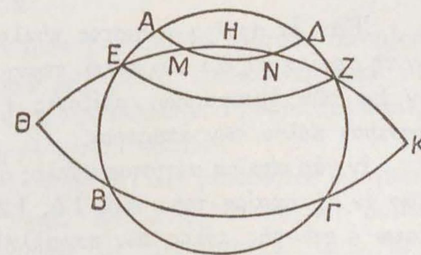
ἐπεὶ γὰρ ὁ ΑΔ κύκλος τῷ ΒΓ κύκλῳ ἴσος τέ ἐστι καὶ παράλληλος, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΑΕ περιφέρεια τῇ ΕΒ περιφερείᾳ, ἡ δὲ ΔΖ περιφέρεια τῇ ΖΓ περιφερείᾳ [ἀλλ' ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΔΖ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΕΒ τῇ ΖΓ]· συναμφότερος ἄρα ἡ ΑΕ, ΔΖ συναμφοτέρῳ τῇ ΕΒ, ΖΓ ἐστιν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ΕΑΔΖ ὅλῃ τῇ ΕΒΓΖ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΔ λοιπῇ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση [διὰ τὸ ἡμικυκλίου εἶναι ἑκατέραν τῶν ΕΑΔΖ, ΕΒΓΖ· μέγιστοι γάρ εἰσιν οἱ ΑΒΓΔ, ΕΖ]. καί εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου αἱ ΑΔ, ΒΓ περιφέρειαι· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Δ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Γ ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ [καί ἐστιν ἡ μὲν ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Δ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἡ ὑπὸ τὴν ΑΔ περιφέρειαν ὑποτείνουσα, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Γ ἡ ὑπὸ τὴν ΒΓ περιφέρειαν ὑποτείνουσα εὐθεῖα]· ἐν δὲ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι, τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι· ἡ μὲν ἄρα τοῦ ΑΔ κύκλου μείζων περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ τοῦ ΒΓ κύκλου περιφερείᾳ τῇ μείζονι, ἡ δὲ τοῦ ΑΔ κύκλου ἐλάσσων

---

2 ΗΝΖΚ] -Ζ- e corr. **C**, ΗΝΚΖ **B**. προσαναπληρώσθω **C**. 5 ΑΜΝΔ] -Δ in ras. seq. ras. 1 litt. **A**. ΘΒΓΚ] -Κ in ras. seq. ras. 1 litt. **A**, ΘΒ **B** et seq. spat. uac. **C**. 6 τε αὐτοὺς] **E**, om. **ABCDF**. 7 ΘΒΓΚ] -Β- e corr. **E**. τὸ (pr.)] postea ins. **B**. ΝΜ **C**. 8 μεῖζόν] -εῖζ- in ras. **A**. 9 τε] supra scr. | **D**. 12 καὶ (alt.)] om. **E**. 13 ἐλάττωνα **A**, sed corr. In fig. Μ om., arcus ΑΔ, ΕΖ, ΒΓΚ postea add. **E**; litt. Β, Κ add., Ν superius transpos., arcum ΘΚ corr. **C**²; fig. bis habet **D**, in pr. Ν] Κ uel Η, in alt. Η mut. in Ν, Ν] Η. 14 τε] supra scr. **F**. 15 ΑΔ] -Δ corr. ex Β in scrib. **A**. ἐναλὰξ **B**. 18 ΕΒ] ΒΕ **E**. 19 περιφερείᾳ] seq. ras. 1 litt. **A**. ἀλλ'—ΖΓ (20)] del. Nizze. 20 τῇ (pr.)] -ῇ in ras. **A**. συναμφότερος] mut. in συναμφότεραι **A**². ἡ] mut. in αἱ **A**². ΔΖ] -Ζ in

metrum oppositum est (I 11), quia uterque ΕΖ (I 6), ΑΒΓΔ maximus est. ueniat et sit ΗΝΖΚ, et circulus ΒΓ expleatur ad puncta Θ, Κ.

quoniam igitur in sphaera circulus maximus ΘΕΜΗΝΖΚ circulos aliquos eorum, qui in sphaera sunt, per polos secat, et in binas partes aequales et ad rectos angulos eos secat (I 15); itaque singuli arcus ΜΝ, ΕΖ, ΘΒΓΚ semicirculi sunt. quoniam igitur ΜΝ semicirculus est, ΑΜΝΔ maior est semicirculo. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnia segmenta inter circulum ΕΖ polumque Η posita semicirculis maiora esse.



rursus, quoniam ΘΒΓΚ semicirculus est, ΒΓ minor est semicirculo. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnia segmenta inter circulum ΕΖ polumque non adparentem et in eodem hemisphaerio posita semicirculis minora esse.

iam uero rursus circulus ΑΔ circulo ΒΓ aequalis parallelusque sit. dico, circulorum ΑΔ, ΒΓ segmenta alterna inter se aequalia esse.

quoniam enim circulus ΑΔ circulo ΒΓ aequalis parallelusque est, arcus ΑΕ arcui ΕΒ aequalis est, arcus ΔΖ autem arcui ΖΓ (prop. XVIII); quare arcus $\mathrm{AE} + \Delta\mathrm{Z} = \mathrm{EB} + \mathrm{Z}\Gamma$. uerum etiam totus arcus ΕΑΔΖ toti ΕΒΓΖ aequalis est (I 11); itaque reliquus arcus ΑΔ reliquo ΒΓ aequalis est. et eiusdem circuli sunt arcus ΑΔ, ΒΓ; recta igitur ab Α ad Δ ducta rectae a Β ad Γ ductae aequalis est (Eucl. III 29); in aequalibus autem circulis aequales rectae arcus aequales abscindunt, maiorem maiori et minorem minori (Eucl. III 28); quare arcus maior circuli ΑΔ arcui maiori circuli ΒΓ aequalis est, minor autem arcus circuli ΑΔ arcui mi-

---

ras. mai. **F**². συναμφοτέρῳ τῇ] mut. in συναμφοτέραις ταῖς **A**². 21 ἐστιν ἴση] mut. in εἰσιν ἴσαι **A**². ΕΒΓΖ] ΕΒΖΓ **AD**, corr. **A**². 22 διὰ—ΕΖ (23)] deleo. ἡμικύκλιον **C**. 23 εἰσι] εἰσιν **A**. 25 ἴση—εὐθείᾳ] om. **D**. ἐστὶν **A**, comp. **C**. καὶ—εὐθεῖα (28)] deleo. καὶ—εὐθεῖα (26)] om. **D**, mg. **C**² (√). 26 ΑΔ—τὴν (27)] om. **E**. 27 ὑποτείνουσα] corr. ex ὑποτείνουσαν **C**, -σα e corr. (?) **F**. 29 ἀφαιροῦσιν **A**, ἀφαιροῦσ͂ **E**. 30 μείζων] supra scr. **C**². ἐστὶν **A**. 31 περιφερείᾳ τῇ μείζονι, ἡ] τῇ del. et ordinem uerborum in μείζονι περιφερείᾳ, ἡ litt. β-α-γ supra additis mut. **A**².

περιφέρεια [ἴση ἐστὶ] τῇ τοῦ ΒΓ κύκλου ἐλάσσονι περιφερείᾳ. καί ἐστι τὸ μὲν ΑΔ μεῖζον ἡμικυκλίου, τὸ δὲ ΒΓ ἔλαττον· τῶν ἄρα ΑΔ, ΒΓ κύκλων τὰ ἐναλλὰξ τμήματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

κʹ.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος παραλλήλους τινὰς κύκλους τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ μὴ διὰ τῶν πόλων τέμνῃ, τῶν ἀπολαμβανομένων περιφερειῶν ἐν ἑνὶ τῶν ἡμισφαιρίων μείζονες ἢ ὅμοιαι ἔσονται αἰεὶ αἱ ἔγγιον τοῦ φανεροῦ πόλου τῶν ἀπώτερον.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΓΔΒ παραλλήλους τινὰς κύκλους τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τοὺς ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ μὴ διὰ τῶν πόλων τεμνέτω, καὶ ἔστω ὁ φανερὸς πόλος τῶν παραλλήλων τὸ Η σημεῖον. λέγω, ὅτι τῶν ἀπολαμβανομένων περιφερειῶν ἐν ἑνὶ τῶν ἡμισφαιρίων μείζονες ἢ ὅμοιαι ἔσονται αἰεὶ αἱ ἔγγιον τοῦ φανεροῦ πόλου τῶν ἀπώτερον, τουτέστιν ὅτι ἡ μὲν ΑΒ τῆς ΓΔ μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία, ἡ δὲ ΓΔ τῆς ΕΖ.

διὰ γὰρ τοῦ Η καὶ ἑκατέρου τῶν Γ, Δ μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΗΘΓ, ΗΚΔ. οἱ ἄρα ΗΘΓ, ΗΚΔ ὁμοίας ἀφαιροῦσι περιφερείας τὰς μεταξὺ αὐτῶν· ἡ ΘΚ ἄρα τῇ ΓΔ ἐστιν ὁμοία· ἡ ΑΘΚΒ ἄρα τῆς ΓΔ μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓΔ τῆς ΕΖ μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία, γραφόντων ἡμῶν διὰ τοῦ Η καὶ ἑκατέρου τῶν Ε, Ζ μεγίστους κύκλους.

δύναται δὲ δειχθῆναι καὶ μὴ γραφόντων ἡμῶν, μόνον δὲ προσαναπληρούντων τὸν ΕΖ, ὡς ἐν τῷ πρὸ αὐτοῦ.

καʹ.

Ἐὰν ἐν ἴσαις σφαίραις ἐπὶ μεγίστων κύκλων μέγιστοι κύκλοι κεκλιμένοι ὦσιν, ὁποτέρου αὐτῶν ἂν ὁ πόλος μετεωρότερος ᾖ, μᾶλλον ἔσται κεκλιμένος· ὧν δὲ κύκλων οἱ πόλοι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων, ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι.

1 ἴση ἐστὶ] ἴση ἐστὶν **AF**, comp. **C**; om. **E**. ἐλάσσονι] -ι postea add. **A**. περιφερείᾳ] περιφερείᾳ ἴση ἐστί **E**. ἐστιν **A**. 2 ἔλασσον **E**. 3 ἐναλὰξ **B**, corr. **B²**. 4 κʹ] mg. ext. **B²**. 5 κύκλους^β′ τινὰς^α **E**. 6 τέμνῃ] -ῃ in ras. **A**. 7 ἡμισφαιρίων] -ί- in ras. **A**. ἔσονται] -ο- e corr. **F**. αἰεὶ] **ACDE**; ἀεὶ **BE**, e corr. **A**. ἔγγιον] -ι- corr. ex ει **A²**, ἔγγιον οὖσαι **E**. 8 τῶν] τῆς **AD**, corr. **A**. ἀπότερον **E**. 9 ΑΓΔΒ] **E**, ΑΒΓΔ **ABCDF**, ΑΒΔΓ **A²**. 10 τοὺς] τοῦ **F**. καὶ—σημεῖον (11)] **E**, om. **ABCDF**. 11 ὁ] addidi, om. **E**. 12 περιφερειῶν] -ῶν in ras. **A**. 13 αἰεὶ] **BD**, αἰε in ras. **A**, ἀεὶ **CEF**. αἱ] in ras. **A**. ἔγγειον **AB**, corr. **A² B²**. τῶν] **EA²**, τῆς **ABCDF**. ἀπότερον **E**. 15 διὰ γὰρ] **E**, ἔστω γὰρ ὁ φανερὸς πόλος τῶν παραλλήλων τὸ Η σημεῖον καὶ διὰ **ABCDF**. 16 ΗΚΔ (pr.)] Η- in ras. **B²**. περι||περιφερείας **E**. 17 ἡ ΑΘΚΒ—ὁμοία (18)] om. **D**. 18 τῆς ΕΖ] in spat. min. ins. **A²**, om. **D**. 20 μέγιστος κύκλος **B**, sed. corr. 21 δύναται δὲ] ὅπερ δύναται **E**. 22 post αὐτοῦ add. θεωρήματι **A²**. 23 καʹ] mg. ext. **B²**. In fig. litt. Η in arcu ΑΒ coll. **BCDF**, arcus ΓΗ, ΗΔ rectae sunt in **BC** et fuerunt in **A**, in quo ad arcum ΑΒ peruenerunt; corr. **A²** (Η] Κ); Η et in ΑΒ **C** et suo loco **C²**; Γ] e corr. **C²**. 24 ἐν] om. **CF**. μέγιστοι] seq. ras. || **A**. κεκλιμένοι] pr. ι corr. ex η **A**. 25 ὁποτέρου] scripsi, ὁποτεροῦν **E**, pr. ο e corr.; ὁποτερουοῦν **ABDF**, -ο^τρυ- renouat. **C²**. ἂν] scripsi, ἐὰν **ABCEF**, eras. **A**, om. **D**. μετέωρος **D**. 26 κύκλων] κύκ- in ras. **B**. ἴσον] in ras. **D**.

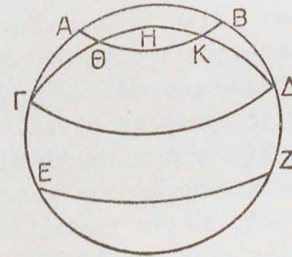
nori circuli ΒΓ. et segmentum ΑΔ maius est semicirculo, ΒΓ autem minus; ergo circulorum ΑΔ, ΒΓ segmenta alterna inter se aequalia sunt.

XX.

Si in sphaera circulus maximus parallelos aliquos circulos eorum, qui in sphaera sunt, non per polos secat, arcuum in uno hemisphaerio abscisorum qui polo adparenti propiores sunt, semper remotioribus maiores erunt quam similes.

in sphaera enim circulus maximus ΑΓΔΒ parallelos aliquos circulos eorum, qui in sphaera sunt, ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ ne per polos secet, et polus adparens parallelorum sit punctum Η. dico, arcuum in uno hemisphaeriorum abscisorum qui polo adparenti propiores sint, remotioribus maiores esse quam similes, hoc est, esse ΑΒ arcu ΓΔ maiorem quam similem, ΓΔ autem arcu ΕΖ.

nam per Η et utrumque Γ, Δ circuli maximi describantur (I 20) ΗΘΓ, ΗΚΔ. itaque ΗΘΓ, ΗΚΔ arcus inter eos positos similes abscindunt (prop. X); quare ΘΚ arcui ΓΔ similis est; ergo ΑΘΚΒ arcu ΓΔ maior est quam similis. similiter igitur demonstrabimus, etiam ΓΔ arcu ΕΖ maiorem esse quam similem, descriptis per Η et utrumque Ε, Ζ circulis maximis.



potest autem etiam circulis non descriptis demonstrari circulo ΕΖ tantum expleto, ut in propositione praecedenti.

XXI.

Si in aequalibus sphaeris ad circulos maximos inclinati sunt circuli maximi, utriuscunque eorum polus sublimior fuerit, magis inclinatus erit; quorum autem circulorum poli a planis aequali spatio distant, aequaliter inclinati sunt.

ἐν γὰρ ἴσαις σφαίραις ἐπὶ μεγίστων κύκλων τῶν ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ μέγιστοι κύκλοι οἱ ΒΚΔ, ΖΛΘ κεκλιμένοι ἔστωσαν, καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΒΚΔ κύκλου πόλος τὸ Μ σημεῖον, τοῦ δὲ ΖΛΘ κύκλου πόλος τὸ Ν σημεῖον, μετεωρότερον δὲ ἔστω τὸ Μ τοῦ Ν. λέγω, ὅτι ὁ ΒΚΔ κύκλος πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον μᾶλλον κέκλιται ἤπερ ὁ ΖΛΘ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον.

γεγράφθω γὰρ διὰ τοῦ Μ καὶ ἑνὸς τῶν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου πόλων μέγιστος κύκλος ὁ ΑΚΜΓ, διὰ δὲ τοῦ Ν καὶ ἑνὸς τῶν τοῦ ΕΖΗΓ κύκλου πόλων μέγιστος κύκλος ὁ ΕΛΝΗ, καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΒΓΔ κύκλου καὶ τοῦ ΒΚΔ κοινὴ τομὴ ἡ ΒΔ, τοῦ δὲ ΑΒΓΔ κύκλου καὶ τοῦ ΑΚΜΓ κοινὴ τομὴ ἡ ΑΓ, τοῦ δὲ ΒΚΔ καὶ τοῦ ΑΚΜΓ κοινὴ τομὴ ἡ ΚΞ, καὶ ἔτι τοῦ μὲν ΕΖΗΘ κύκλου καὶ τοῦ ΖΛΘ κοινὴ τομὴ ἡ ΖΘ, τοῦ δὲ ΕΖΗΘ κύκλου καὶ τοῦ ΕΛΝΗ κοινὴ τομὴ ἡ ΕΗ, τοῦ δὲ ΖΛΘ καὶ τοῦ ΕΛΝΗ κοινὴ τομὴ ἡ ΛΟ.

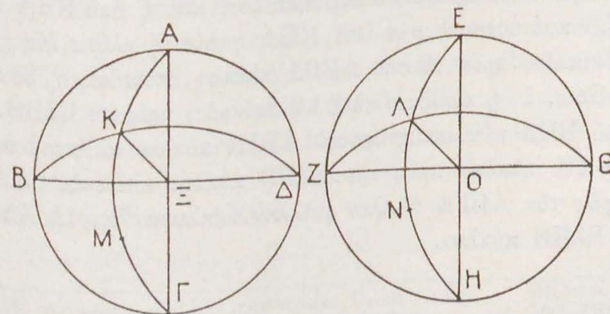
καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΚΓΜ κύκλους τινὰς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τοὺς ΑΒΓΔ, ΒΚΔ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτοὺς τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· ὁ ΑΚΜΓ ἄρα κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς ἑκάτερον τῶν ΑΒΓΔ, ΒΚΔ κύκλων· ὥστε καὶ ἑκάτερος τῶν ΑΒΓΔ, ΒΚΔ ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΑΚΜΓ κύκλον. ἐὰν δὲ δύο ἐπίπεδα τέμνοντα ἄλληλα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται· καὶ ἡ κοινὴ ἄρα τομὴ τῶν ΑΒΓΔ, ΒΚΔ ἡ ΒΞΔ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΚΜΓ κύκλον· ὥστε καὶ πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τοῦ ΑΚΜΓ κύκλου ὀρθὰς ποιήσει γωνίας. ἅπτεται δὲ τῆς ΒΞΔ ἑκατέρα τῶν ΚΞ, ΞΑ οὖσα ἐν τῷ τοῦ ΑΚΜΓ κύκλου ἐπιπέδῳ· ἡ ΒΞ ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν ΚΞ, ΞΑ ὀρθή ἐστι. καὶ ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα τέμνει ἄλληλα τὰ ΑΒΓΔ, ΒΚΔ, καὶ τῇ κοινῇ αὐτῶν τομῇ τῇ ΒΔ πρὸς ὀρθὰς ἠγμέναι εἰσὶν αἱ ΚΞ, ΞΑ, ἡ μὲν ΚΞ ἐν τῷ τοῦ ΒΚΔ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἡ δὲ ΞΑ ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΚΞΑ γωνία ἡ κλίσις ἐστίν, ἐν ᾗ κέκλιται τὸ ΒΚΔ ἐπίπεδον πρὸς τὸ ΑΒΓΔ ἐπίπεδον. ὁμοίως δὴ

1 ἐν] -ν in ras. **A.** γὰρ] γ- in ras. **A.** ἴσαις] in ras. **A.** 3 τοῦ δὲ—σημεῖον (4)] mg. **C**² (·6.). 10 καὶ—κύκλου] om. **D.** 12 ΚΞ] -Ξ e corr. **B.** ἔτι] ἐστι **CF.** 13 κύκλου] om. **D.** 14 ΛΟ] **EFA**² **B**², ΛΘ **ABCD.** 16 ΒΚΔ] ΔΒΚΔ **AD**, corr. **A.** 18 ΒΚΔ (pr.)] -Δ e corr. in scrib. **D.** post alt. ΒΚΔ supra add. κύκλων **A**². 19 ἄλληλα] -λα e corr. **B.** 21 ἄρα] **EA**², ἄρα αὐτῶν **ACDFB**², αὐτῶν **B.** ἡ ΒΞΔ] **E**, om. **ABCDF**, κύκλων **A**². 22 ἐστιν **A**, comp. **C.** 24 ΒΞΔ] mut. in ΒΔ **A**². 25 τῶν] τὴν **E.** 27 αἱ] corrigere uol. **A**². 29 τοῦ] bis **D**, om. **C.** ἐστί **C.**

in aequalibus enim sphaeris ad circulos maximos ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ circuli maximi ΒΚΔ, ΖΛΘ inclinati sint, et sit polus circuli ΒΚΔ punctum Μ, circuli autem ΖΛΘ polus punctum Ν, sublimius autem sit Μ puncto Ν. dico, circulum ΒΚΔ ad circulum ΑΒΓΔ magis inclinatum esse quam circulum ΖΛΘ ad circulum ΕΖΗΘ.

describatur enim per Μ et alterum utrum polorum circuli ΑΒΓΔ circulus maximus ΑΚΜΓ, per Ν autem et alterum utrum polorum circuli ΕΖΗΓ circulus maximus ΕΛΝΗ (I 20), et circulorum ΑΒΓΔ, ΒΚΔ communis sectio sit ΒΔ, circulorum autem ΑΒΓΔ, ΑΚΜΓ communis sectio ΑΓ, circulorum autem ΒΚΔ, ΑΚΜΓ communis sectio ΚΞ, et praeterea circulorum ΕΖΗΘ, ΖΛΘ communis sectio ΖΘ, circulorum autem ΕΖΗΘ, ΕΛΝΗ communis sectio ΕΗ, circulorum autem ΖΛΘ, ΕΛΝΗ communis sectio ΛΟ.

et quoniam in sphaera circulus maximus ΑΚΓΜ circulos aliquos eorum, qui in sphaera sunt, ΑΒΓΔ, ΒΚΔ per polos secat, et in binas partes aequales et ad rectos angulos eos secabit (I 15); itaque circulus ΑΚΜΓ ad utrumque circulum ΑΒΓΔ, ΒΚΔ perpendicularis est; quare etiam uterque ΑΒΓΔ, ΒΚΔ ad circulum ΑΚΜΓ perpendicularis est. si autem duo plana inter se secantia ad planum aliquod perpendicularia sunt, etiam communis eorum sectio ad idem planum perpendicularis erit (Eucl. XI 19); quare etiam communis sectio circulorum ΑΒΓΔ, ΒΚΔ,



hoc est ΒΞΔ, ad circulum ΑΚΜΓ perpendicularis est; quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in eodem plano circuli ΑΚΜΓ positas rectos angulos efficiet (Eucl. XI def. 3). uerum utraque ΚΞ, ΞΑ in plano circuli ΑΚΜΓ posita rectam ΒΞΔ tangit; itaque ΒΞ ad utramque ΚΞ, ΞΑ perpendicularis est. et quoniam duo plana ΑΒΓΔ, ΒΚΔ inter se secant, et ad communem eorum sectionem ΒΔ perpendiculares ductae sunt ΚΞ, ΞΑ, ΚΞ in plano circuli ΒΚΔ, ΞΑ autem in plano circuli ΑΒΓΔ, ∠ΚΞΑ inclinatio est, qua planum ΒΚΔ ad planum ΑΒΓΔ incli-

δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΛΟΕ γωνία ἡ κλίσις ἐστίν, ἐν ᾗ κέκλιται τὸ ΖΛΘ ἐπίπεδον πρὸς τὸ ΕΖΗΘ ἐπίπεδον.

λέγω δή, ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΚΞΑ γωνία τῆς ὑπὸ ΛΟΕ γωνίας.

ἐπεὶ γὰρ μετεωρότερόν ἐστι τὸ Μ τοῦ Ν, ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Μ κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπίπεδον μείζων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Ν καθέτου ἀγομένης ἐπὶ τὸ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου ἐπίπεδον. ἀλλ' ἡ μὲν ἀπὸ τοῦ Μ κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπίπεδον ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν πίπτει τοῦ τε ΑΚΜΓ κύκλου καὶ τοῦ ΑΒΓΔ, τουτέστι τὴν ΑΓ, διὰ τὸ ὀρθὰ εἶναι πρὸς ἄλληλα τὰ ΑΚΜΓ, ΑΒΓΔ ἐπίπεδα, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ Ν κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου ἐπίπεδον ἐπὶ τὴν ΕΗ πίπτει· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Μ κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὴν ΑΓ μείζων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Ν ἐπὶ τὴν ΕΗ καθέτου ἀγομένης. ἐπεὶ οὖν δύο τμήματα κύκλων ἴσα ἐστὶ τὰ ΑΚΜΓ, ΕΛΝΗ, καὶ τυχόντα σημεῖα τὰ Μ, Ν, καί ἐστιν ἡ ἀπὸ τοῦ Μ κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὴν ΑΓ μείζων τῆς ἀπὸ τοῦ Ν καθέτου ἀγομένης ἐπὶ τὴν ΕΗ, μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΜΓ περιφέρεια τῆς ΝΗ περιφερείας. ἴση δὲ ἡ ΜΚ περιφέρεια τῇ ΝΛ περιφερείᾳ· ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν ἴση ἐστὶ τῇ, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου· ὅλη ἄρα ἡ ΚΜΓ περιφέρεια ὅλης τῆς ΛΝΗ περιφερείας μείζων ἐστίν. ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ ΑΚΜΓ ὅλῃ τῇ ΕΛΝΗ ἴση ἐστίν, ὧν ἡ ΚΜΓ τῆς ΛΝΗ μείζων ἐστίν, λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΚ περιφέρεια λοιπῆς τῆς ΕΛ περιφερείας ἐλάσσων ἐστί. καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς ΑΚ γωνία ἡ ὑπὸ ΚΞΑ, ἐπὶ δὲ τῆς ΛΕ γωνία ἡ ὑπὸ ΛΟΕ· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΚΞΑ γωνία τῆς ὑπὸ ΛΟΕ. καί ἐστιν ἡ μὲν ὑπὸ ΚΞΑ γωνία ἡ κλίσις, ἐν ᾗ κέκλιται τὸ ΒΚΔ ἐπίπεδον πρὸς τὸ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπίπεδον, ἡ δὲ ὑπὸ ΛΟΕ γωνία ἡ κλίσις, ἐν ᾗ κέκλιται τὸ ΖΛΘ ἐπίπεδον πρὸς τὸ ΕΖΗΘ ἐπίπεδον· ἡ ἄρα τοῦ ΒΚΔ κύκλου πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον κλίσις ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ ΖΛΘ κύκλου πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον κλίσεως. ὁ ΒΚΔ ἄρα κύκλος πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον μᾶλλον κέκλιται ἤπερ ὁ ΖΛΘ κύκλος πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον.

1 ΛΟΕ] ΛΘΕ **E**. κλίσις] in ras. **A**. κέκλιται] -ι- corr. ex ει A^2. 3 ἐλάττων **C**, comp. **D**. 5 Ν] Η **E**. In fig. Μ] bis **C**, Λ] Α **A**, Ν] del. **F**, in recta ΖΟ coll. **CDF**$A^2$$B^2$, Η] Μ? **C**; in **F** arcus in altera parte rectae ΕΗ et 1 litt. eras.; fig. superius repet. A^2 (Λ hab.). 7 post καθέτου ins. τῆς A^2. 8 κάθετος] om. **E**. 9 τουτέστι] -τι in ras. **B**, τουτέστιν **A**, comp. **C**. 10 πρὸς ἄλληλα εἶναι **E**. ΑΒΓΔ] om. **E**. 12 ΕΗ] ΕΝ **D**. τὴν] -ὴ- e corr. **F**. 13 Ν] in ras. **F**. ΕΗ] in ras. **A**, corr. ex ΕΝ **F**. καθέτου ἀγομένης] mut. in ἀγομένης καθέτου litt. β—α supra add. A^2. 14 ΕΛΝΗ] corr. ex ΕΛΝ ἡ A^2, -ΝΗ e corr. **C**. 16 τοῦ] -οῦ in ras. **E**. καθέτου ἀγομένης] mut. in ἀγομένης καθέτου litt. β—α supra add. A^2. ἐστι̅ **C**. 17 ΜΓ] -Γ e corr. C^2. περιφερείας] seq. schol. **E**, mg. ○⊃ **BD**; περιφερείας

natum est (Eucl. XI def. 6). similiter igitur demonstrabimus, etiam ∠ΛΟΕ inclinationem esse, qua planum ΖΛΘ ad planum ΕΖΗΘ inclinatum sit.

dico igitur, esse ∠ΚΞΑ < ∠ΛΟΕ.

quoniam enim Μ sublimius est quam Ν, recta ab Μ ad planum circuli ΑΒΓΔ perpendicularis ducta maior est recta ab Ν ad planum circuli ΕΖΗΘ perpendiculari ducta. uerum recta ab Μ ad planum circuli ΑΒΓΔ perpendicularis ducta in communem sectionem circulorum ΑΚΜΓ, ΑΒΓΔ cadit, hoc est in ΑΓ (Eucl. XI app. I 3), quia plana ΑΚΜΓ, ΑΒΓΔ inter se perpendicularia sunt, recta autem ab Ν ad planum circuli ΕΖΗΘ perpendicularis ducta in ΕΗ cadit; recta igitur ab Μ ad ΑΓ perpendicularis ducta maior est recta ab Ν ad ΕΗ perpendiculari ducta. quoniam igitur duo segmenta circulorum aequalia sunt ΑΚΜΓ, ΕΛΝΗ, et puncta quaelibet Μ, Ν, et recta ab Μ ad ΑΓ perpendicularis ducta maior est recta ab Ν ad ΕΗ perpendiculari ducta, maior est etiam arcus ΜΓ arcu ΝΗ.[1] uerum arcus ΜΚ arcui ΝΛ aequalis est; uterque enim eorum ei aequalis est, cui latus quadrati in circulum maximum inscripti subtendit (I 16); itaque totus arcus ΚΜΓ toto arcu ΛΝΗ maior est. quoniam igitur totus ΑΚΜΓ toti ΕΛΝΗ aequalis est, quorum ΚΜΓ > ΛΝΗ, reliquus arcus ΑΚ reliquo arcu ΕΛ minor est. et in ΑΚ angulus ΚΞΑ consistit, in ΛΕ autem angulus ΛΟΕ; itaque etiam ∠ΚΞΑ < ∠ΛΟΕ (cfr. Eucl. III 27). et angulus ΚΞΑ inclinatio est, qua planum ΒΚΔ ad planum circuli ΑΒΓΔ inclinatum est, angulus autem ΛΟΕ inclinatio, qua planum ΖΛΘ ad planum ΕΖΗΘ inclinatum est; itaque inclinatio circuli ΒΚΔ ad circulum ΑΒΓΔ minor est inclinatione circuli ΖΛΘ ad circulum ΕΖΗΘ. ergo circulus ΒΚΔ ad circulum ΑΒΓΔ magis inclinatus est quam circulus ΖΛΘ ad circulum ΕΖΗΘ.

ἴση δὲ ἡ ΜΚ περιφέρεια τῆς ΝΗ περιφερείας **C**, corr. C^2. ΜΚ] -Κ in ras. **B**. ΝΛ] Ν- e corr. **F**. 18 ἐστὶν **A** et **F**, sed corr. ὑποτείνει] corr. ex ὑποτείνῃ **A**. ἡ] inter duas ras. 1 litt. **A**. 22 ἐστίν] **AE**, comp. **C**, ἐστί **BDF**. ΑΚ] in ras. **A**. 23 γωνίας **A**, sed -ς eras. 24 ΛΕ] ΕΛ **E**. γωνία] γ- e corr. in scrib. **A**. ΛΟΕ] -Ε renouat. C^2, seq. ras. 10 litt. ἐστὶν **A**. τῆς—γωνία (25)] mg. C^2 (·b.). 25 κέκλιται] pr. ι corr. ex ει A^2. 26 τοῦ—πρὸς τὸ (27)] mg. C^2 (ℂ), in textu ras. 5 litt.; om. **F**. 27 κέκλιται] pr. ι corr. ex ει A^2. ΖΛΘ] -Θ e corr. **D**, ΖΘΛ **B**. 28 ΒΚΔ] -ΚΔ e corr. **D**. πρὸς τὸν] in ras. **B**. ἐστὶν **A**. 30 κέκλιται] pr. ι corr. ex ει A^2.

1) Hoc demonstrandum erat; u. scholia.

ἀλλὰ δὴ πάλιν τῶς ΒΚΔ, ΖΛΘ κύκλων οἱ πόλοι ἴσον ἀπεχέτωσαν τῶν ἐπιπέδων, τουτέστιν ἔστω ἡ ἀπό τοῦ Μ κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπίπεδον ἴση τῇ ἀπὸ τοῦ Ν καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὸ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου ἐπίπεδον. λέγω, ὅτι οἱ ΒΚΔ, ΖΛΘ κύκλοι πρὸς τοὺς ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι, τουτέστιν ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΚΞΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΛΟΕ γωνίᾳ.

τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΚΞΑ γωνία ἡ κλίσις ἐστίν, ἐν ᾗ κέκλιται τὸ τοῦ ΒΚΔ κύκλου ἐπίπεδον πρὸς τὸ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπίπεδον, ἡ δὲ ὑπὸ ΛΟΕ γωνία ἡ κλίσις ἐστίν, ἐν ᾗ κέκλιται τὸ τοῦ ΖΛΘ κύκλου ἐπίπεδον πρὸς τὸ τοῦ ΕΗΘ κύκλου ἐπίπεδον. λέγω οὖν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΚΞΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΛΟΕ γωνίᾳ.

ἐπεὶ γὰρ αἱ ἀπὸ τῶν Μ, Ν κάθετοι ἀγόμεναι ἐπὶ τὰ τῶν ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ κύκλων ἐπίπεδα ἴσαι εἰσίν, αἱ δὲ ἀπὸ τῶν Μ, Ν κάθετοι ἀγόμεναι ἐπὶ τὰ τῶν ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ κύκλων ἐπίπεδα ἐπὶ τὰς ΑΓ, ΕΗ πίπτουσιν, αἱ ἄρα ἀπὸ τῶν Μ, Ν σημείων ἐπὶ τὰς ΑΓ, ΕΗ εὐθείας κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι εἰσίν. ἐπεὶ οὖν δύο τμήματα κύκλων ἴσα ἐστὶ τὰ ΑΚΜΓ, ΕΛΝΗ, καὶ τυχόντα σημεῖα τὰ Μ, Ν, καί ἐστιν ἡ ἀπὸ τοῦ Μ ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετος ἀγομένη ἴση τῇ ἀπὸ τοῦ Ν ἐπὶ τὴν ΕΗ καθέτῳ ἀγομένῃ, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΜΓ περιφέρεια τῇ ΝΗ περιφερείᾳ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΜΚ τῇ ΛΝ ἴση· ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν ἴση ἐστὶ τῇ, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΚΜΓ ὅλῃ τῇ ΛΝΗ περιφερείᾳ ἴση ἐστίν. ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ΑΚΜΓ ὅλῃ τῇ ΕΛΝΗ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΚ περιφέρεια λοιπῇ τῇ ΕΛ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς ΑΚ περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ ΚΞΑ, ἐπὶ δὲ τῆς ΛΕ γωνία ἡ ὑπὸ ΛΟΕ· ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΚΞΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΛΟΕ. καί ἐστιν ἡ μὲν ὑπὸ ΚΞΑ γωνία ἡ κλίσις, ἐν ᾗ κέκλιται τὸ τοῦ ΒΚΔ κύκλου ἐπίπεδον πρὸς τὸ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπίπεδον, ἡ δὲ ὑπὸ ΛΟΕ γωνία ἡ κλίσις ἐστίν, ἐν ᾗ κέκλιται τὸ τοῦ ΖΛΘ κύκλου ἐπίπεδον πρὸς τὸ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου· ἡ ἄρα κλίσις, ἐν ᾗ κέκλιται ὁ ΒΚΔ κύκλος πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, ἴση ἐστὶ τῇ κλίσει τοῦ ΖΛΘ κύκλου πρὸς τὸν ΕΖΗΘ κύκλον.

1 τῶν] τὸν **E**. 3 ἴση—ἐπίπεδον (4)] bis **D**. καθέτου ἀγομένη **E**. 5 ΕΖΗΘ] -Ζ- e corr. **E**; deinde supra add. κύκλους **A**². εἰσὶ] -σὶ in ras. **E**. ὅτι] om. **E**. 6 γωνία] in ras. **A**. ΛΗΕ **C**. 7 μὲν] in ras. **A**. 8 ἡ] om. **D**. κέκλειται **A**, corr. **A**². -πεδον πρὸς—κύκλου ἐπί- (9)] mg. **A**. 9 πρὸς] om. | **D**. ΑΒΓΔ—πρὸς τὸ τοῦ (10)] om. **F**. ΛΘΕ **C**. 10 ΕΗΘ] mut. in ΕΖΗΘ **A**². 12 ΛΘΕ **C**, corr. **C**². 14 ἐπίπεδα] -πε- in ras. **D**. ἴσαι—ἐπίπεδα (15)] del. **A**². εἰσί **C**. 15 ΕΗ] -Η e corr. **D**. πίπτουσιν —ΕΗ (16)] mg. **C**, in spat. min. **F**². τῶν] τὸν **F**². Μ] Κ **C**. Ν] e corr. **D**. σημείων] om. **C**. 16 ἄρα] om. **C**. 17 ἐστὶν **A**. 18 ΕΛΝΗ] -Η corr. ex Ν? **C**. 19 τὴν] corr. ex τῆι **A**², καὶ renouat. **C**. ΕΗ] corr. ex Ν· **A**², ΝΕ **C**, ΕΗ supra scr. Ν **D**. καθέτῳ] κα- e corr. **C**. 20 ἐστὶ] ἐστὶν **A**, comp. **C**. περιφέρεια] -ερι- in ras. **A**. ΝΗ] ΗΝ **A**? 21 ΜΚ] -Κ e corr. **C**. ἐστὶν **A**, comp. **C**. 23 ἐστὶν ἴση **E**. ἔστιν **A**. 24 ΑΚΜΓ] ΑΚ- e corr. **A**, ΚΜΓ **D**. ΕΛΗΝ **C**. ΑΚ] ΥΚ **C**. 26 post alt. γωνία del. λέγω **A**². ἐστὶν **A**, comp. **C**. 27 ὑπὸ (tert.)] supra scr. **A**². 28 ἡ] supra scr. **A**. κέκλεῖται **A**. 29 ΑΒΓΔ] in ras. **A**, ΑΒΓ **C**. κύκλου] in ras. **A**. ἡ (pr.)] e corr. **C**. γωνία] corr. ex γωνίαν **A**. 30 κέκλιται] pr. ι corr. ex ει **A**². ΖΛΟ **C**. ΕΖΗΘ] -Η- supra scr. **C**. 31 ἡ ἄρα] mut. in ἐπίπεδον ἡ ἄρα **A**². κέκλιται] pr. ι corr. ex ει **A**².

iam uero rursus poli circulorum ΒΚΔ, ΖΛΘ aequali spatio a planis distent, hoc est sit recta ab Μ ad planum circuli ΑΒΓΔ ducta rectae ab Ν ad planum circuli ΕΖΗΘ ductae aequalis. dico, circulos ΒΚΔ, ΖΛΘ ad circulos ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ aequaliter inclinatos esse [hoc est esse ∠ΚΞΑ = ∠ΛΟΕ].[1])

iisdem enim comparatis similiter demonstrabimus, angulum ΚΞΑ inclinationem esse, qua planum circuli ΒΚΔ ad planum circuli ΑΒΓΔ inclinatum sit, angulum ΛΟΕ autem inclinationem, qua planum circuli ΖΛΘ ad planum circuli ΕΗΘ inclinatum sit. dico igitur, esse ∠ΚΞΑ = ∠ΛΟΕ.

quoniam enim rectae ab Μ, Ν ad plana circulorum ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ perpendiculares ductae aequales sunt, et rectae ab Μ, Ν ad plana circulorum ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ perpendiculares ductae in ΑΓ, ΕΗ cadunt (Eucl. XI app. I 3), rectae a punctis Μ, Ν ad rectas ΑΓ, ΕΗ perpendiculares ductae aequales sunt. quoniam igitur duo segmenta circulorum aequalia sunt ΑΚΜΓ, ΕΛΝΗ et puncta quaelibet Μ, Ν, et recta ab Μ ad ΑΓ perpendicularis ducta rectae ab Ν ad ΕΗ perpendiculari ductae aequalis est, etiam arcus ΜΓ arcui ΝΗ aequalis est.[2]) uerum etiam ΜΚ arcui ΛΝ aequalis est; uterque enim eorum ei aequalis est, cui latus quadrati in circulum maximum inscripti subtendit (I 16); quare etiam totus ΚΜΓ toti arcui ΛΝΗ aequalis est. uerum etiam totus ΑΚΜΓ toti arcui ΕΛΝΗ aequalis est; itaque reliquus arcus ΑΚ reliquo arcui ΕΛ aequalis est. et in arcu ΑΚ angulus ΚΞΑ consistit, in ΛΕ autem angulus ΛΟΕ; itaque etiam ∠ΚΞΑ = ∠ΛΟΕ (Eucl. III 27). et angulus ΚΞΑ inclinatio est, qua planum circuli ΒΚΔ ad planum circuli ΑΒΓΔ inclinatum est, angulus autem ΛΟΕ inclinatio, qua planum circuli ΖΛΘ ad planum circuli ΕΖΗΘ inclinatum est; ergo inclinatio, qua circulus ΒΚΔ ad circulum ΑΒΓΔ inclinatus est, aequalis est inclinationi circuli ΖΛΘ ad circulum ΕΖΗΘ.

1) τουτέστιν lin. 5—γωνίᾳ lin. 6 interpolata uidentur coll. lin. 11 sq.
2) U. scholia.

οἱ ΒΚΔ, ΖΛΘ ἄρα κύκλοι πρὸς τοὺς ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ κύκλους ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι· ἐμάθομεν γάρ, ὅτι ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὁμοίως κεκλίσθαι λέγεται καὶ ἕτερον πρὸς ἕτερον, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων πρὸς ὀρθὰς γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων ἴσας γωνίας περιέχωσιν.

κβ'.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐφάπτηται, ἕτερον δὲ τούτῳ παράλληλον τέμνῃ μεταξὺ ὄντα τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ οὗ ἐφάπτεται ὁ μέγιστος κύκλος, ἔτι τε ὁ πόλος τοῦ μεγίστου μεταξὺ ᾖ τῶν παραλλήλων, καὶ γραφῶσι μέγιστοι κύκλοι ἐφαπτόμενοι τοῦ μείζονος τῶν παραλλήλων, κεκλιμένοι ἔσονται πρὸς τὸν μέγιστον κύκλον, καὶ ὀρθότατος μὲν ἔσται ὁ τὴν συναφὴν ἔχων κατὰ τὴν διχοτομίαν τοῦ μείζονος τμήματος, ταπεινότατος δὲ ὁ τὴν συναφὴν ἔχων κατὰ τὴν διχοτομίαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, τῶν δὲ ἄλλων οἱ μὲν ἴσον ἀπέχοντες ὁποτερασοῦν τῶν διχοτομιῶν ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι, αἰεὶ δὲ ὁ πορρώτερον τὴν συναφὴν ἔχων τῆς διχοτομίας τοῦ μείζονος τμήματος τοῦ ἔγγιον μᾶλλον ἔσται κεκλιμένος, ἔτι τε οἱ πόλοι τῶν μεγίστων ἐπὶ ἑνὸς ἔσονται κύκλου παραλλήλου τε καὶ ἐλάσσονος, οὗ ἐφάπτεται ὁ ἐξ ἀρχῆς μέγιστος κύκλος.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓ κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τοῦ ΑΔ ἐφαπτέσθω κατὰ τὸ Α σημεῖον, ἕτερον δὲ τούτῳ παράλληλον τὸν ΕΖΗΘ τεμνέτω μεταξὺ ὄντα τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ τοῦ ΑΔ κύκλου, ἔτι δὲ ὁ πόλος τοῦ ΑΒΓ κύκλου μεταξὺ ἔστω τῶν ΑΔ, ΕΖΗΘ καὶ ἔστω τὸ Κ σημεῖον, καὶ γεγράφθωσαν μέγιστοι κύκλοι οἱ ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ ἐφαπτόμενοι τοῦ μείζονος τῶν παραλλήλων τοῦ ΕΖΗΘ, ὁ μὲν ΒΖΓ κύκλος κατὰ τὴν διχοτομίαν τοῦ μείζονος τμήματος τοῦ ΕΖΗΘ κατὰ τὸ Ζ σημεῖον, ὁ δὲ ΥΘ κατὰ τὴν διχοτομίαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος τοῦ ΕΖΗΘ κατὰ τὸ Θ σημεῖον, οἱ δὲ ΜΝΞ, ΟΠΡ ἴσον ἀπεχέτωσαν ὁποτερασοῦν τῶν διχοτομιῶν, ὁ δὲ ΤΣ πορρώτερον ἐχέτω τὴν κατὰ τὸ Τ συναφὴν τῆς διχοτομίας τοῦ μείζονος τμήματος ἤπερ ὁ ΟΠΡ. λέγω, ὅτι οἱ ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ κύκλοι κεκλιμένοι ἔσονται πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον, καὶ ὀρθότατος μὲν αὐτῶν ἔσται

1 πρὸς] προὺς **F**. 2 ὁμοίως] -ς in ras. 2 litt. **A**. κεκλιμένοι] κεκλιμένοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι **E**. 3 κεκλίσθαι] -ί- corr. ex εί **A²**. 4 γωνίας] om. **E**. ἑκατέρᾳ **E**. τῷ ἐπιπέδῳ **F**. 6 κβ'] mg. ext. **B²**. 8 παράλλη **A**, -λον supra add. **A²**. τοῦ] τοῦ τε **E**. 10 ᾖ] om. **D**. γραφῶσιν **A**. 12 ἔχων—συναφὴν (13)] mg. **B²**. 13 ταπεινώτατος **A**, ταπεινότητος **E**. 15 ἴσοι **F**. κλιμένοι **A**. 16 ἀεὶ **E**. 17 ἔγγειον **A**, corr. **A²**. Post ἔσται del. βεβηκότος **C**. τε] δὲ **E**. 22 τὸν] κύκλον τὸν **E**. τοῦ] τοῦ τε **E**. 23 δὲ] mut. in τε **A²**, τε **E**. κύκλου (alt.)] κ- corr. ex δ in scrib. **D**. 24 σημεῖον] om. **D**. 25 ΣΤ] Σ- ins. post ras.

[ergo circuli ΒΚΔ, ΖΛΘ ad circulos ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ similiter inclinati sunt; didicimus enim, planum ad planum similiter inclinatum uocari atque aliud ad aliud, ubi rectae ad communem planorum sectionem ad rectos angulos ductae in utroque plano angulos aequales comprehendant (Eucl. XI def. 6—7)].[1]

XXII.

Si in sphaera circulus maximus circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, contingit, alium autem huic parallelum secat inter centrum sphaerae circulumque, quem contingit circulus maximus, positum, et praeterea polus maximi inter parallelos positus est, et circuli maximi describuntur maiorem parallelorum contingentes, ad circulum maximum inclinati erunt, et erectissimus erit, qui contactum in puncto medio segmenti maioris habet, humillimus autem, qui contactum in puncto medio segmenti minoris habet, ceterorum autem qui ab utrolibet puncto medio aequali spatio distant, aequaliter inclinati sunt, semperque qui contactum a puncto medio segmenti maioris remotiorem habet, magis inclinatus erit eo, qui eum propiorem habet, et praeterea poli maximorum in uno circulo positi erunt parallelo et minore eo, quem contingit circulus maximus ab initio positus.

in sphaera enim circulus maximus ΑΒΓ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΑΔ in puncto Α contingat, alium autem huic parallelum ΕΖΗΘ secet inter centrum sphaerae circulumque ΑΔ positum, praeterea autem polus circuli ΑΒΓ inter ΑΔ, ΕΖΗΘ positus sit et sit punctum Κ, et describantur circuli maximi ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ maiorem parallelorum ΕΖΗ contingentes, circulus ΒΖΓ in puncto medio segmenti maioris circuli ΕΖΗΘ in puncto Ζ, ΥΘ autem in puncto medio segmenti minoris circuli ΕΖΗΘ in puncto Θ, circuli autem ΜΝΞ, ΟΠΡ ab utrolibet puncto medio aequali spatio distent, ΤΣ autem contactum in puncto Τ a puncto medio segmenti maioris remotiorem habeat quam ΟΠΡ. dico, circulos ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ ad circulum ΑΒΓ inclinatos esse, et erectissimum eorum esse

1 litt. **C²**. ΥΘ] Υ- mut in V **A**, ut saepe. 26 ὁ] **E**, καὶ ἔστω ὁ **ABCDF**. 28 ΕΖΗΘ] **ACDF**, ΕΖΗΘ κύκλου **BEA²**. μὲν] supra scr. **A²**. 27 ΥΘ] Υ- e corr. **D**. 29 ὁ] ∸ ὁ **E**, mg. ∸ γρ'. ἔστω ὡς ἔτυχε. ΤΣ] ΤC **AD**, -C mut. in σ **A²**. πορρώτερον—ΟΠΡ (31)] **E**, ἔστω ὡς ἔτυχε **ABCDF** (ἔτυχεν **A**). 31 ΜΝΞ] ΜΝ- e corr. **A²**. ΣΤ] e corr. **C²**. 32 ὀρθώτατος **C**, sed corr. αὐτῶν] αὐ- in ras. **A**.

[1] Lin. 1—5 prorsus inutiles sunt et fortasse interpolatae.

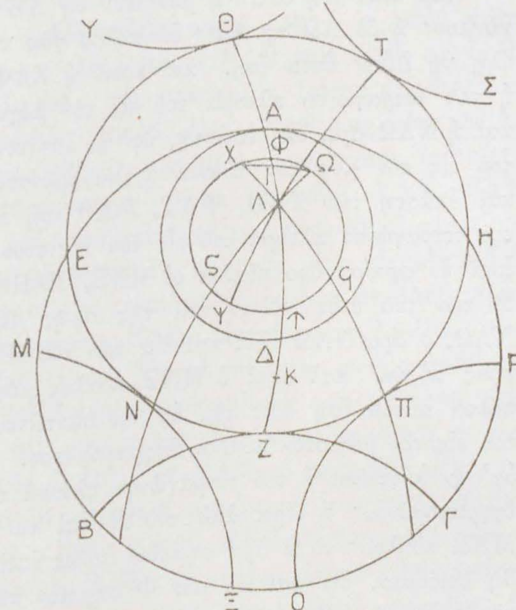
ὁ ΒΖΓ, ταπεινότατος δὲ ὁ ΥΘ, οἱ δὲ ΜΝΞ, ΟΠΡ ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι, ὁ δὲ ΣΤ πρὸς τὸν ΑΒΓ μᾶλλον κέκλιται ἤπερ ὁ ΟΠΡ, ἔτι δὲ οἱ πόλοι τῶν ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ ἐπὶ ἑνὸς ἔσονται κύκλου παραλλήλου τε καὶ ἐλάσσονος τοῦ ΑΔ κύκλου.

εἰλήφθω γὰρ ὁ πόλος τῶν παραλλήλων τῶν ΑΔ, ΕΖΗΘ καὶ ἔστω τὸ Λ σημεῖον, καὶ διὰ τῶν Α, Λ σημείων μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΛ. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΑΔ ἐφάπτονται ἀλλήλων, διὰ δὲ τῶν τοῦ ἑνὸς πόλων καὶ τῆς ἁφῆς μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΑΛ, ὁ ἄρα ΑΛ ἥξει καὶ διὰ τῶν τοῦ ΑΒΓ κύκλου πόλων καὶ ἔσται ὀρθὸς πρὸς αὐτόν. καί ἐστι τοῦ ΑΒΓ κύκλου πόλος τὸ Κ σημεῖον· ὁ ΑΛ ἄρα προσαναπληρούμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Κ· ἐρχέσθω καὶ ἔστω ὡς ὁ ΑΛΚ. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΕΖΗΘ τέμνουσιν ἀλλήλους, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΑΛΚ, ὁ ἄρα ΑΛΚ δίχα τεμεῖ τὰ ἀπειλημμένα τμήματα τῶν κύκλων. καί ἐστι τοῦ μὲν ΕΖΗ τμήματος διχοτομία τὸ Ζ, τοῦ δὲ ΕΘΗ διχοτομία τὸ Θ· ὁ ΑΛΚ ἄρα προσαναπληρούμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν Ζ, Θ σημείων· ἐρχέσθω καὶ ἔστω ὡς ὁ ΘΑΛΚΖ. καὶ ἐπεὶ τὸ Κ σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καί ἐστιν ὁ ΑΒΓ μέγιστος, ἡ ΑΚ ἄρα ἐστίν, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου· ἡ ΑΚΖ ἄρα μείζων ἐστὶ τῆς, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου. καὶ ἐπεὶ ὁ ΕΖΗΘ ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ μεγίστου καί ἐστι μεταξὺ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ τοῦ ΑΔ, καί ἐστιν αὐτοῦ πόλος τὸ Λ σημεῖον, ἡ ΛΖ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶ τῆς, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου. ἐπεὶ οὖν ἡ μὲν ΑΚΖ μείζων ἐστὶ τῆς, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου, ἡ δὲ ΛΖ ἐλάσσων, ἐὰν ἄρα τῇ, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου, ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου ἴσην ἀπολάβωμεν περιφέρειαν, μεταξὺ τῶν Α, Λ

---

1 ΒΖΓ] -Γ in ras. **B**, ΒΖ **C**, ΒΖΓ μᾶλλον κέκλιται **E**. εἰσὶ] mut. in ἔσονται **A**². 2 post ΑΒΓ supra add. κύκλον comp. **A**². ἤπερ] corr. ex εἴπερ **A**². ὁ (alt.)] in ras. **B**. 10 αὐτόν] -ό- e corr. in scrib. **F**. ἐστιν **AB**. Κ] inter duas ras. 1 litt. **A**. 12 ΕΖΗ **E**. 14 ΑΛΚ (pr.)] -ΛΚ in ras. **B**. τέμνει **E**. In fig. litt. Λ, Π, Ν e corr. **C**², ϙ] om. **C**, Χ] Κ **C**, Σ] Ο **C**², Υ in altero termino **C**², Ρ] Ο **E**, ⊤] Τ **BE**. 15 ἐστιν **AB**. ΕΖΗ] Ε∧·ΖΗ **C**. 16 ἄρα ΑΛΚ, Α- in ras., **B**. 17 ΘΑΛΚΖ] -Α- e corr. **C**. 18 ΑΒΓ (pr.)] corr. ex ΑΒ **C**². μέγιστος] μέγιστος κύκλος | **C**. Post ἄρα supra add. ἴση **A**². ἐστίν] mut. in ἐστὶ τῇ **A**². 19 ὑποτείνῃ **A**, corr. **A**². 20 ὑποτείνῃ **A**, corr. **A**². 22 post μεγίστου add. κύκλου mg. **C**² (/̈). 22. 23 τῆς σφαίρας τοῦ κέντρου **B**, sed corr. (β—α). 24 ὑποτείνῃ **A**, corr. **A**². Mg. ὑπ **B**. 26 ἐστὶν **A**, comp. **C**. ὑποτείνῃ **A**. 27 post ἐγγραφομένου ins. ὑπ **B**². ἡ δὲ—ἐγγραφομένου (28)] mg. **B** (ὑπ—ὑπ, κείμενον). τῇ] τὴν **E**.

ΒΖΓ, humillimum autem ΥΘ, et ΜΝΞ, ΟΠΡ aequaliter inclinatos esse, ΣΤ autem ad ΑΒΓ magis inclinatum esse quam ΟΠΡ, et praeterea polos circulorum ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ in uno circulo positos esse parallelo et minore circulo ΑΔ.



sumatur enim polus parallelorum ΑΔ, ΕΖΗΘ (I 21; II 1) et sit punctum Λ, et per puncta Α, Λ circulus maximus describatur ΑΛ (I 20). et quoniam in sphaera duo circuli ΑΒΓ, ΑΔ inter se contingunt, et per polos unius contactumque circulus maximus descriptus est ΑΛ, circulus ΑΛ etiam per polos circuli ΑΒΓ ueniet (prop. V) et ad eum perpendicularis erit (I 15). uerum polus circuli ΑΒΓ est punctum Κ; circulus ΑΛ igitur expletus etiam per Κ ueniet; ueniat et sit ut ΑΛΚ. et quoniam in sphaera duo circuli ΑΒΓ, ΕΖΗΘ inter se secant, et per polos eorum circulus maximus descriptus est ΑΛΚ, circulus ΑΛΚ segmenta circulorum abscisa in binas partes aequales secabit (prop. IX). et segmenti ΕΖΗ punctum medium est Ζ, segmenti autem ΕΘΗ punctum Θ; ΑΛΚ igitur expletus etiam per puncta Ζ, Θ ueniet; ueniat et sit ut ΘΑΛΚΖ. et quoniam punctum Κ polus est circuli ΑΒΓ, et ΑΒΓ maximus est, ΑΚ arcus est, cui subtendit latus quadrati in circulum maximum inscripti (I 16); itaque ΑΚΖ maior est arcu, cui subtendit latus quadrati in circulum maximum inscripti. et quoniam ΕΖΗΘ minor est maximo et inter centrum sphaerae circulumque ΑΔ positus est, et polus eius est punctum Λ, arcus ΛΖ minor est arcu, cui subtendit latus quadrati in circulum maximum inscripti. quoniam igitur ΑΚΖ maior est arcu, cui subtendit latus quadrati in circulum maximum inscripti, ΛΖ autem minor, si ei, cui subtendit latus quadrati in circulum maximum inscripti, aequalem arcum a puncto Ζ abscindimus, inter puncta Α, Λ cadet. abscindatur ei

σημείων πεσεῖται. ἀπειλήφθω αὐτῇ ἴση καὶ ἔστω ἡ ΖΦ, καὶ πόλῳ μὲν τῷ Λ, διαστήματι δὲ τῷ ΛΦ, κύκλος γεγράφθω ὁ ΦΧΨΩ· παράλληλος ἄρα ἐστὶ τοῖς ΑΔ, ΕΖΗΘ· καὶ διὰ τοῦ Λ σημείου καὶ ἑκάστου τῶν Π, Ν, Τ σημείων μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΝΛΩ, ΠΛΧ, ΤΛΨ.

καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΝΛ τῇ ΛΖ· ἐκ πόλου γὰρ τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου· ἡ δὲ ΛΩ τῇ ΛΦ· ἐκ πόλου γὰρ τοῦ ΨΩΧ· ὅλη ἄρα ἡ ΝΛΩ ὅλῃ τῇ ΖΛΦ ἐστιν ἴση. καί ἐστιν ἡ ΖΛΦ ἴση τῇ, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου· καὶ ἡ ΝΛΩ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ΧΛΠ, ΨΛΤ, ϠΛΘ ἴση ἐστὶ τῇ, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΜΝΞ, ΕΖΗΘ ἐφάπτονται ἀλλήλων, διὰ δὲ τῶν τοῦ ἑνὸς πόλων καὶ τῆς ἁφῆς μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΝΛΩ, ὁ ἄρα ΝΛΩ ἥξει καὶ διὰ τῶν τοῦ ΜΝΞ πόλων καὶ ἔσται ὀρθὸς πρὸς αὐτόν. καὶ ἐπεὶ ὁ ΜΝΞ κύκλος μέγιστός ἐστιν, ἡ ἄρα ἐκ τοῦ πόλου αὐτοῦ ἴση ἐστὶ τῇ, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου. καί ἐστιν ἡ ΝΛΩ ἴση τῇ, ὑφ' ἣν ὑποτείνει ἡ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Ν ἐπὶ τὸ Ω ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶ τοῦ ΜΝΞ κύκλου· τὸ Ω ἄρα σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΜΝΞ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τὸ μὲν Φ σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΒΖΓ κύκλου, τὸ δὲ Χ τοῦ ΟΠΡ, τὸ δὲ Ψ τοῦ ΣΤ καὶ ἔτι τὸ Ϡ τοῦ ΥΘ· οἱ ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ ἄρα κύκλοι τοὺς πόλους ἔχουσιν ἐπὶ ἑνὸς κύκλου παραλλήλου τε καὶ ἐλάσσονος τοῦ ΑΔ.

λέγω δή, ὅτι οἱ ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ κύκλοι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον κεκλιμένοι εἰσίν, καὶ ὅτι ὀρθότατος μὲν αὐτῶν ἐστιν ὁ ΒΖΓ, ταπεινότατος δὲ ὁ ΥΘ, οἱ δὲ ΜΝΞ, ΟΠΡ ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι, ὁ δὲ ΣΤ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον μᾶλλον κέκλιται ἤπερ ὁ ΟΠΡ πρὸς τὸν ΑΒΓ.

ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΝΖ περιφέρεια τῇ ΖΠ, καί εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου, ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΝΖ περιφέρεια τῇ ΖΠ περιφερείᾳ. ἀλλ' ἡ

1 καὶ (pr.)] ῄ' F. 2 τῷ (pr.)] corr. ex τὸ in scrib. F. 3 ἐστὶν A, comp. C. ΕΖΗΘ] Ε- e corr. C². 4 Π] corr. ex Η B², in ras. A. Ν] in ras. A. 5 ἐκ] DEF, ἐκ τοῦ ABC. 6 τοῦ] τῷ? C. ΨΩΧ] ΦΧΨΩ in ras. min. A². 7 ἴση ἐστί E. 9 ἐστὶν A, comp. C. 11 ΨΛΤ] ΨΛΠ C. ϠΛΘ] Ϡ- in ras. E, ↑ΛΘ D, ΤΛΘ BCF et Τ- in ras. A². ἐστὶν A, comp. C. 13 ΜΝΞ] -Ν- in ras. A². 14 τῶν τοῦ ἑνὸς] ACDE, τοῦ πόλου τοῦ ΕΖΗΘ E, τῶν τοῦ ἑνὸς τοῦ ΕΖΗΘ BA². πόλων] BCFA², πόλου AD, om. E. ἁφῆς] ἁφῆς αὐτῶν E. γέγραπτο C. 15 ΜΝΞ] ΜΝΞ κύκλος μέγιστος /ὕ C, corr. C². 16 ΜΝΞ] -Ν- e corr. D. μέγιστος κύκλος CE. 17 ἐστὶν A, comp. C. ὑποτείνει] -ει e corr. in scrib. A. 18 καὶ—ἐγγραφομένου (20)] mg. C² (·b.). 20 ἐστὶν A. 21 ΜΝΞ (pr.)]

aequalis et sit ΖΦ, et polo Λ, radio autem ΛΦ, circulus describatur ΦΧΨΩ; parallelus igitur est circulis ΑΔ, ΕΖΗΘ (prop. II); et per punctum Λ singulaque puncta Π, Ν, Τ circuli maximi describantur (I 20) ΝΛΩ, ΠΛΧ, ΤΛΨ.

et quoniam ΝΛ arcui ΛΖ aequalis est — a polo enim circuli ΕΖΗΘ ducti sunt —, ΛΩ autem arcui ΛΦ — a polo enim circuli ΨΩΧ ducti sunt —, etiam totus ΝΛΩ toti ΖΛΦ aequalis est. et ΖΛΦ ei aequalis est, cui subtendit latus quadrati in circulum maximum inscripti; quare etiam ΝΛΩ aequalis est ei, cui subtendit latus quadrati in circulum maximum inscripti. similiter igitur demonstrabimus, etiam singulos ΧΛΠ, ΨΛΤ, ϠΛΘ ei aequales esse, cui subtendit latus quadrati in circulum maximum inscripti. et quoniam in sphaera duo circuli ΜΝΞ, ΕΖΗΘ inter se contingunt, et per polos unius contactumque descriptus est circulus maximus ΝΛΩ, circulus ΝΛΩ etiam per polos circuli ΜΝΞ ueniet (prop. V) et ad eum perpendicularis erit (I 15). et quoniam ΜΝΞ circulus maximus est, arcus a polo eius ductus ei aequalis est, cui subtendit latus quadrati in circulum maximum inscripti (I 16). et ΝΛΩ ei aequalis est, cui subtendit latus quadrati in circulum maximum inscripti; itaque arcus ab Ν ad Ω ductus a polo circuli ΜΝΞ ductus est; quare punctum Ω polus est circuli ΜΝΞ. similiter igitur demonstrabimus, etiam punctum Φ polum esse circuli ΒΖΓ, punctum Χ autem circuli ΟΠΡ, punctum Ψ circuli ΣΤ, et praeterea Ϡ circuli ΥΘ; ergo circuli ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ polos in uno circulo parallelo et minore quam ΑΔ positos habent.

dico igitur, circulos ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ ad circulum ΑΒΓ inclinatos esse, et erectissimum eorum esse ΒΖΓ, humillimum autem ΥΘ, et ΜΝΞ, ΟΠΡ aequaliter inclinatos esse, ΣΤ autem ad circulum ΑΒΓ magis inclinatum esse quam ΟΠΡ ad ΑΒΓ.

quoniam enim ΝΖ arcui ΖΠ aequalis est, et eiusdem circuli sunt, arcus ΝΖ arcui ΖΠ similis est. arcus autem ΝΖ arcui ςϠ

corr. ex ΜΝ C². Ω] e corr. D. 23 τοῦ (alt.)] corr. ex τὸ B. ἔτι] supra scr. C². Ϡ] ↑ mut. in Τ A², Τ B (Ϡ sic praebet E, ⊤ CD, ↑ F et a pr. m. A, ut semper). ΥΘ] Υ- e corr. F. 24 ΣΤ] in ras. C². 26 ΒΖΓ] litt. Ζ hic et lin. 27 scrib. Ζ A, mut. in ζ A². ΣΤ] Σ- supra add. C², seq. ras. 1 litt. E. 27 κύκλον] om. B. εἰσί BCDEF. ὅτι] ἔτι E. 28 οἱ] ὁ B et C, sed corr. ΜΝΞ] ΜΝ- in ras. A, corr. ex ΜΞ C². 29 κέκλιται] seq. schol. E. ΠΡ AD, corr. A². 30 τῇ ΖΠ] mg. A². εἴσιν A. 31 ἐστὶ A. περιφέρεια] om. E. περιφερείᾳ] om. E.

μὲν NZ τῇ ϛ⁊λ ἐστιν ὁμοία, ἡ δὲ ZΠ περιφέρεια τῇ ϙ⁊λ περιφερείᾳ ἐστὶν ὁμοία· καί εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ϛ⁊λ περιφέρεια τῇ ϙ⁊λ περιφερείᾳ. ἀλλ᾽ ἡ μὲν ϛ⁊λ περιφέρεια τῇ ΦΩ περιφερείᾳ ἴση ἐστίν· κατὰ κορυφὴν γάρ· ἡ δὲ ϙ⁊λ τῇ ΧΦ· καὶ ἡ ΦΩ ἄρα περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ ΧΦ. κύκλου δή τινος τοῦ ΦΧΨΩ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ ⁊λ κύκλου τμῆμα ὀρθὸν ἐφέσταται τὸ ⁊λKZ καὶ τὸ τούτῳ συνεχές, καὶ ἀπειλημμένη ἐστὶν ἐλάσσων ἢ ἡμίσεια οὖσα τοῦ ὅλου τμήματος περιφέρεια ἡ ⁊λK, ἀπὸ δὲ τοῦ ἐξ ἀρχῆς κύκλου ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλημμέναι εἰσὶν αἱ ΧΦ, ΦΩ· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ K σημείου ἐπὶ τὸ Χ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ K ἐπὶ τὸ Ω ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ· ὁ ἄρα πόλῳ τῷ K σημείῳ, διαστήματι δὲ τῷ KΧ, κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Ω. ἐρχέσθω καὶ ἔστω ὡς ὁ ΧΩ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ὁ ΧΩ τῷ ΑΒΓ· περὶ γὰρ τοὺς αὐτοὺς πόλους ἐστὶν αὐτῷ· τὸ γὰρ K σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ὁ ΧΩ κύκλος τῷ ΑΒΓ κύκλῳ, ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Χ κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ Ω καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον [ὁμοίως δὴ καὶ τῇ ἀπὸ τοῦ I καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον]. ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ Χ κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον μείζων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Φ καθέτου ἀγομένης ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον· καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Ω ἄρα κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον μείζων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Φ καθέτου ἀγομένης ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον [ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ I ἀγομένῃ]· μετεωρότερον ἄρα ἐστὶ τὸ Ω τοῦ Φ. καί ἐστι τὸ μὲν Ω πόλος τοῦ ΜΝΞ κύκλου, τὸ δὲ Φ τοῦ ΒΖΓ· ὁ ἄρα τοῦ ΜΝΞ κύκλου πόλος μετεωρότερός ἐστι τοῦ τοῦ ΒΖΓ κύκλου πόλου. ὧν δὲ κύκλων οἱ πόλοι μετεωρότεροί εἰσι, μᾶλλόν εἰσι κεκλιμένοι· ὁ ΜΝΞ ἄρα κύκλος πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον μᾶλλον κέκλιται ἤπερ ὁ ΒΖΓ κύκλος· ὁ ἄρα ΒΖΓ κύκλος ὀρθότερός ἐστι τοῦ ΜΝΞ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πάντων τῶν τοῦ ΕΖΗΘ κύκλων ἐφαπτομένων ὁ ΒΖΓ ὀρθότερός ἐστιν· ὀρθότατος ἄρα ἐστὶν ὁ ΒΖΓ.

1 τῇ (pr.)] in ras. **B**. ϛ⁊λ] **ACDE**, ϛ- in ras. **F**; ϛτ **A**²**C**², in ras. **B**. ἐστιν ὁμοία] περιφερείᾳ ὁμοία ἐστί **E**. ΠΖ **E**. ϙ⁊λ] **DF**, ⁊λϙ **E**, ϙΛ **C**; ϙτ **B**, in ras. **A**². 2 ἐστιν—περιφερείᾳ (3 pr.)] mg. **A** (:/). ἴση] corr. ex ˜V η **A**², comp. **CF**. ϛ⁊λ] **ADEF**, ϛτ **BA**². 3 τῇ (pr.)] seq. ras. 3—4 litt. **C**. ϙ⁊λ] **CDEF**; ϙτ **B**, e corr. **A**². 4 ἐστίν] **A**, comp. **C**, ἐστί **BDEF**, seq. schol. **E**. ϛ⁊λ] **CDEF**, ∣∽τ e corr. **A**², ϛτ **B**. ϙ⁊λ] **ACDEF**, ϙτ **BA**². τῇ] τοῦ **E**. ἄρα] **EA**², om. **ABCDF**. 5 ἴση ἐστὶ] om. **E**. ΧΦ] ΧΦ περιφερείᾳ ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ωϙ τῇ ϛχ ἐστιν ἴση **E**. ΦΧΨΩ] corr. ex φχ ∣ ψω **A**. 6 ⁊λ] τ̄ **BA**². ἐφέσταται] mut. in ἐφίσταται **B**². ⁊λKZ] mut. in TKΦ **A**², TKZ **B**. καὶ—συνεχές (7)] del. **A**². 7 τούτῳ] corr. ex τοῦτο **A**. 8 ⁊λK] mut. in TK seq. ras. 1 litt. **A**², TK **B**. 9 ἀπὸ] corr. ex ὑπὸ **B**. 10 Χ] Χ σημεῖον **E**. ἐπιζευγνυμένη] ἀγομένη **E**. ἐστὶν **A**,

similis est et arcus ZΠ arcui ϙ⁊λ similis (prop. X); et eiusdem circuli sunt; itaque arcus ϛ⁊λ arcui ϙ⁊λ aequalis est. uerum arcus ϛ⁊λ arcui ΦΩ aequalis est — ad uerticem enim ei positus est (Eucl. I 15; III 26) — et ϙ⁊λ arcui ΧΦ; quare etiam arcus ΦΩ arcui ΧΦ aequalis est. in circulo igitur aliquo ΦΧΨΩ in diametro a Φ ad ⁊λ ducta segmentum circuli perpendiculare erectum est ⁊λKZ, et quod cum eo coniunctum est, et abscisus est arcus ⁊λK minor quam dimidius totius segmenti, a circulo autem ab initio posito aequales arcus abscisi sunt ΧΦ, ΦΩ; itaque recta a puncto K ad Χ ducta rectae a K ad Ω ductae aequalis est (prop. XII); quare circulus polo K, radio autem KΧ descriptus etiam per Ω ueniet. ueniat et sit ut ΧΩ; ΧΩ igitur circulo ΑΒΓ parallelus erit (prop. II); nam circum eosdem polos descriptus est; punctum enim K polus est circuli ΑΒΓ. et quoniam circulus ΧΩ circulo ΑΒΓ parallelus est, recta a Χ ad planum circuli ΑΒΓ perpendicularis ducta aequalis est rectae ab Ω ad planum circuli ΑΒΓ perpendiculari ductae [similiter igitur etiam rectae ab I ad planum circuli ΑΒΓ perpendiculari ductae]. uerum recta a Χ ad planum circuli ΑΒΓ perpendicularis ducta maior est recta a Φ ad planum circuli ΑΒΓ ducta;[1] itaque etiam recta ab Ω ad planum circuli ΑΒΓ perpendicularis ducta maior est recta a Φ ad planum circuli ΑΒΓ perpendiculari ducta [utraque enim earum aequalis est rectae ab I ductae]; itaque punctum Ω sublimius est puncto Φ. et Ω polus est circuli ΜΝΞ, Φ autem circuli ΒΖΓ; polus igitur circuli ΜΝΞ sublimior est polo circuli ΒΖΓ. quorum autem circulorum poli sublimiores sunt, magis sunt inclinati (prop. XXI); itaque circulus ΜΝΞ ad circulum ΑΒΓ magis inclinatus est quam circulus ΒΖΓ; ergo circulus ΒΖΓ erectior est circulo ΜΝΞ. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnibus circulis circulum ΕΖΗΘ contingentibus erectiorem esse circulum ΒΖΓ; ergo ΒΖΓ erectissimus est.

comp. **C**. 11 σημείῳ] del. **A**². δὲ] supra scr. **A**. 15 κύκλῳ] seq. schol. **E**. ἡ] ἢ **E**. 16 ἐστὶν **A**, comp. **C**. 17 ὁμοίως—ἐπίπεδον (18)] deleo. 18 I] corr. ex H **C**. τὸ] corr. ex τῷ **A**. ἐπίπεδον] **AD**, ἐπίπεδον ἴση (ἴ E) ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ἀπὸ τῶν (τοῦ **BA**²) Χ, Ω καθέτων ἀγομένων **BCEF**, mg. **A**² (κείμενον). 19 Χ] (**A**)**D**, I **BCEF**, in ras. **A**². ἐπὶ τὸ] ἀπὸ **C**. 21 ἄρα] ἄρα καὶ Χ **E**. 23 ἑκατέρα—ἀγομένῃ (24)] deleo. ἐστὶ (pr.)] ἐστὶν **A**, comp. **C**. 24 ἐστὶ] ἐστὶν **A**. 25 ΒΖΓ] Β- in ras. **E**. 26 τοῦ τοῦ] scripsi, τοῦ **ABCDEF**. 27 εἰσι (alt.)] εἰσι̅ ∣ **C**. 28 κύκλον] om. **B**. κύκλος] om. **AD**, comp. **E**. ὁ ἄρα ΒΖΓ] ὁ ΒΖΓ ἄρα in spat. uac. ins. **C**², om. **F**. 29 κύκλος] om. **CF**. τοῦ] τοῦ τοῦ **E**. δὴ] corr. ex δὲ in scrib. **D**. κύκλου **E**, fort. recte.

1) Hoc demonstrandum erat.

λέγω δή, ὅτι καὶ ὁ ΥΘ κύκλος ταπεινότατός ἐστιν.

ἐπεὶ γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ 7λ κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον μείζων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Ψ καθέτου ἀγομένης ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον, μετεωρότερον ἄρα ἐστὶ τὸ 7λ τοῦ Ψ. καί ἐστι τὸ μὲν 7λ πόλος τοῦ ΥΘ κύκλου, τὸ δὲ Ψ πόλος τοῦ ΣΤ κύκλου· ὁ ἄρα τοῦ ΥΘ πόλος μετεωρότερός ἐστι τοῦ τοῦ ΣΤ πόλου. ὧν δὲ κύκλων οἱ πόλοι μετεωρότεροί εἰσιν, μᾶλλόν εἰσι κεκλιμένοι· ὁ ΥΘ ἄρα κύκλος πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον μᾶλλον κέκλιται ἤπερ ὁ ΣΤ· ταπεινότερος ἄρα ἐστὶν ὁ ΥΘ τοῦ ΣΤ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πάντων τῶν τοῦ ΕΖΗΘ κύκλου ἐφαπτομένων ταπεινότερός ἐστιν ὁ ΥΘ· ὁ ΥΘ ἄρα ταπεινότατός ἐστι.

καὶ ἐπεὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Ω κάθετος ἀγομένη ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ Χ καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον, τὰ Ω, Χ ἄρα σημεῖα ἴσον ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου. καί ἐστι τὸ μὲν Ω σημεῖον πόλος τοῦ ΜΝΞ κύκλου, τὸ δὲ Χ σημεῖον πόλος τοῦ ΟΠΡ κύκλου· τῶν ΜΝΞ, ΟΠΡ ἄρα κύκλων οἱ πόλοι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων. ὧν δὲ κύκλων οἱ πόλοι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων, ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι· οἱ ἄρα ΜΝΞ, ΟΠΡ κύκλοι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι.

πάλιν, ἐπεὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Ψ κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον μείζων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Χ καθέτου ἀγομένης ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον, μετεωρότερον ἄρα ἐστὶ τὸ Ψ τοῦ Χ. καί ἐστι τὸ μὲν Ψ πόλος τοῦ ΣΤ, τὸ δὲ Χ πόλος τοῦ ΟΠΡ· ὁ ἄρα τοῦ ΣΤ κύκλου πόλος μετεωρότερός ἐστι τοῦ τοῦ ΟΠΡ κύκλου πόλου. ὧν δὲ κύκλων οἱ πόλοι μετεωρότεροί εἰσιν, μᾶλλόν εἰσι κεκλιμένοι· ὁ ΣΤ ἄρα κύκλος πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον μᾶλλον κέκλιται ἤπερ ὁ ΟΠΡ.

οἱ ἄρα ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ κύκλοι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον κεκλιμένοι εἰσί, καὶ ὀρθότατος μέν ἐστιν αὐτῶν ὁ ΒΖΓ, ταπεινότατος δὲ ὁ ΥΘ, οἱ δὲ ΜΝΞ, ΟΠΡ ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι, ὁ δὲ ΣΤ κύκλος πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον μᾶλλον κέκλιται ἤπερ ὁ ΟΠΡ, ἔτι δὲ οἱ πόλοι αὐτῶν ἐπὶ ἑνός εἰσι κύκλου παραλλήλου τε καὶ ἐλάσσονος τοῦ ΑΔ κύκλου.

1 ἐστι C. 2 7λ] mut. in Τ A², Τ B, P D. 3 μεῖζον C, corr. C². 4 μετεωρότερ° F. ἐστὶν AF, comp. C. 7λ] mut. in Τ A², Τ B. καί] καί || καί C. 5 7λ] mut. in Τ A², Τ B, om. E. 6 τοῦ τοῦ] scripsi, τοῦ ABCDEF. 7 εἰσιν] A, εἰσῑ C, εἰσι BDEF. ἄρα ΥΘ E. 8 κύκλου E. 12 $\overline{χω}$ C. 14 ΜΝΞ—τοῦ] om. D. ΟΠΡ] post Ο- ras. B. 15 τῶν ἐπιπέδων] mut. in τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ΑΒΓ κύκλου A². 16 οἱ] ο- e corr. D. ἀπέχουσιν—ἐπιπέδων] mut. in ἀπέχουσι τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου A². 19 ἡ] οἱ BC, corr. C². 22 ἐστιν A. ΣΤ] ΣΤ κύκλου (comp.) EA². ΟΠΡ] ΟΠΡ κύκλου seq. ras. 5 litt. C. 23 κύκλου (pr.)] corr. ex κύκλ° A²; ⊙όϲ E, sed corr.? τοῦ τοῦ] alt. τοῦ ins. A², τοῦ BCDEF. πόλου E. 24 εἰσιν] A, εἰσι BCDEF. 25 κύκλον] corr. ex κύκλων in scrib. F. 26 κύκλ° E. 27 κεκλιμένοι εἰσί] in ras. E. ἐστι F. ΒΖΓ] -ζ- corr. ex Ζ A². 28 ΜΝΞ] ΜΝ- in ras. A. 29 ὁ] post. spat. uac. 1 litt. C. 30 ἐλάττονος C, comp. D. 31 κύκλου] seq. ras. 6 litt. C, om. E.

dico igitur, etiam circulum ΥΘ humillimum esse.

quoniam enim recta a 7λ ad planum circuli ΑΒΓ perpendicularis ducta maior est recta a Ψ ad planum circuli ΑΒΓ perpendiculari ducta,[1]) 7λ sublimius est quam Ψ. et 7λ polus est circuli ΥΘ, Ψ autem polus circuli ΣΤ; polus igitur circuli ΥΘ polo circuli ΣΤ sublimior est. quorum autem circulorum poli sublimiores sunt, magis sunt inclinati (prop. XXI); itaque circulus ΥΘ ad circulum ΑΒΓ magis inclinatus est quam ΣΤ; quare ΥΘ humilior est circulo ΣΤ. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnibus circulis circulum ΕΖΗΘ contingentibus humiliorem esse ΥΘ; ergo ΥΘ humillimus est.

et quoniam recta ab Ω perpendicularis ducta aequalis est rectae a Χ ad planum circuli ΑΒΓ perpendiculari ductae, puncta Ω, Χ a plano aequali spatio distant. et punctum Ω polus est circuli ΜΝΞ, punctum Χ autem polus circuli ΟΠΡ; poli igitur circulorum ΜΝΞ, ΟΠΡ a planis aequali spatio distant. quorum autem circulorum poli a planis aequali spatio distant, similiter inclinati sunt (prop. XXI); ergo circuli ΜΝΞ, ΟΠΡ ad circulum ΑΒΓ similiter inclinati sunt.

rursus, quoniam recta a Ψ ad planum circuli ΑΒΓ ducta maior est recta a Χ ad planum circuli ΑΒΓ ducta,[1]) Ψ sublimius est quam Χ. et Ψ polus est circuli ΣΤ, Χ autem polus circuli ΟΠΡ; itaque polus circuli ΣΤ sublimior est polo circuli ΟΠΡ. quorum autem circulorum poli sublimiores sunt, magis sunt inclinati (prop. XXI); ergo circulus ΣΤ ad circulum ΑΒΓ magis inclinatus est quam ΟΠΡ.

ergo circuli ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ ad circulum ΑΒΓ inclinati sunt, et erectissimus eorum est ΒΖΓ, humillimus autem ΥΘ, et ΜΝΞ, ΟΠΡ similiter inclinati sunt, circulus autem ΣΤ ad circulum ΑΒΓ magis inclinatus est quam ΟΠΡ, praeterea autem poli eorum in uno circulo positi sunt parallelo et minore circulo ΑΔ.

1) Hoc demonstrandum erat.

κγ'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ἐὰν αἱ ἀπὸ τῶν συνδέσμων καθήκουσαι περιφέρειαι ἴσαι ὦσιν, ὁμοίως ἔσονται κεκλιμένοι οἱ προειρημένοι μέγιστοι κύκλοι.

ἔστωσαν γὰρ αἱ ἀπὸ τῶν συνδέσμων τῶν Ν, Π καθήκουσαι περιφέρειαι αἱ ΝΜ, ΠΡ ἴσαι. λέγω, ὅτι οἱ ΜΝΞ, ΟΠΡ κύκλοι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι.

εἰλήφθω γὰρ ὁ πόλος τῶν παραλλήλων κύκλων τῶν ΑΔ, ΕΖΗΘ τὸ Λ σημεῖον, καὶ διὰ τῶν Α, Λ σημείων μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ΘΑΛΚΖΥ· φανερὸν δή, ὅτι καὶ διὰ τοῦ Κ σημείου πόλου ὄντος τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐλεύσεται· καὶ διὰ τοῦ Λ καὶ ἑκατέρου τῶν Ν, Π μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΛΝΒ, ΛΠΓ.

καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων οἱ ΕΖΗΘ, ΜΝΞ, διὰ δὲ τῶν τοῦ ἑνὸς πόλων καὶ τῆς ἁφῆς μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΛΝΒ, ὁ ἄρα ΛΝΒ ἥξει καὶ διὰ τῶν τοῦ ΜΝΞ πόλων καὶ ἔσται ὀρθὸς πρὸς αὐτόν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ὁ ΛΠΓ διὰ τῶν τοῦ ΟΠΡ πόλων ἐστὶ καὶ ὀρθὸς πρὸς αὐτόν. καὶ ἐπεὶ ἐν ἴσοις κύκλοις τοῖς ΜΝΞ, ΟΠΡ ἐπὶ διαμέτρων τῶν ἀπὸ τῶν Ν, Π σημείων ἴσα καὶ ὀρθὰ τμήματα κύκλων ἐφέσταται τὰ ΝΛ, ΠΛ καὶ τὰ τούτοις συνεχῆ, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλημμέναι εἰσὶν αἱ ΝΛ, ΠΛ ἐλάττους ἢ ἡμίσειαι οὖσαι τῶν ὅλων, ἀπὸ δὲ τῶν ἐξ ἀρχῆς κύκλων ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλημμέναι εἰσὶν αἱ ΜΝ, ΠΡ, ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὸ Μ σημεῖον ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὸ Ρ ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ· ὁ ἄρα πόλῳ τῷ Λ, διαστήματι δὲ τῷ ΛΜ, κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Ρ· ἐρχέσθω καὶ ἔστω ὡς ὁ ΜΞΟΡ. καί ἐστι τοῖς ΑΔ, ΕΖΗΘ κύκλος παράλληλος· περὶ γὰρ τοὺς αὐτοὺς πόλους ἐστὶν αὐτοῖς. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΜΞΟΡ τέμνουσιν ἀλλήλους, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστος κύκλος γέγραπται

1 κγ'] mg. ext. **B**^{2}. 2 αἱ] om. **BE**. ἀπὸ] ἀπὸ$^+$ **E**. Post συνδέσμων supra add. ἐπὶ τὰς ἐπαφὰς **A**^{2}. 3 ὦσιν] corr. ex εἰσίν **C**. 5 γὰρ] om. **E**. αἱ] **EA**^{2}, om. **ABCDF**. συνδέσμων] init. pag. supra scr. postea (ut scholium) **E**; deinde add. τουτέστι τῶν Μ, Ρ σημείων mg. **A**^{2}. τῶν Ν, Π] Ν, Π **E**; mut. in ἐπὶ τὰ Π, Ν **A**^{2}. 6 ΝΜ] ΜΝ **E**. ΜΝΞ] ΜΝΖ **D**. 7 κύκλων **E**. 8 κύκλων] om. **C**. 9 ante τὸ supra add. καὶ ἔστω **A**^{2}. 10 ΘΑΛΚΖΥ] -Α- corr. ex Λ **C**. 11 Λ] seq. spat. 4 litt. **E**. ἑκατέρου] **ABCDF**, ἑκατέρα **E**, δι' ἑκατέρου **A**^{2}. 12 γεγράφωσαν **F**. 14 τοῦ] om. **F**. 15 ΛΝΒ (alt.)] corr. ex ΝΒ **B**. 16 αὐτόν] seq. spat. uac. 3—4 litt. **E**. ΛΠΓ] ΛΠΤΓ **AD**, corr. **A**^{2}. 17 αὐτόν] τὸν Ο, ΠΡ **E**. 18 τῶν (alt.)] τοῦ **B**. 19 κύκλων] bis **D**. ΝΛ] ΛΝ **E**. 20 ἀπ'] ἐπ' **C**. Fig. bis **AB**, litt. Ε, Η, Λ, Ξ, Ρ, Σ et rectas ΛΜ, ΛΡ add. **C**^{2}, Ν e corr. **C**; Η om. **D**, Γ om. **E**; Δ et Κ recte coll. **E**, Κ in sectione arcus ΛΖ circulique interioris, Δ in sectione eiusdem circuli et arcus ΛΠ cett. 21 ἢ] supra scr. **A**. ἡμίσιαι **A**, corr. **A**^{2}. 22 ΜΝ] ΝΜ **C**. Λ] seq. ras. 1 litt. **A**. Μ σημεῖον] mg. **C**^{2}; mg. ÷ ῦ **C**, del. **C**^{2}. 24 ὁ—διαστήματι] bis **C**, prius del. **C**^{2} seq. ras. 1 litt. ὁ ἄρα] καὶ comp. post spat. 2 litt. **D**. ἄρα] ἄ- supra scr. **A**^{2}. τῷ (pr.)] μὲν τῷ **E**. 25 κύκλος] **ABCDE**; κύκλοις **FA**^{2}, fort. recte.

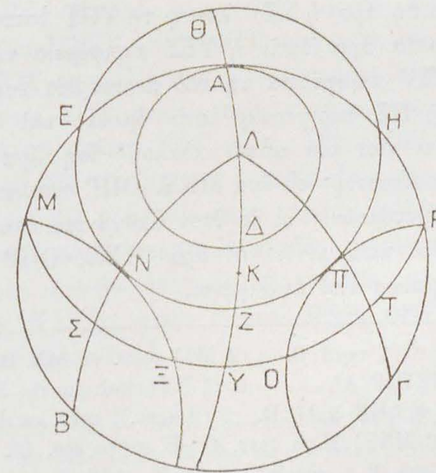
XXIII.

Iisdem suppositis, si arcus a punctis coniunctionis educti aequales sunt, circuli maximi, quos antea significauimus, similiter inclinati erunt.

arcus enim a punctis coniunctionis Ν, Π educti ΝΜ, ΠΡ aequales sint. dico, circulos ΜΝΞ, ΟΠΡ ad circulum ΑΒΓ similiter inclinatos esse.

sumatur enim polus circulorum parallelorum ΑΔ, ΕΖΗΘ punctum Λ (I 21; II 1), et per puncta Α, Λ circulus maximus describatur ΘΑΛΚΖΥ (I 20) — manifestum igitur, eum etiam per punctum Κ uenire, quod polus est circuli ΑΒΓ (prop. V) —, et per Λ et utrumque Ν, Π circuli maximi describantur ΛΝΒ, ΛΠΓ (I 20).

et quoniam in sphaera duo circuli ΕΖΗΘ, ΜΝΞ inter se contingunt, et per unius polos contactumque circulus maximus descriptus est ΛΝΒ, circulus ΛΝΒ etiam per polos circuli ΜΝΞ ueniet (prop. V) et ad eum perpendicularis erit (I 15). similiter igitur demonstrabimus, etiam ΛΠΓ per polos circuli ΟΠΡ uenire et ad eum perpendicularem esse. et quoniam in circulis aequalibus ΜΝΞ, ΟΠΡ in diametris a punctis Ν, Π ductis segmenta circulorum aequalia et perpendicularia erecta sunt ΝΛ, ΠΛ, et quae cum iis coniuncta sunt, et ab iis aequales arcus abscisi sunt ΝΛ, ΠΛ minores quam dimidii totorum, a circulis autem ab initio positis aequales arcus abscisi sunt ΜΝ, ΠΡ, recta ab Λ ad punctum Μ ducta aequalis est rectae ab Λ ad Ρ ductae (prop. XII); itaque circulus polo Λ, radio autem ΛΜ, descriptus etiam per Ρ ueniet; ueniat et sit ut ΜΞΟΡ. et circulis ΑΔ, ΕΖΗΘ parallelus circulus est (prop. II); nam circum eosdem polos descriptus est. et quoniam in sphaera duo circuli ΑΒΓ, ΜΞΟΡ inter se secant, per polos autem eorum circulus maximus



ὁ ΘΑΛΚΖϒ, ὁ ἄρα ΘΑΛΚΖϒ δίχα τέμνει τὰ ἀπειλημμένα τμήματα τῶν κύκλων· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ Μϒ περιφέρεια τῇ ϒΡ περιφερείᾳ. πάλιν, ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δυο κύκλοι οἱ ΜΝΞ, ΜΞϒΡ τέμνουσιν ἀλλήλους, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΛΝΒ, ὁ ἄρα ΛΝΒ δίχα τεμεῖ τὰ ἀπειλημμένα τμήματα τῶν κύκλων· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΜΝ τῇ ΝΞ περιφερείᾳ, ἡ δὲ ΜΣ τῇ ΣΞ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ μὲν ΟΠ τῇ ΠΡ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΟΤ τῇ ΤΡ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΜΝ περιφέρεια τῇ ΠΡ περιφερείᾳ, καί ἐστι τῆς μὲν ΜΝ διπλῆ ἡ ΜΝΞ, τῆς δὲ ΠΡ διπλῆ ἡ ΟΠΡ, καὶ ἡ ΜΝΞ ἄρα τῇ ΟΠΡ ἐστιν ἴση. καί εἰσιν ἴσοι οἱ κύκλοι· ἡ ἄρα τὴν ΜΝΞ περιφέρειαν ὑποτείνουσα εὐθεῖα ἴση ἐστὶ τῇ τὴν ΟΠΡ περιφέρειαν ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ. ἀλλ' ἡ μὲν τὴν ΜΝΞ περιφέρειαν ὑποτείνουσα εὐθεῖα ὑποτείνει καὶ τὴν ΜΣΞ, ἡ δὲ τὴν ΟΠΡ περιφέρειαν ὑποτείνουσα εὐθεῖα ὑποτείνει καὶ τὴν ΟΤΡ· καὶ ἡ ἄρα τὴν ΜΣΞ περιφέρειαν ὑποτείνουσα εὐθεῖα ἴση ἐστὶ τῇ τὴν ΟΤΡ περιφέρειαν ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ. καί εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΣΞ περιφέρεια τῇ ΟΤΡ περιφερείᾳ. καί ἐστι τῆς ΜΣΞ περιφερείας ἡμίσεια ἡ ΜΣ, τῆς δὲ ΟΤΡ ἡμίσεια ἡ ΡΤ· ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΜΣ τῇ ΡΤ. ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ΜΣΞϒ ὅλῃ τῇ ϒΟΤΡ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΣΞϒ λοιπῇ τῇ ϒΟΤ ἐστιν ἴση. καὶ εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ϒΞΣ περιφέρεια τῇ ϒΟΤ περιφερείᾳ. ἀλλ' ἡ μὲν ΣΞϒ περιφέρεια τῇ ΝΖ περιφερείᾳ ἐστὶν ὁμοία, ἡ δὲ ϒΟΤ περιφέρεια τῇ ΠΖ περιφερείᾳ ἐστὶν ὁμοία· καὶ ἡ ΝΖ ἄρα τῇ ΖΠ ἐστιν ὁμοία. καί εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΝΖ περιφέρεια τῇ ΖΠ περιφερείᾳ· οἱ ἄρα ΜΝΞ, ΟΠΡ κύκλοι ἴσον ἀπέχουσιν ὁποτερασοῦν τῶν διχοτομιῶν. οἱ δὲ ἴσον ἀπέχοντες ὁποτερασοῦν τῶν διχοτομιῶν ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι· οἱ ἄρα ΜΝΞ, ΟΠΡ κύκλοι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι.

1 τεμεῖ E. 2 Μϒ] corr. ex ΜΝ BC². 3 ΜΞϒΡ] ABCEF, ΜϒΞΡ D, ΜΞϒΟΡ A². 6 τῇ ΝΞ] mut. in τὴν Ξ C². ΣΞ] ΞΣ corr. ex ΖΣ B. 9 ἡ ΟΠΡ διπλῆ B. ἡ (sec.)] corr. ex ὁ C; ὁ ΠΡ διπλῆ ἡ A, corr. A². 10 ΜΝΞ] Μ- e corr. C, -Ξ supra scr. C². ὑποτείνουσιν E. 11 ὑποτείνουσιν E. εὐθείᾳ] εὐθεῖαν E. 12 τὴν (pr.)] τὴν μὲν F. ὑποτείνουσα] ὑποτείνουσιν E. 13 ὑποτείνει] corr. ex ὑποτείνῃ A; ὑπο̈τ'' C, ' et ει supra add. C². περιφέρειαν—εὐθεῖα] om. E. ΟΤΡ] -Τ- e corr. C². 14 τὴν (pr.)] bis A, alt. del. A². ἐστὶν A, comp. C. 15 ΟΤΡ] corr. ex ΟΠΡ C². 16 ΟΤΡ] corr. ex ΟΠΡ C. ἐστιν A, comp. C. τῆς] τῆς μὲν EA². 17 ΟΤΡ] corr. ex ΟΠΡ C². ἡμίσεια (alt.)] seq. ras. 1 litt. A. ἐστὶ] corr. ex ἐστὶν E.

descriptus est ΘΑΛΚΖϒ, circulus ΘΑΛΚΖϒ segmenta abscisa circulorum in binas partes aequales secat (prop. IX); arcus igitur Μϒ arcui ϒΡ aequalis est. rursus, quoniam in sphaera duo circuli ΜΝΞ, ΜΞϒΡ inter se secant, per polos autem eorum circulus maximus descriptus est ΛΝΒ, circulus ΛΝΒ segmenta abscisa circulorum in binas partes aequales secabit (prop. IX); arcus igitur ΜΝ arcui ΝΞ aequalis est, arcus ΜΣ autem arcui ΣΞ. similiter igitur demonstrabimus, etiam ΟΠ arcui ΠΡ aequalem esse, ΟΤ autem arcui ΤΡ. quoniam igitur arcus ΜΝ arcui ΠΡ aequalis est, et arcu ΜΝ duplo maior est ΜΝΞ, arcu autem ΠΡ duplo maior ΟΠΡ, etiam ΜΝΞ arcui ΟΠΡ aequalis est. et circuli aequales sunt; itaque recta arcui ΜΝΞ subtendens rectae arcui ΟΠΡ subtendenti aequalis est (Eucl. III 29). uerum recta arcui ΜΝΞ subtendens etiam arcui ΜΣΞ subtendit, recta autem arcui ΟΠΡ subtendens etiam arcui ΟΤΡ subtendit; itaque etiam recta arcui ΜΣΞ subtendens rectae arcui ΟΤΡ subtendenti aequalis est. et eiusdem circuli sunt; itaque arcus ΜΣΞ arcui ΟΤΡ aequalis est (Eucl. III 29). et arcus ΜΣΞ dimidius est ΜΣ, arcus autem ΟΤΡ dimidius ΡΤ; itaque etiam ΜΣ arcui ΡΤ aequalis est. uerum etiam totus ΜΣΞϒ toti ϒΟΤΡ aequalis est; reliquus igitur ΣΞϒ reliquo ϒΟΤ aequalis est. et eiusdem circuli sunt; quare arcus ϒΞΣ arcui ϒΟΤ similis est. uerum arcus ΣΞϒ arcui ΝΖ similis est, arcus autem ϒΟΤ arcui ΠΖ similis (prop. X); quare etiam ΝΖ arcui ΖΠ similis est. et eiusdem circuli sunt; itaque arcus ΝΖ arcui ΖΠ aequalis est; circuli igitur ΜΝΞ, ΟΠΡ ab utrolibet puncto medio aequali spatio distant. uerum qui ab utrolibet puncto medio aequali spatio distant, aequaliter inclinati sunt (prop. XXII); ergo circuli ΜΝΞ, ΟΠΡ ad circulum ΑΒΓ aequaliter inclinati sunt.

18 ἡ (alt.)] e corr. in scrib. C. 19 εἴσιν A. 20 ϒΞΣ] corr. ex ΝΞΟ C². περιφερείᾳ] om. B. 21 ΣΞϒ] corr. ex ΣΞΟ C, Σ- in ras. A, ΣΞ E. 22 ΝΖ] -Ζ e corr. A. ΠΖ E. 23 τῇ ΖΠ] -ῇ ΖΠ in ras. C². 24 ΟΠΡ] ϒΟΠΡ E. 27 κεκλιμένοι] κεκλιμένοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι E. In fine: τέλος τοῦ β̄ A (etiam post fig. repetitam f. 25r) et D, τέλος τοῦ δευτέρου B (semel, post fig. repetitam f. 50r) et F², τέλος τοῦ δευτέρου λόγου C.

Γ'.

α'.

Ἐὰν εἰς κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα εἰς ἄνισα τέμνουσα τὸν κύκλον, καὶ ἐπ' αὐτῆς τμῆμα κύκλου ὀρθὸν ἐπισταθῇ μὴ μεῖζον ἡμικυκλίου, διαιρεθῇ δὲ ἡ τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος περιφέρεια εἰς ἄνισα, ἡ ὑπὸ τὴν ἐλάσσονα περιφέρειαν ὑποτείνουσα εὐθεῖα ἐλαχίστη ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου πρὸς τὴν μείζονα περιφέρειαν τοῦ ἐξ ἀρχῆς κύκλου προσπιπτουσῶν εὐθειῶν. ἐὰν δὲ ἡ διαχθεῖσα διάμετρος ᾖ τοῦ κύκλου, τὰ δὲ λοιπὰ τὰ αὐτὰ ὑπάρχῃ, ἐλάσσων μὲν ἔσται ἡ προειρημένη εὐθεῖα πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου πρὸς τὴν τοῦ ἐξ ἀρχῆς κύκλου περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη δὲ ἡ ὑπὸ τὴν μείζονα περιφέρειαν ὑποτείνουσα εὐθεῖα.

εἰς γὰρ κύκλον τὸν ΑΒΓΔ διήχθω τις εὐθεῖα ἡ ΒΔ εἰς ἄνισα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἔστω δὲ μείζων ἡ ΒΓΔ περιφέρεια τῆς ΒΑΔ περιφερείας, καὶ ἐπὶ τῆς ΒΔ ὀρθὸν τμῆμα κύκλου ἐφεστάτω τὸ ΒΕΔ μὴ μεῖζον ἡμικυκλίου, καὶ διῃρήσθω ἡ ΒΕΔ περιφέρεια εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἔστω ἐλάσσων ἡ ΒΕ περιφέρεια τῆς ΕΔ περιφερείας, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΒ. λέγω, ὅτι ἡ ΒΕ ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΒΓΔ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν.

ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον κάθετος ἡ ΕΖ· πεσεῖται δὴ ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν τῶν ΑΒΓΔ, ΒΕΔ ἐπιπέδων ἐπὶ τὴν ΒΔ εὐθεῖαν, ἐπειδήπερ τὸ ΒΕΔ τμῆμα ὀρθόν ἐστι πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον. καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Η, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΖΗ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ Θ, Κ μέρη, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΒΓΔ περιφέρειαν προσβεβλήσθω ἡ ΕΛ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΛ.

καὶ ἐπεὶ ἡ ΕΖ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπίπεδον, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας. ἅπτεται δὲ τῆς ΕΖ ἑκατέρα τῶν ΖΒ, ΖΛ οὖσα ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπιπέδῳ·

1 ἀρχὴ τοῦ γ̄ **A**, σφαιρικῶν τρίτον **B**², ἀρχὴ τοῦ τρίτου **C**, σφαιρικῶν γ̄ **D**; + θεοδοσίου σφαιρικῶν τὸ τρίτον **E**, mg. κε͡ ; ἀρχὴ τοῦ τρίτου βιβλίου τῶν σφαιρικῶν **F**. 2 α'] om. **A**, mg. ext. **B**². 4 αὐτῆς τμῆμα] -ῆς τ- renouat. **C**². 5 ἄνισα] renouat. **C**² seq. spat. 1 litt. 6 ἐστὶν **A**. 7 μείζονα] -ονα renouat. **C**². 9 ὑπάρχῃ] **DE**, ὑπάρχει **ABCF**. 13 εἰς] corr. ex εἰ **C**. 14 ΒΓΔ] Β- corr. ex Γ in scrib. **E**. 15 ΒΕΔ] Β- e corr. **A**². 16 post ἄνισα supra add. τμήματα **A**². 18 ΒΕ] e corr. **C**, ΕΒ **E**. ἐστὶν **A**, comp. **C**. 19 σημείων **E**. πιπτουσῶν **E**. εὐθειῶν] om. **D**. 20 κύκλου] om. **E**. ΒΕΔ] 21 ΒΕΔ] ΕΔ post ras. 1 litt. **A**. 22 ἐπὶ] om. **E**, del. **A**².

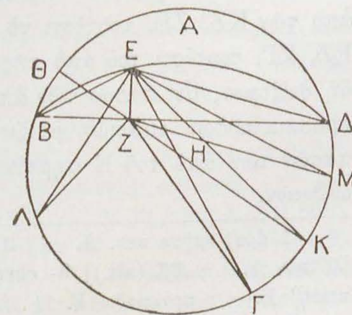
Liber III.

I.

Si in circulum recta perducitur circulum in partes inaequales secans, et in ea segmentum circuli perpendiculare erigitur non maius semicirculo, arcus autem segmenti erecti in partes inaequales diuiditur, recta minori arcui subtendens minima est omnium rectarum ab eodem puncto ad maiorem arcum circuli ab initio positi adcidentium. sin recta perducta diametrus est circuli, reliqua autem eadem sunt, recta, quam antea significauimus, minor erit omnibus rectis ab eodem puncto ad ambitum circuli ab initio positi adcidentibus, maxima autem recta maiori arcui subtendens.

in circulum enim ΑΒΓΔ recta aliqua ΒΔ perducatur circulum in partes inaequales secans, arcus autem ΒΓΔ arcu ΒΑΔ maior sit, et in ΒΔ segmentum circuli perpendiculare erigatur ΒΕΔ non maior semicirculo, et arcus ΒΕΔ in puncto Ε in partes aequales diuidatur, et arcus ΒΕ minor sit arcu ΕΔ, et iungatur ΕΒ. dico, rectam ΒΕ minorem esse omnibus rectis a puncto Ε ad arcum ΒΓΔ adcidentibus.

nam a puncto Ε ad planum circuli ΑΒΓ perpendicularis ducatur ΕΖ; cadet igitur in communem sectionem planorum ΑΒΓΔ, ΒΕΔ in rectam ΒΔ, quoniam segmentum ΒΕΔ ad circulum ΑΒΓΔ perpendiculare est (Eucl. XI def. 4). et sumatur centrum circuli ΑΒΓΔ (Eucl. III 1) et sit Η, et iuncta ΖΗ in partes Θ, Κ producatur, et a puncto Ε ad arcum ΒΓΔ adcidat ΕΛ, et iungatur ΖΛ.



et quoniam ΕΖ ad planum circuli ΑΒΓΔ perpendicularis est, etiam ad omnes rectas eam tangentes et in plano circuli ΑΒΓΔ positas rectos angulos efficiet (Eucl. XI def. 3). tangit autem rectam ΕΖ utraque ΖΒ, ΖΛ in plano circuli ΑΒΓΔ posita; quare etiam uterque angulus ΒΖΕ, ΛΖΕ

ΕΒΔ **B**, ΒΕ **F**. 23 καὶ] om. **E**. 24 ΖΗ] Ζ- in ras. **E**. 25 προσβεβλήσθω] ΕΑ², προβεβλήσθω **ABCDF**. 26 ΕΛ] -Λ e corr. **D**. ΖΛ] Ζ- in ras. **B**. ΖΛ—ΕΖ (27)] mg. **A**. In fig. Θ om. **E**.

καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ BZE, ΛZE γωνιῶν ὀρθή ἐστι. καὶ ἐπεὶ ἡ BZ τῆς ZΛ ἐλάσσων ἐστίν, ἔλασσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς BZ τοῦ ἀπὸ τῆς ZΛ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς EZ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν EZ, ZB ἐλάσσονά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν EZ, ZΛ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν EZ, ZB ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς BE, τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν EZ, ZΛ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΛE· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς BE ἄρα ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΛE· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ BE τῆς ΛE. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ E σημείου πρὸς τὴν BΓΔ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ BE· ἡ ἄρα BE ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ E σημείου πρὸς τὴν BΓΔ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν.

λέγω δέ, ὅτι καὶ ἀεὶ ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάσσων τῶν ἀπὸ τοῦ E σημείου διαγομένων εὐθειῶν μεταξὺ τῶν B, K σημείων.

διήχθω γάρ τις καὶ ἑτέρα ἡ EΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ZΓ.

καὶ ἐπεὶ ἡ ΛZ τῆς ZΓ ἐστιν ἐλάσσων, ἔλαττον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ZΛ τοῦ ἀπὸ τῆς ZΓ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ZE· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν EZ, ZΛ ἐλάσσονά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν EZ, ZΓ. ἀλλὰ τὰ μὲν ἀπὸ τῶν ΛZ, ZE ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΛE, τὰ δὲ ἀπὸ τῶν ΓZ, ZE ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς EΓ· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΛE ἄρα ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς EΓ· ἐλάσσων ἄρα ἡ ΛE τῆς EΓ.

ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς EB τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων ἐστὶ τῶν ἀπὸ τοῦ E σημείου διαγομένων εὐθειῶν μεταξὺ τῶν B, K.

ἐπεζεύχθωσαν δὴ καὶ αἱ EK, EΔ. λέγω δή, ὅτι πάλιν ἡ μὲν EK μεγίστη ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ E σημείου πρὸς τὴν KΔ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἡ δὲ EΔ ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ E σημείου διαγομένων εὐθειῶν μεταξὺ τῶν Δ, K σημείων.

ἐπεὶ γὰρ ἡ KZ τῆς ΓZ μείζων ἐστί, μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς KZ τοῦ ἀπὸ τῆς ZΓ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ZE· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν KZ, ZE, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς EK, μείζονά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν EZ, ZΓ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς EΓ· μείζων ἄρα ἡ KE τῆς EΓ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ E σημείου πρὸς τὴν KΔ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μείζων ἐστὶν ἡ EK· ἡ ἄρα EK μεγίστη ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ E σημείου πρὸς τὴν KΔ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν.

1 ἄρα] supra scr. **A**. 2 ἐστίν] comp. **C**, ἐστί **A**. ἔλασσον] corr. ex ἐλάσσων **A**. BZ (alt.)] B- corr. ex Γ in scrib. **A**, ZB **B**. 3 ZΛ] ZΔ **C**. κοινη'' **E**. προκείσθω **F**. EZ] seq. ras. 1—2 litt. **E**. 4 τῶν (alt.)] om. **C**. 5 BE] B- corr. ex Λ **F**². τοῖς—ΛE (6)] mg. **F**² (·/., κείμενον). τῶν (alt.)] om. **E**. ZΛ] ZΔ **E**; ZA **AD**, corr. **A**². 6 ἔλασσόν] corr. ex ἐλάσσων **A**. 7 EΛ **E**. 8 BΓK **E**. 9 ἐστὶν] ἐστὶ **A**, comp. **C**. ἡ BE—ἐστὶ] mg. **A** (·/.ᔑ, κείμενον). ἐστὶ] comp. **AC**. 10 σημείων **A**, corr. **A**². τὴν] om. **E**. BΓK **E**. 11 δέ] δή **E**. ἔγγειον **A**, corr. **A**². ἀπότερόν **E**. 12 σημείου] -ου in ras. **A**. διαγομένων] δ- in ras. **A**. K] e corr. **C**². 13 τις] supra scr. **F**\|. 14 ΛΞ **C**. ΞΓ **C**. ἐλάσσων] comp. **D**. 15 ZΛ] ΛZ **E**. προκείσθω **F**. 16 ZΛ] ZA **D**. ἐστιν **A**, comp. **C**. 17 τῶν (pr.)] τοῦ **B**. EZ, ZΛ **E**. τὰ δὲ] in ras. **E**. 18 ἐστὶν **A**. τῷ] τῶ seq. ras. 1 litt. **A**. ἐστιν **A**. 20 ἔγγειον **A**, corr. **A**². ἀπότερον **E**. 21 K] corr. ex H? **C**². 22 δὴ] corr. ex δὲ **C**². EΔ—πασῶν (23)] mg. **C**² (·/·) et supra scr. **C**² (ἐστὶ comp.), sed eras. 23 ἐστὶν **A**, om. mg. **C**². σημείων **A**. BKΔ **E**. 25 σημείων **A**, sed corr. 26 ἐστί] seq. ras. **A**, comp. **C**. μείζων **A**, corr. **A**². 27 προκείσθω **F**. ZE] EZ **E**. τὰ ἄρα] μείζονα ἄρα ἐστὶ τὰ **E**. 28 μείζονά ἐστι] om. **E**. 29 ΓZ, ZE **E**. τουτέστιν **A**. KE] EK **E**; KE ἡ ἄρα EK μεγίστη ἐστὶ (comp.) πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ E σημ^μ **C**, corr. **C**². 30 πασῶν] καὶ **E**. σημείων **A**, sed corr. 31 πιπτουσῶν **E**. EK (alt.)] E- e corr. **A**. 33 εὐθειῶν] seq. schol. **ABDF**, mg. σχ^ολ **DF**.

rectus est. et quoniam $BZ < Z\Lambda$ (cfr. Eucl. III 7),[1] erit etiam $BZ^2 < Z\Lambda^2$. commune adiiciatur EZ^2; itaque $EZ^2 + ZB^2 < EZ^2 + Z\Lambda^2$. uerum $EZ^2 + ZB^2 = BE^2$, $EZ^2 + Z\Lambda^2 = \Lambda E^2$ (Eucl. I 47); quare etiam $BE^2 < \Lambda E^2$; itaque $BE < \Lambda E$. similiter igitur demonstrabimus, rectam BE etiam omnibus rectis a puncto E ad arcum BΓΔ adcidentibus minorem esse; ergo BE omnibus rectis a puncto E ad arcum BΓΔ adcidentibus minor est.

dico[2]) autem, etiam proximam quamque ei rectarum a puncto E inter puncta B, K perductarum remotiore minorem esse.

perducatur enim alia quoque recta EΓ, et iungatur ZΓ.

et quoniam $\Lambda Z < Z\Gamma$ (cfr. Eucl. III 7),[1] erit etiam $Z\Lambda^2 < Z\Gamma^2$. commune adiiciatur ZE^2; itaque $EZ^2 + Z\Lambda^2 < EZ^2 + Z\Gamma^2$. uerum $\Lambda Z^2 + ZE^2 = \Lambda E^2$, $\Gamma Z^2 + ZE^2 = E\Gamma^2$ (Eucl. I 47); quare etiam $\Lambda E^2 < E\Gamma^2$; itaque $\Lambda E < E\Gamma$.

similiter igitur demonstrabimus, etiam rectam proximam quamque rectae EB earum, quae a puncto E inter B, K perducantur, remotiore minorem esse.

iungantur igitur etiam EK, EΔ. dico igitur, rursus rectam EK maximam esse omnium rectarum a puncto E ad arcum KΔ adcidentium, rectam EΔ autem omnibus rectis a puncto E inter puncta Δ, K perductis minorem esse.

quoniam enim $KZ > \Gamma Z$, erit etiam $KZ^2 > Z\Gamma^2$. commune adiiciatur ZE^2; itaque $KZ^2 + ZE^2 > EZ^2 + Z\Gamma^2$ siue (Eucl. I 47) $EK^2 > E\Gamma^2$; quare $KE > E\Gamma$. similiter igitur demonstrabimus, omnibus rectis a puncto E ad arcum KΔ adcidentibus maiorem esse rectam EK; ergo EK maxima est omnium rectarum a puncto E ad arcum KΔ adcidentium.

1) Propositio Euclidis ita tantum demonstrata est, si punctum Z in diametro positum est.

2) Haec (usque ad p. 116, 13) in enuntiatione propositionis proposita non sunt.

λέγω δέ, ὅτι καὶ ἡ ΕΔ ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεταξὺ τῶν Κ, Δ σημείων.

διήχθω γὰρ καὶ ἑτέρα ἡ ΕΜ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΜΖ.

καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΖ τῆς ΖΜ ἐστιν ἐλάσσων, ἔλαττον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΜ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΔ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ, ἐλάσσονά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΜ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΜ· ἐλάσσων ἄρα ἡ ΔΕ τῆς ΕΜ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΚΔ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεταξὺ τῶν Κ, Δ σημείων ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΕΔ· ἡ ἄρα ΕΔ ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Δ σημείου πρὸς τὴν ΚΔ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεταξὺ τῶν Κ, Δ σημείων, καὶ αἰεὶ ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων ἐστὶ τῶν μεταξὺ τῶν Κ, Δ σημείων διαγομένων εὐθειῶν.

ἀλλὰ δὴ ἡ διαγομένη ἡ ΒΔ διάμετρος ἔστω τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, τὰ δὲ λοιπὰ τὰ αὐτὰ ὑποκείσθω. λέγω, ὅτι ἡ μὲν ΕΒ ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἡ δὲ ΕΔ μεγίστη.

τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΔΕ περιφέρεια τῆς ΕΒ περιφερείας, καὶ κάθετος ἦκται ἡ ΕΖ, μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΖΒ. καί ἐστιν ἡ ΒΔ διάμετρος τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· ἐπὶ τῆς ΖΔ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΔΖ τῆς ΖΓ, ἡ δὲ ΖΓ τῆς ΖΒ· ὥστε καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΔΖ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΓ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΖΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΒ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· τὰ μὲν ἄρα ἀπὸ τῶν ΔΖ, ΖΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ, μείζονά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΓΖ, ΖΕ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΕ, τὰ δὲ ἀπὸ τῶν ΓΖ, ΖΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ, μείζονα τῶν ἀπὸ τῶν ΒΖ, ΖΕ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΕ· ἡ ΔΕ ἄρα τῆς ΕΓ μείζων ἐστίν, ἡ δὲ ΕΓ τῆς ΕΒ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΔΕ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΕΒ.

μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΔ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἡ δὲ ΕΒ ἐλάσσων.

---

1 δέ] δή **E**. 2 εὐθειῶν] εὐθειῶν ·/· (·/· del.), mg. ·/· τέλος τοῦ λήματος **B**, sed del.; εὐθειῶν ϛ' **D**. 3 ἑτέρα] ἑ- e corr. in scrib. **C**. ΕΜ] Ε- in ras. **C**^{2}. ἐπιζεύχθω **C**, corr. **C**^{2}. 4 ἐλάσσων] ἐλάσσων ἐστίν **E**. καὶ (alt.)] comp. **AC**, ἐστὶ καὶ **A**^{2}. 5 τὸ] τὸ | τὸ **B**. 6 τουτέστιν **E**. ἐλάσσονά] -ά del. **A**^{2}, ἔλασσον **E**. 7 τουτέστιν **A**. 10 ἡ ἄρα—σημείων (12)] om. **E**. 12 αἰεὶ] ὅτι ἀεὶ **E**. ἔγγειον **A**, corr. **A**^{2}. ἀπότερόν ἐστιν ἐλάττων **E**. 13 διαγομένων εὐθειῶν] **E**, διαγομένη εὐθεῖα **ABCDF**. Seq. schol. **E**. 14 ἡ (alt.)] **E**, om. **ABCDF**. διάμετρος] δι- in ras. mai. **E**.

dico autem, etiam rectam ΕΔ minorem esse omnibus rectis a puncto E inter puncta K, Δ adcidentibus.

perducatur enim alia quoque EM, et iungatur MZ.

et quoniam $\Delta Z < ZM$, erit etiam $\Delta Z^2 < ZM^2$. commune adiiciatur ZE^2; itaque $EZ^2 + Z\Delta^2 < EZ^2 + ZM^2$, siue (Eucl. I 47) $E\Delta^2 < EM^2$; quare $\Delta E < EM$. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnibus rectis a puncto E ad arcum KΔ inter puncta K, Δ adcidentibus minorem esse rectam EΔ; ergo recta EΔ omnibus rectis a puncto E ad arcum KΔ inter puncta K, Δ adcidentibus minor est, et proxima quaeque ei rectarum inter puncta K, Δ perductarum remotiore minor est.

iam uero recta perducta BΔ diametrus sit circuli ΑΒΓΔ, reliqua autem eadem supponantur. dico, rectam EB omnibus rectis a puncto E ad ambitum circuli ΑΒΓΔ adcidentibus minorem esse, EΔ autem maximam.

iisdem enim comparatis, quoniam arcus ΔE maior est arcu EB, et perpendicularis ducta est EZ, erit etiam $\Delta Z > ZB$. et BΔ diametrus est circuli ΑΒΓΔ; in ZΔ igitur positum est centrum circuli; itaque $\Delta Z > Z\Gamma > ZB$ (Eucl. III 7); quare etiam

$$\Delta Z^2 > Z\Gamma^2 > ZB^2.$$

commune adiiciatur ZE^2; itaque

$$\Delta Z^2 + ZE^2 > \Gamma Z^2 + ZE^2 > BZ^2 + ZE^2, \text{ siue (Eucl. I 47)}$$

$$E\Delta^2 > \Gamma E^2 > BE^2;$$

quare $\Delta E > E\Gamma > EB$. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnium rectarum a puncto E ad ambitum circuli ΑΒΓΔ adcidentium maximam esse rectam ΔE, minorem autem omnibus EB.

ergo recta EΔ omnium rectarum a puncto E ad ambitum circuli ΑΒΓΔ adcidentium maxima est, EB autem omnibus minor.

ΑΒΓΔ] seq. ras. 1 litt. **A**. 16 σημείων **A**, sed corr.; comp. **C**. ΑΒΓΔ] -Β- e corr. in scrib. **E**. 19 ἦκται] om. **E**, -κ- e corr. in scrib. **F**. ἐστὶν ἄρα supra add. β' α' **E**. ἐστὶν **A**. 20 καὶ (pr.)] om. **E**. ΖΒ] ΒΖ **BE**. 21 ΖΔ] ΔΖ **E**. τοῦ] τοῦ ΑΒ ΓΔ **E**. 22 ΖΓ (pr.)] -Γ e corr. **D**. ΖΒ] ΒΖ **EF**, corr. **F**. ὥστε] renouat. in spat. mai. **C**^{2}. μείζων **A**, sed corr. 23 τοῦ (pr.)] τ- corr. ex ν in scrib. **D**. ΖΓ (pr.)] Ζ- e corr. **E**. προκείσθω **F**. 24 ΔΖ] Δ- e corr. **D**. 25 ΕΔ] -Δ e corr. **D**. μείζονά] **ABDF**, μεῖζον (α supra) renouat. **C**; μεῖζον Ε **A**^{2}, e corr. **C**^{2}. τοῦ—τουτέστι (26)] add. **F**^{2}. τοῦ] **DEA**^{2}, τὸ **ABCF**. 26 τουτέστι—ΖΕ (27)] bis **B**, alt. loco del. μείζονα] mut. in μεῖζόν ἐστι **A**^{2}. 27 ΖΕ] seq. spat. 2 litt. **C**. ΔΕ] mut. in μὲν ΔΕ **A**^{2}, δὲ **E**. μείζω **E**. ἐστί **F**, sed corr. 28 δείξωμεν **A**, sed corr. 29 τοῦ] om. **C**. 30 μεγίστη] **ADE**; μείζων **BCF**, coni. Nizze. ἡ ΔΕ] in ras. **A**, ἡ ΕΔ **E**. ἐλάσσων] comp. **D**. 31 τῶν] **BDE**, τοῦ **ACF**. 33 ἐλάσσων] **D**, ἐλάσσων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι **E**; ἐλαχίστη **BCF**, in ras. **A**^{2}.

β′.

Ἐὰν εἰς κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα ἀπολαμβάνουσα τμῆμα μὴ ἔλασσον ἡμικυκλίου, καὶ ἐπ' αὐτῆς τμῆμα κύκλου ἐπισταθῇ μὴ μεῖζον ἡμικυκλίου κεκλιμένον πρὸς τὸ μὴ μεῖζον ἡμικυκλίου, διαιρεθῇ δὲ ἡ τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος περιφέρεια εἰς ἄνισα, ἡ ὑπὸ τὴν ἐλάσσονα περιφέρειαν ὑποτείνουσα εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου πρὸς τὴν μὴ ἐλάσσονα ἡμικυκλίου περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν.

εἰς γὰρ κύκλον τὸν ΑΒΓΔ διήχθω τις εὐθεῖα ἡ ΑΓ ἀπολαμβάνουσα τμῆμα μὴ ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ ΑΒΓ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμῆμα κύκλου ἐφεστάτω τὸ ΑΕΓ μὴ μεῖζον ἡμικυκλίου κεκλιμένον πρὸς τὸ μὴ μεῖζον ἡμικυκλίου τὸ ΑΔΓ, καὶ διῃρήσθω ἡ ΑΕΓ περιφέρεια εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἔστω μείζων ἡ ΓΕ περιφέρεια τῆς ΕΑ περιφερείας, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΑ. λέγω, ὅτι ἡ ΕΑ ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν.

ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπίπεδον κάθετος· πεσεῖται δὴ μεταξὺ τῆς τε ΑΓ εὐθείας καὶ τῆς ΑΔΓ περιφερείας διὰ τὸ κεκλίσθαι τὸ ΑΕΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΑΔΓ τμῆμα. πιπτέτω καὶ ἔστω ἡ ΕΖ καὶ συμβαλλέτω τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Ζ σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ. ἤτοι δὴ ἐπὶ τῆς ΑΓ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἢ μεταξὺ τῆς τε ΑΓ εὐθείας καὶ τῆς ΑΒΓ περιφερείας διὰ τὸ τὸ ΑΒΓ τμῆμα ὑποκεῖσθαι μὴ ἔλασσον ἡμικυκλίου.

ἔστω πρότερον μεταξὺ τῆς τε ΑΓ εὐθείας καὶ τῆς ΑΒΓ περιφερείας καὶ ἔστω τὸ Η σημεῖον, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΖΗ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ Δ, Β μέρη, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν προσβεβλήσθω εὐθεῖα ἡ ΕΘ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΖΘ.

καὶ ἐπεὶ ἡ ΕΖ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπίπεδον, καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας. ἅπτεται δὲ τῆς ΕΖ ἑκατέρα τῶν ΑΖ, ΖΘ οὖσα ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου ἐπιπέδῳ· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΑΖΕ, ΘΖΕ γωνιῶν ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΖ

1 β′] mg. ext. **B**^{2}. 2 εἰς] supra scr. **F**^{2}. τμῆμα] om. **E**. 3 ἐλάσσων **A**, sed corr. ἐπισταθῇ seq. ras. 1 litt. **A**. 6 αὐτοῦ] **BCEF**, om. **AD**. 8 εὐθειῶν] seq. εἰς γὰρ κύκλον διαχθῇ κτλ. l. 2—ἐστὶ l. 6 (-τος l. 5 in ras. mai.) **C**, del. **CC**^{2}. 9 ΑΒΓ **BC**. 10 ἐλάσσων **A**, sed corr. ΑΓ] ΑΒΓ **C**. 11 τὸ ΑΕΓ] **A**^{2}**F**^{2}, τὸ ΑΓ **ABCDF**, om. **E**. μεῖζον] μεῖ- in ras. **E**. ἡμικυκλίου] ἡμικυκλίου τὸ ΑΕΓ **E**. 12 μεῖζον] supra scr. **A**^{2}, ἔλασσον in ras. **A**^{2}, del. **A**^{2}. ΑΔΓ] -ΔΓ in ras. **F**^{2}. ΑΕΓ] -Ε- eras. **C**. 13 μείζων] **A**, supra scr. ἐλάσσων **A**^{2}. ΓΕ] mut. in ΑΕ **A**^{2}. 14 ΕΑ (pr.)]

II.

Si in circulum recta aliqua perducitur segmentum abscindens non minus semicirculo, et in ea segmentum circuli erigitur non maius semicirculo ad segmentum non maius semicirculo inclinatum, et arcus segmenti erecti in partes inaequales diuiditur, recta arcui minori subtendens minor est omnibus rectis ab eodem puncto ad arcum non minorem semicirculo adcidentibus.

in circulum enim ΑΒΓΔ recta aliqua ΑΓ perducatur segmentum abscindens ΑΒΓ non minus semicirculo, et in ΑΓ segmentum circuli non maius semicirculo erigatur ΑΕΓ ad segmentum ΑΔΓ non maius semicirculo inclinatum, et arcus ΑΕΓ in puncto Ε in partes inaequales diuidatur, et arcus ΓΕ maior sit arcu ΕΑ, et iungatur ΕΑ. dico, rectam ΕΑ minorem esse omnibus rectis a puncto Ε ad arcum ΑΒΓ adcidentibus.

ducatur enim a puncto Ε ad planum circuli ΑΒΓΔ perpendicularis; cadet igitur inter rectam ΑΓ arcumque ΑΔΓ, quia segmentum ΑΕΓ ad segmentum ΑΔΓ inclinatum est. cadat et sit ΕΖ et cum plano circuli in puncto Ζ concurrat, et sumatur centrum circuli ΑΒΓΔ (Eucl. III 1). centrum igitur circuli ΑΒΓΔ aut in ΑΓ positum est aut inter rectam ΑΓ arcumque ΑΒΓ, quia suppositum est, segmentum ΑΒΓ non minus esse semicirculo.

prius inter rectam ΑΓ arcumque ΑΒΓ positum sit, et sit punctum Η, et ducta ΖΗ ad partes Δ, Β producatur, et a puncto Ε ad arcum ΑΒΓ adcidat recta ΕΘ, et iungantur ΑΖ, ΖΘ.

et quoniam ΕΖ ad planum circuli ΑΒΓΔ perpendicularis est, etiam ad omnes rectas eam tangentes et in plano circuli ΑΒΓΔ positas rectos angulos efficiet (Eucl. XI def. 3). tangit autem rectam ΕΖ utraque ΑΖ, ΖΘ in plano circuli ΑΒΓΔ posita; uterque igitur angulus ΑΖΕ, ΘΖΕ rectus est. et quoniam ΑΖ < ΖΘ (cfr. Eucl. III 7),

mut. in ΕΓ **A**^{2}. 17 ΑΒΓ **C**. 19 ΕΑΓ **C**. 20 συμβαλλέτω **F**. 22 ἐστὶν **A**, comp. **C**. ΑΒΓΔ] -Δ del. **A**^{2}. 27 πρὸς] mut. in ἐπὶ **A**^{2}. προσεκβεβλήσθω **E**. 28 ἐπιζεύχθωσαν **F**. 29 ἐστιν **A**, comp. **C**. 32 ΖΘ] corr. ex ΞΘ **C**. 33 ΘΖΕ] supra scr. **F**^{2}. ἐστιν] **AE**, comp. **C**, ἐστι **BDF**.

τῆς ΖΘ ἐστιν ἐλάσσων, ἔλασσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΖ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΖ, ΖΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ, ἐλάσσονά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΘ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΕ· ἡ ΑΕ ἄρα τῆς ΕΘ ἐστιν ἐλάσσων. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΑΒ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΕ· ἡ ἄρα ΑΕ ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΑΒ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν.

καὶ πάλιν ὁμοίως δείξομεν, ὅτι αἰεὶ ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων ἐστὶ τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου διαγομένων εὐθειῶν πρὸς τὴν ΑΒ περιφέρειαν μεταξὺ τῶν Α, Β σημείων.

ἐπεζεύχθω δὴ ἡ ΕΒ. λέγω, ὅτι ἡ ΕΒ μεγίστη ἐπὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν.

ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΖ τῆς ΖΘ ἐστι μείζων, μεῖζον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΖ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΘ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΒ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΕΒ, μείζονά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΘ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΘ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΕ τῆς ΕΘ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε πρὸς τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἡ ΕΒ μείζων ἐστίν· ἡ ΕΒ ἄρα μεγίστη ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν.

ἐπεζεύχθω δὲ καὶ ἡ ΕΓ. λέγω δή, ὅτι καὶ ἡ ΕΓ ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΒΓ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεταξὺ τῶν Β, Γ σημείων.

διήχθω γὰρ καὶ ἑτέρα ἡ ΕΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΓ, ΖΚ.

καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΖ τῆς ΖΚ ἐστιν ἐλάσσων, ἔλασσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΖ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΚ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΓΖ, ΖΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ, ἐλάσσονα τῶν ἀπὸ τῶν ΚΖ, ΖΕ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΚ· ἡ ΓΕ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ΕΚ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΒΚΓ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεταξὺ τῶν Β, Γ σημείων ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΕΓ. καὶ πάλιν ὁμοίως δείξομεν, ὅτι αἰεὶ ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάσσων τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΒΓ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεταξὺ τῶν Β, Γ σημείων.

1 ἐστὶν **A**, comp. **C**. 2 ΘΖ] ΖΘ **BE**. 3 τουτέστι—ΖΘ] mg. **C**² (·b.). τουτέστιν **A**. τὸ] **DEA**², τοῦ **ABFC**². ἐλάσσονά] edd., ἔλασσόν **BCDEF** et corr. ex ἐλάσσων **A**. τῶν (pr.)] τὸ **C**. ΕΖ, ΖΘ] mut. in ΘΖ, ΖΕ **A**²; ΕΖ, ΘΖ **B**. 4 τουτέστιν **A**. τοῦ] **DEA**², τὸ **ABCF**. ΕΘ] ΘΕ **E**. 5 ὅτι] ὅτι δὴ **E**. ΑΒ] mut. in ΑΒΓ **A**². 6 ἡ ἄρα—εὐθειῶν (8)] om. **E**. 9 καὶ—ὁμοίως] in ras. **D**. δείξομεν] δὴ δείξομεν **AD**, corr. **A**². ἀεὶ **E**. ἔγγειον **A**, corr. **A**². ἀπότερον **E**. 11 ΑΒ] mut. in ἀπὸ τοῦ Α ἄχρι τοῦ Β **A**². δὴ] ante τῶν supra add. δηλονότι **A**². 12 ἐπεζεύχθω] sec. ε in ras. **A**.

erit etiam $AZ^2 < \Theta Z^2$. commune adiiciatur ZE^2; itaque $AZ^2 + ZE^2 < EZ^2 + Z\Theta^2$ siue (Eucl. I 47) $AE^2 < \Theta E^2$; quare $AE < E\Theta$. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnibus rectis a puncto E ad arcum AB adcidentibus minorem esse AE; ergo AE omnibus rectis a puncto E ad arcum AB adcidentibus minor est.

et rursus similiter[1]) demonstrabimus, rectam proximam quamque ei rectarum a puncto E ad arcum AB inter puncta A, B perductarum remotiore minorem esse.

iam iungatur EB. dico, rectam EB maximam esse omnium rectarum a puncto E ad arcum ΑΒΓ adcidentium.

quoniam enim $BZ > Z\Theta$ (cfr. Eucl. III 7), erit etiam $BZ^2 > Z\Theta^2$. commune adiiciatur ZE^2; itaque $EZ^2 + ZB^2 > EZ^2 + Z\Theta^2$ siue (Eucl. I 47) $EB^2 > E\Theta^2$; quare $BE > E\Theta$. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnibus rectis ab E ad arcum ΑΒΓ adcidentibus maiorem esse EB; ergo EB maxima est omnium rectarum a puncto E ad arcum ΑΒΓ adcidentium.

iungatur autem etiam ΕΓ. dico, etiam ΕΓ omnibus rectis a puncto E ad arcum ΒΓ inter puncta B, Γ adcidentibus minorem esse.

perducatur enim alia quoque recta EK, et iungantur ΖΓ, ZK.

et quoniam $\Gamma Z < ZK$ (cfr. Eucl. III 7), erit etiam $\Gamma Z^2 < ZK^2$. commune adiiciatur ZE^2; itaque $\Gamma Z^2 + ZE^2 < KZ^2 + ZE^2$ siue (Eucl. I 47) $E\Gamma^2 < EK^2$; quare $\Gamma E < EK$. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnibus rectis a puncto E ad arcum ΒΚΓ inter puncta B, Γ adcidentibus minorem esse ΕΓ. et rursus similiter demonstrabimus, proximam quamque ei rectarum a puncto E ad arcum ΒΓ inter puncta B, Γ adcidentium remotiore minorem esse.

δὲ καὶ **E**. λέγω] λέγω δή **E**. ΕΒ (alt.)] -Β in ras. **F**². 14 ΒΖ] ΖΒ **E**. μεῖζον] corr. ex μείζων **A**. 15 ΒΖ] ΖΒ **E**. τοῦ ἀπὸ] om. **C**. τῆς (sec.)] τοῦ **E**. ΖΘ] ΖΘ ἐστι μείζων **C**, corr. **C**². τὰ] corr. ex τὸ **C**². 16 ΕΖ, ΖΒ] mut. in ΒΖ, ΖΕ **A**². τουτέστιν **A**. τὸ] τοῦ **F**. ΕΒ] -Β e corr. **F**². μείζονά] **ABCD**, -ζονα e corr. **F**², μεῖζόν **EA**². ἐστιν **AF**, corr. **F**², comp. **C**. τῶν ἀπὸ—ἐστὶν (17)] mg. **F** (·b.). 17 ΕΖ, ΖΘ] mut. in ΘΖ, ΖΕ **A**², ΕΖΘ e corr. **C**. τοῦ] corr. ex τῶν **C**², τὸ **F**. ΒΕ] ΕΒ **E**. 19 ἐστίν] ἐστί **B**. ΕΒ (alt.)] Ε/Β e corr. **C**. 20 ἐστὶ] e corr. **D**. πασῶν] π- e corr. **D**. 25 post γὰρ supra add. μεταξὺ τῶν Β, Γ σημείων **A**². ΖΚ] -Κ e corr. **C**². 28 ΓΖ] Γ post ras. 1 litt. in ras. **C**. τουτέστι—ΖΕ (29)] ins. **B**². ἐλάσσονα] **ADFB**², ἐλάσσονά ἐστι **E**; ἔλασσόν ἐστι **A**², e corr. **C**². 29 ἐστὶ] ins. in spat. min. **B**². 31 ΒΚΓ] **E**, ΒΓΚ **ABCDF**. 32 ἐστὶ **F**, sed corr. ὁμοίως] **EA**², ὁμοίως δὴ **ABCDF**. ἀεὶ **E**. ἐγγëιον **A**. 33 ἀπότερον **E**. σημείου] **E**, e corr. **A**; σημείων **ABCDF**.

[1]) Quae sequuntur usque ad lin. 34, in enuntiatione proposita non sunt.

ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, κἂν ἡμικύκλιον ᾖ τὸ ΑΒΓ, ὅτι ἡ ΑΕ ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε πρὸς τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν.

γ'.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστοι κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, ἀπὸ δὲ ἑκατέρου αὐτῶν ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσιν ἑξῆς ἐφ' ἑκάτερα τοῦ σημείου, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους, αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰ πέρατα τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη περιφερειῶν εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ δύο μέγιστοι κύκλοι οἱ ΑΒ, ΓΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὸ Ε σημεῖον, ἀπὸ δὲ ἑκατέρου αὐτῶν ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν ἑξῆς ἐφ' ἑκάτερα τοῦ Ε σημείου ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΕΒ, ἡ δὲ ΓΕ τῇ ΕΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΑ, ΒΔ. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΒΔ.

ὁ γὰρ πόλῳ τῷ Ε, διαστήματι δὲ τῷ ΕΑ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Β. ἤτοι δὴ καὶ διὰ τοῦ Γ ἥξει ἢ οὔ.

ἐρχέσθω πρότερον καὶ διὰ τοῦ Γ· ἥξει ἄρα καὶ διὰ τοῦ Δ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΓΕ περιφέρεια τῇ ΕΔ περιφερείᾳ. ἐρχέσθω, καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΓΒΔ καὶ τοῦ ΑΕΒ κοινὴ τομὴ ἡ ΑΒ, τοῦ δὲ ΑΓΒΔ καὶ τοῦ ΓΕΔ κοινὴ τομὴ ἡ ΓΔ.

καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΕΒ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΑΓΒΔ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· ἡ ΑΒ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΓΒΔ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓΔ διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΓΒΔ κύκλου· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΑΖ, ΖΓ, ΖΒ, ΖΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΑΖ, ΖΓ δύο ταῖς ΔΖ, ΖΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΖΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΖΒ ἴση ἐστίν, βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΒ ἐστιν ἴση.

ἀλλὰ δὴ πάλιν ὁ πόλῳ μὲν τῷ Ε, διαστήματι δὲ τῷ ΕΑ κύκλος γραφόμενος μὴ ἐρχέσθω διὰ τοῦ Γ, ἀλλ' ὑπερπιπτέτω αὐτό· ἥξει μὲν ἄρα καὶ διὰ τοῦ Β, ὑπερπεσεῖται δὲ καὶ τὸ Δ. ἐρχέσθω καὶ ἔστω ὡς

1 ὁμοίως—ὅτι] ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΔ ἐλάσσων ἐδείχθη τῶν ἀπὸ τοῦ Ε πρὸς τὴν ΑΘΒ προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἡ δὲ ΕΓ ἐλάσσων πασῶν ἀπὸ τοῦ Ε πρὸς τὴν ΕΓ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, καί ἐστιν ἡ ΔΕ ἐλάσσων τῆς ΕΓ· ὥστε **E**. δείξομεν **B**. 2 post Ε supra add. σημείου **A**². 4 γ'] mg. ext. **B**². 8 περιφέρειαι **E**. εἰσίν] seq. ras. **C**. 9 δύο μέγιστοι] μέγιστοι δύο **C**, μέγιστοι **E**. 11 ἐφ'] ἐ- in ras. **E**. 15 Γ] seq. ras. 1 litt. **A**. 16 πρώτερον **A**, sed corr. ἥξει] seq. ras. **A**. 17 ΓΕ] Γ- e corr. **C**². ΕΔ] ΔΕ **F**. ἐρχέσθω] ἐρχέ|σθω mut. in ἐρχέσθω καὶ ἔστω ὁ ΑΓΒΔ κύκλος **A**². 18 ΑΓΒΔ] **DA**², ΑΒΓΔ **ABCEF**; deinde supra add. κύκλου comp. **A**². ΑΓΒΔ] **DA**², ΑΒΓΔ **ABCEF**; deinde add. κύκλου comp. **A**². 19 ΓΕΔ] ΓΕΔ καὶ τοῦ ΓΕΒ **C**, corr. **C**². ἡ] ἡ μη' in ras. **C**². 21 τὸν] corr. ex τῶν **A**. ΑΓΒΔ] **DA**², ΑΒΓΔ **ABCEF**. 22 ΑΓΒΔ] **DA**², ΑΒΓΔ **ABCEF**. 23 ἐστιν **A**, comp. **C**. ΑΓΒΔ] **DA**², ΑΒΓΔ **ABCEF**. 25 δύο] mut. in δυσὶ **A**². 26 ἐστίν] **A**, comp. **C**, ἐστί **BDEF**. 28 ΕΑ] ΑΕ **E**. figg. permutauit **E**. 30 ὡς] om. **C**.

similiter igitur demonstrabitur, etiam si ΑΒΓ semicirculus est, rectam ΑΕ omnibus rectis ab Ε ad arcum ΑΒΓ adcidentibus minorem esse.

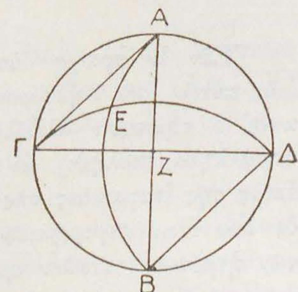
III.

Si in sphaera circuli maximi inter se secant, ab utroque autem eorum aequales arcus deinceps in utramque partem puncti, in quo inter se secant, abscinduntur, rectae terminos arcuum ad easdem partes uersus iungentes inter se acquales sunt.

in sphaera enim duo circuli maximi ΑΒ, ΓΔ in puncto Ε inter se secent, ab utroque autem eorum arcus aequales deinceps in utramque partem puncti Ε abscindantur, ΑΕ = ΕΒ et ΓΕ = ΕΔ, et iungantur ΓΑ, ΒΔ. dico, esse ΓΑ = ΒΔ.

circulus enim polo Ε, radio autem ΕΑ, descriptus etiam per Β ueniet (Eucl. III 29). aut igitur etiam per Γ ueniet aut non ueniet.

prius igitur etiam per Γ ueniat; ueniet igitur etiam per Δ; nam arcus ΓΕ arcui ΕΔ aequalis est. ueniat, et communis sectio circulorum ΑΓΒΔ, ΑΕΒ sit ΑΒ, circulorum autem ΑΓΒΔ, ΓΕΔ communis sectio ΓΔ.



et quoniam in sphaera circulus maximus ΑΕΒ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΑΓΒΔ per polos secat, in duas partes aequales eum secabit et ad rectos angulos (I 15); ΑΒ igitur diametrus est circuli ΑΓΒΔ. similiter igitur demonstrabimus, etiam ΓΔ diametrum esse circuli ΑΓΒΔ; quare quattuor rectae ΑΖ, ΖΓ, ΖΒ, ΖΔ inter se aequales sunt. quoniam igitur duae ΑΖ, ΖΓ duabus ΔΖ, ΖΒ altera alteri aequales sunt, et $\angle A Z \Gamma = \angle \Delta Z B$ (Eucl. I 15), basis ΑΓ basi ΔΒ aequalis est (Eucl. I 4).

iam uero rursus circulus polo Ε, radio autem ΕΑ, descriptus per Γ ne ueniat, sed id excedat; ueniet igitur etiam per Β (Eucl. III 29), excedet autem etiam Δ. ueniat et sit ut ΑΗΒΘ,

ὁ ΑΗΒΘ, καὶ προσαναπεπληρώσθω ὁ ΓΕΔ κύκλος κατὰ τὰ Η, Θ σημεῖα, καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΗΒΘ κύκλου καὶ τοῦ ΑΕΒ κοινὴ τομὴ ἡ ΑΒ, τοῦ δὲ ΑΗΒΘ κύκλου καὶ τοῦ ΗΕΘ κοινὴ τομὴ ἡ ΗΘ.

ὁμοίως δὴ πάλιν δείξομεν, ὅτι τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΗΒΘ κύκλου, καὶ ὅτι ἑκάτερος τῶν ΑΕΒ, ΗΕΘ ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΑΗΒΘ κύκλον. ἤχθωσαν δὴ ἀπὸ τῶν Γ, Δ σημείων ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΗΒΘ κύκλου ἐπίπεδον κάθετοι αἱ ΓΚ, ΔΛ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΚ, ΛΒ.

καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΗ περιφέρεια τῇ ΕΘ περιφερείᾳ· πόλος γάρ ἐστι τὸ Ε σημεῖον· ὧν ἡ ΓΕ τῇ ΕΔ ἐστιν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ΓΗ λοιπῇ τῇ ΔΘ ἐστιν ἴση. ἐπεὶ οὖν τμῆμα κύκλου ὀρθόν ἐστι τὸ ΗΕΘ, καὶ ἀπειλημμέναι εἰσὶν ἴσαι περιφέρειαι αἱ ΗΓ, ΔΘ, καὶ κάθετοι ἠγμέναι εἰσὶν αἱ ΓΚ, ΔΛ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΓΚ τῇ ΔΛ, ἡ δὲ ΗΚ τῇ ΘΛ. ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ΗΖ ὅλῃ τῇ ΖΘ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΖ λοιπῇ τῇ ΖΛ ἐστιν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΖ τῇ ΒΖ ἴση· αἱ ΑΚ, ΛΒ ἄρα ἴσαι εἰσίν. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΚ τῇ ΛΒ, ἡ δὲ ΓΚ τῇ ΔΛ, δύο δὴ αἱ ΑΚ, ΚΓ δύο ταῖς ΒΛ, ΛΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΚΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΛΒ ἐστιν ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα αὐτῶν· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΒ ἐστιν ἴση.

δ'.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ δύο μέγιστοι κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, ἀπὸ δὲ ἑνὸς αὐτῶν ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσιν ἑξῆς ἐφ' ἑκάτερα τοῦ σημείου, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους, διὰ δὲ τῶν γενομένων σημείων ἐπίπεδα παράλληλα ἐκβληθῇ, ὧν τὸ ἓν συμπίπτον τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων ἐκτὸς τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ὡς κατὰ τὸ εἰρημένον σημεῖον, μία δὲ τῶν ἴσων περιφερειῶν μείζων ᾖ ἑκατέρας τῶν ἀπειλημμένων ὑπὸ τῶν ἠγμένων ἐπιπέδων πρὸς τῷ αὐτῷ σημείῳ, ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τοῦ ἀσυμπτώτου ἐπιπέδου μείζων ἐστὶ τῆς μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τοῦ συμπίπτοντος ἐπιπέδου τοῦ αὐτοῦ κύκλου.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ δύο μέγιστοι κύκλοι οἱ ΑΕΒ, ΓΕΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὸ Ε σημεῖον, ἀπὸ δὲ ἑνὸς αὐτῶν τοῦ ΑΕΒ ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν αἱ ΑΕ, ΕΒ ἑξῆς ἐφ' ἑκάτερα τοῦ Ε σημείου, καὶ διὰ τῶν Α, Β σημείων ἐπίπεδα παράλληλα διήχθω τὰ ΑΔ, ΓΒ, ὧν τὸ ΑΔ συμπίπτον τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ΑΕΒ, ΓΕΔ ἐκτὸς τῆς

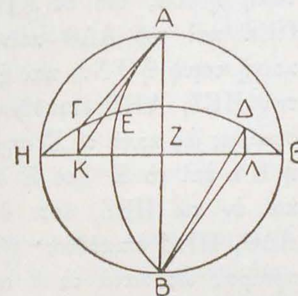
---

1 προσαναπεπληρώσθω] A², προσαπεπληρώσθω **D**, προσαναπληρώσθω **ABCEF**. 2 ΑΕΒ—καὶ τοῦ (3)] mg. **C**² (☾). 3 ΕΗΘ **B**. 4 ὅτι] ὅτι καὶ **D**. 6 ΑΒΗΘ **D**. 9 post σημεῖον supra add. τοῦ ΑΗΒΘ κύκλου **A**². 10 ἐστι] ἐστιν **A**, comp. **C**. 11. 12 εἰσιν ἠγμέναι **B**. 12 post εἰσὶν supra add. ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΗΒΘ κύκλου ἐπίπεδον **A**². ἴση ·/· **E**. ἴση—ΓΚ] in ras. **D**. ἐστὶν] corr. ex ἐστὶ **A**. ΔΛ ⋕ **D**. ἡ δὲ—ΔΛ (15)] mg. **D** (χ-⋕). 13 ΖΛ] ΛΖ **A**. 14 ἔστιν **A**. 16 δύο] mut. in δυσὶ **A**². ταῖς—ἴσαι] in ras. **A**.

et expleatur circulus ΓΕΔ ad puncta Η, Θ uersus, et communis sectio circulorum ΑΗΒΘ, ΑΕΒ sit ΑΒ, circulorum autem ΑΗΒΘ, ΗΕΘ communis sectio ΗΘ.

similiter igitur rursus demonstrabimus, punctum Ζ centrum esse circuli ΑΗΒΘ, et utrumque circulum ΑΕΒ, ΗΕΘ ad circulum ΑΗΒΘ perpendicularem esse. ducantur igitur a punctis Γ, Δ ad planum circuli ΑΗΒΘ perpendiculares ΓΚ, ΔΛ, et iungantur ΑΚ, ΛΒ.

et quoniam arcus ΕΗ arcui ΕΘ aequalis est (I def. 5) — polus enim est punctum Ε —, quorum ΓΕ = ΕΔ, reliquus ΓΗ reliquo ΔΘ aequalis est. quoniam igitur segmentum circuli perpendiculare est ΗΕΘ, et aequales arcus abscisi sunt ΗΓ, ΔΘ, et perpendiculares ductae sunt ΓΚ, ΔΛ, erit ΓΚ = ΔΛ, ΗΚ = ΘΛ (Eucl. I 26). uerum etiam tota ΗΖ toti ΖΘ aequalis est; quare etiam reliqua ΚΖ reliquae ΖΛ aequalis est. uerum etiam ΑΖ = ΒΖ; itaque ΑΚ = ΛΒ (Eucl. I 4). quoniam igitur ΑΚ = ΛΒ et ΓΚ = ΔΛ, duae ΑΚ, ΚΓ duabus ΒΛ, ΛΔ altera alteri aequales sunt. et ∠ΓΚΑ = ∠ΔΛΒ; nam uterque rectus est (Eucl. XI def. 3); ergo basis ΑΓ basi ΔΒ aequalis est (Eucl. I 4).



IV.

Si in sphaera duo circuli maximi inter se secant, ab altero autem eorum aequales arcus deinceps abscinduntur in utramque partem puncti, in quo inter se secant, per puncta orta autem plana ducuntur, quorum alterum cum communi sectione planorum extra sphaeram ad punctum, quod significauimus, uersus concurrit, et alter arcuum aequalium maior est utroque eorum, qui planis ductis ad idem punctum abscinduntur, arcus inter hoc punctum planumque non concurrens positus maior est arcu inter punctum planumque concurrens eiusdem circuli posito.

in sphaera enim duo circuli maximi ΑΕΒ, ΓΕΔ in puncto Ε inter se secent, ab uno autem eorum ΑΕΒ aequales arcus deinceps abscindantur ΑΕ, ΕΒ in utramque partem puncti Ε, et per puncta Α, Β plana parallela ducantur ΑΔ, ΓΒ, quorum ΑΔ cum communi sectione planorum ΑΕΒ, ΓΕΔ extra superficiem

---

17 γωνίᾳ] ω' Γ **E**. 19 δ'] mg. ext. **B**² (euan.). 22 γινομένων **A**, sed corr. 25 περιφεριῶν **A**. 26 τῷ αὐτῷ] corr. ex τὸ αὐτὸ **ABF**. 29 οἱ] corr. ex ὁ **C**².

ἐπιφανείας τῆς σφαίρας κατὰ τὸ Ε σημεῖον, μία δὲ τῶν ἴσων περιφερειῶν τῶν ΑΕ, ΕΒ μείζων ἔστω ἑκατέρας τῶν ΓΕ, ΕΔ. λέγω, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΓΕ περιφέρεια τῆς ΕΔ περιφερείας.

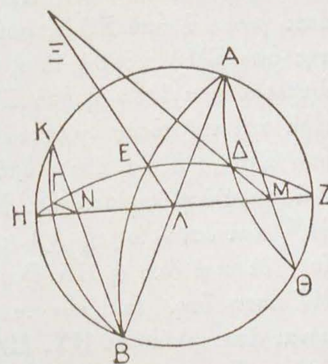
ὁ πόλῳ γὰρ τῷ Ε, διαστήματι δὲ τῷ ΕΑ κύκλος γραφόμενος ἥξει μὲν διὰ τοῦ Β, ὑπερπεσεῖται δὲ τὰ Γ, Δ σημεῖα διὰ τὸ ἑκατέραν τῶν ΑΕ, ΕΒ ἑκατέρας τῶν ΓΕ, ΕΔ μείζονα εἶναι. ἐρχέσθω καὶ ἔστω ὡς ὁ ΑΗΒΖ, καὶ προσαναπεπληρώσθωσαν οἱ κύκλοι, καὶ ὁ μὲν ΑΔ κύκλος συμπιπτέτω τῷ ΑΗΒΖ κύκλῳ κατὰ τὸ Θ σημεῖον, ὁ δὲ ΒΓ κατὰ τὸ Κ σημεῖον, καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΗΒΖ καὶ τῶν ΑΕΒ καὶ ΗΕΖ κοιναὶ τομαὶ ἡ ΑΒ καὶ ἡ ΗΖ, τοῦ δὲ ΑΔΘ κύκλου καὶ τοῦ ΑΗΒΖ κοινὴ τομὴ ἡ ΑΘ, τοῦ δὲ ΚΓΒ καὶ τοῦ ΑΗΒΖ κοινὴ τομὴ ἡ ΚΒ, τοῦ δὲ ΗΕΖ καὶ τοῦ ΑΔΘ κοινὴ τομὴ ἡ ΔΜ, τοῦ δὲ ΚΓΒ καὶ τοῦ ΗΕΖ κοινὴ τομὴ ἡ ΓΝ. καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΔ ἐπίπεδον συμπίπτει τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ΗΕΖ, ΑΕΒ ἐπιπέδων, τουτέστι τῇ ΕΛ, ἐκτὸς τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ὡς κατὰ τὸ Ε σημεῖον, συμπιπτέτω κατὰ τὸ Ξ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΕΛ ἐπὶ τὸ Ξ. τὸ Ξ ἄρα σημεῖον ἐν τῷ ΑΔΘ ἐπιπέδῳ ἐστίν, ἀλλὰ καὶ ἐν τῷ ΗΕΖ, ἔστι δὲ καὶ τὰ Δ, Μ σημεῖα ἐν ἀμφοτέροις τοῖς ΑΔΘ, ΗΕΖ ἐπιπέδοις· ἡ ΜΔ ἄρα συμπίπτει ἐκτὸς τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ὡς κατὰ τὸ Ε σημεῖον· συμπεσοῦνται δὴ κατὰ τὸ Ξ.

καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΕΒ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΑΗΒΖ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· ἡ ΑΒ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΗΒΖ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΗΖ διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΗΒΖ κύκλου· κέντρον ἄρα ἐστὶν αὐτοῦ τὸ Λ. καὶ ἐπεὶ δύο παράλληλα ἐπίπεδα τὰ ΚΓΒ, ΑΔΘ ὑπό τινος ἐπιπέδου τέμνεται τοῦ ΑΗΒΖ, αἱ κοιναὶ ἄρα αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΒ τῇ ΑΘ. πάλιν, ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα τὰ ΚΓΒ, ΑΔΘ ὑπό τινος ἐπιπέδου τέμνεται τοῦ ΗΕΖ, αἱ κοιναὶ αὐτῶν ἄρα τομαὶ παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΝ τῇ ΔΜ. καὶ ἐπεὶ ἑκάτερον τῶν ΑΕΒ, ΗΕΖ ἐπιπέδων πρὸς τὸ ΑΗΒΖ ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν, καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν ἄρα τομὴ

1 τῆς] corr. ex τῇ **C**. κατὰ] **ADE**, ὡς κατὰ **BCFA**^{2}. περιφεριῶν **A**, sed corr. in scrib. 3 ΕΔ] ΔΕ **E**. 4 ΕΑ] corr. ex ΑΕ **F**. 5 Γ, Δ] ΔΓ **E**. In fig. ΑΒ ad ΗΖ perpendicularem hab. codd.; Θ inter Η et Β, Δ in recta ΛΑ hab. **E**; Ν] in ras. **C**^{2}, Μ] corr. ex Β **C**^{2}, Θ] e corr. **C**. 6 ΕΒ] -Β in ras. **A**^{2}**B**^{2}. ἑκατέρας] -ς corr. ex ν? **A**. ἑκατέρας—ΕΔ] mg. **B**^{2} (·/·). ὡς] om. **E**. 7 προσαναπληρώσθωσαν **F**; προσαναπεπληρώσθω **D**, sed corr. 8 ΒΓ] ΒΖ **F**. 9 τοῦ] corr. ex τὸ **C**. μὲν] om. **E**. καὶ (tert.)] **ADE**, om. **BCF**, del. **A**^{2}. 9. 10 κοιναὶ τομαὶ] **CEF**, κοινὴ τομὴ **ABD**. 10 ἡ (alt.)] **EF**, om. **ABCD**. 11 ἡ ΑΘ—τομὴ] mg. **B**^{2} (∴, κείμενον). ΑΗΒΖ] -Β- in ras. **E**. 12 καὶ τοῦ ΑΔΘ] om. **F**. ΑΔΘ] -Θ e corr. **D**. ΚΒΓ **B**. 13 τομὴ] **BEA**^{2}, om. **ACDF**. κοινῇ—ἐπιφανείας (14)] ἐπιφανείᾳ **E**. 14 ΑΕΒ] -Β in ras. **F**^{2}. τουτέστιν **A**. τῇ] τοῦ **B**. 16 ΕΛ] corr. ex ΕΑ **A**. 17 ἀμφοτέροις] -οις

sphaerae ad punctum E uersus concurrat, unus autem arcuum aequalium ΑΕ, ΕΒ maior sit utroque ΓΕ, ΕΔ. dico, arcum ΓΕ maiorem esse arcu ΕΔ.

circulus enim polo E, radio autem ΕΑ, descriptus per B ueniet, puncta autem Γ, Δ excedet, quia uterque ΑΕ, ΕΒ maior est utroque ΓΕ, ΕΔ. ueniat et sit ut ΑΗΒΖ, et expleantur circuli, et circulus ΑΔ cum circulo ΑΗΒΖ in puncto Θ concurrat, ΒΓ autem in puncto K, et circuli ΑΗΒΖ circulorumque ΑΕΒ, ΗΕΖ communes sectiones sint ΑΒ, ΗΖ, circuli autem ΑΔΘ circulique ΑΗΒΖ communis sectio ΑΘ, circuli autem ΚΓΒ circulique ΑΗΒΖ communis sectio ΚΒ, circuli autem ΗΕΖ circulique ΑΔΘ communis sectio ΔΜ, circuli autem ΚΓΒ circulique ΗΕΖ communis sectio ΓΝ. et quoniam planum ΑΔ cum communi sectione planorum ΗΕΖ, ΑΕΒ, hoc est ΕΛ, extra superficiem sphaerae ad punctum E uersus concurrit, concurrat in puncto Ξ, et ΕΛ ad Ξ producatur. Ξ igitur punctum in plano ΑΔΘ positum est, uerum etiam in ΗΕΖ, et puncta Δ, Μ quoque in utroque plano ΑΔΘ, ΗΕΖ posita sunt; itaque ΜΔ extra superficiem sphaerae ad punctum E uersus concurrit; concurrent igitur in Ξ.



et quoniam in sphaera circulus maximus ΑΕΒ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΑΗΒΖ per polos secat, in duas partes aequales eum secabit et ad rectos angulos (I 15); itaque ΑΒ diametrus est circuli ΑΗΒΖ. similiter igitur demonstrabimus, etiam ΗΖ diametrum esse circuli ΑΗΒΖ; quare centrum eius est Λ. et quoniam duo plana parallela ΚΓΒ, ΑΔΘ plano aliquo ΑΗΒΖ secantur, communes eorum sectiones parallelae sunt (Eucl. XI 16); quare ΚΒ, ΑΘ parallelae sunt. rursus, quoniam duo plana parallela ΚΓΒ, ΑΔΘ plano aliquo ΗΕΖ secantur, communes eorum sectiones parallelae sunt (ib.); quare ΓΝ, ΔΜ parallelae sunt. et quoniam utrumque planum ΑΕΒ, ΗΕΖ ad planum ΑΗΒΖ perpendiculare est, etiam com-

euan. **C**, ἀμφοτ^ερ' **E**. 18 ΔΜ **E**. 20 τῶν] τὸν **B**. 22 ὁμοίως—κύκλου (23)] om. **D**. 24 ἐπίπεδα παράλληλα **E**. ΚΓΒ] -Β e corr. **D**. ΑΔΘ] -Θ e corr. **D**. 25 τέμνεται] -εται in ras. **A**. ΑΗΒΖ] -Β- e corr. **A**, -ΗΒ- in ras. **D**. 26 εἰσιν] **A**, εἰσι **BCDEF**. 27 ΚΓΒ] corr. ex ΚΓΔ **A**. 28 εἰσιν] **A**; εἰσῑν, -ν euan., **C**; εἰσι **BDEF**. 29 ΓΝ] corr. ex ΓΗ **B**. 30 ἐστιν] **A**, ״/ω **C**, ἐστι **BDEF**.

ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ AHBZ ἐπίπεδον. κοινὴ δὲ αὐτῶν τομή ἐστιν ἡ EΛ· καὶ ἡ EΛ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ AHBZ ἐπίπεδον· ὥστε καὶ πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ AHBZ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας. ἅπτεται δὲ τῆς EΛ ἑκατέρα τῶν AB, HZ οὖσα ἐν τῷ τοῦ AHBZ κύκλου ἐπιπέδῳ· ἡ EΛ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς ἑκατέραν τῶν AB, HZ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΞΛM ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ ΞΛN, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνίας τῆς ὑπὸ ΞMΛ. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΞΛN· ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΞMΛ· ἀμβλεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΞMZ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΓN τῇ ΔM, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ HZ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓNH τῇ ὑπὸ ΞMΛ. ὀξεῖα δὲ ἡ ὑπὸ ΞMΛ· ὀξεῖα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΓNH. καὶ παράλληλός ἐστιν ἡ AM τῇ NB, καὶ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ AB, MN, καί ἐστιν ἴση ἡ AΛ τῇ ΛB· ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ NΛ τῇ ΛM. ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ HΛ ὅλῃ τῇ ΛZ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ HN λοιπῇ τῇ MZ ἐστιν ἴση. ἐπεὶ οὖν τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ HEZ, καὶ αἱ ἀπειλημμέναι ἴσαι εἰσὶν αἱ HN, MZ, καὶ διηγμέναι εἰσὶ παράλληλοι αἱ ΓN, ΔM, καί ἐστιν ἡ μὲν ὑπὸ ΓNH ὀξεῖα, ἡ δὲ ὑπὸ ΔMZ ἀμβλεῖα, ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ HΓ περιφέρεια τῆς ΔZ περιφερείας. ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ HE περιφέρεια ὅλῃ τῇ ZE περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση, ὧν ἡ HΓ τῆς ΔZ ἐστιν ἐλάσσων, λοιπὴ ἄρα ἡ ΓE περιφέρεια λοιπῆς τῆς EΔ περιφερείας μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε΄.

Ἐὰν ἐπὶ μεγίστου κύκλου περιφερείας ὁ πόλος ᾖ τῶν παραλλήλων, καὶ τοῦτον τέμνωσι δύο μέγιστοι κύκλοι πρὸς ὀρθάς, ὧν ὁ μὲν εἷς τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ἕτερος λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, ἀπὸ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσιν ἑξῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων, διὰ δὲ τῶν γενομένων σημείων παράλληλοι κύκλοι γραφῶσιν, ἀνίσους ἀπολήψονται περιφερείας τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου τὰς μεταξὺ αὐτῶν καὶ μείζονα ἀεὶ τὴν ἔγγιον τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τῆς πορρώτερον.

---

1 ἐστι] ἐστιν A, ″/ꟿ·· C. 3 AHB C. 4 post ἐπιπέδῳ del. ἡ EΛ ἄρα ὀρθή ἐστι CC². EΛ] corr. ex EΔ A. 6 ἐστιν A, comp. C. ἐπεὶ] corr. ex ἐπὶ A. τριγώνῳ E. ΞMΛ] corr. ex ZMΛ A, ex MΛ C². 7 ἐστι] ἐστιν A, comp. C. ΞΛN] ZΛN D; ΞΛH C, Ξ- e corr. C². ἐντὸς] corr. ex ἐκτὸς B². γωνίας] om. E. 8 ΞMΛ (pr.)] -MΛ in ras. A², ΞMN D. ΞΛN] -N e corr. C². ΞMΛ] -MΛ in ras. A. 9 ἀμβλεῖα] in ras. A. ΞMZ] -MZ e corr. A. ΓN] corr. ex ΓH C². 10 ἐκπέπτωκεν E. HZ] H- e corr. A², NZ D. ἐστὶ F. 11 ὀξεῖα—ΞMΛ] mg. A, κει μ add. A². ἐστὶ] om. E, ἐστὶν AB, comp. C. ἡ (alt.)] om. F. 12 post pr. καὶ supra add. ἐπεὶ A². διημέναι A, sed corr. 13 ἐστὶ] ἐστὶν A, comp. C. ΛM] seq. schol. E. 14 HΛ] KΛ E. ὅλῃ] om. D. λοιπῇ] -ῇ in ras. 2 litt. A. λοιπῇ corr. ex λοιπὴ B. 15 ἐστὶ] ἐστὶν AE. τὸ] ἡ E. 16 εἰσι C. αἱ—εἰσὶ] mg. C² (/). HN] corr. ex H B. καὶ δι- in ras. C². ΓN] ΓH CF, corr. F. 17 ἀμβλεῖα] seq. schol. E. Mg. ⁊ D. 18 mg. ☾ B. HΓ] NΓ CD. 19 ZE] Z- e corr. A; ΞE BC, corr. B. 20 ἄρα] ἄρα καὶ E. 21 ὅπερ ἔδει δεῖξαι] del. A². 22 ε΄] mg. ext. B². 24 τέμνωσιν A. 25 ὁ δὲ] in ras. A. δὲ (alt.)] δ- e corr. in scrib. D. 29 κύκλου] om. E. ἔγγειον A, corr. A². 30 πορρωτέρω E, -ω e corr.

munis eorum sectio ad planum AHBZ perpendicularis est (Eucl. XI 19). communis autem sectio eorum est EΛ; quare etiam EΛ ad planum AHBZ perpendicularis est; quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in plano circuli AHBZ positas rectos angulos efficiet (Eucl. XI def. 3). tangit autem rectam EΛ utraque AB, HZ in plano circuli AHBZ posita; EΛ igitur ad utramque AB, HZ perpendicularis est. et quoniam in triangulo ΞΛM extrinsecus positus est ∠ΞΛN, maior est angulo interiore et opposito ΞMΛ (Eucl. I 16). uerum ∠ΞΛN rectus est; itaque ∠ΞMΛ acutus est; quare ∠ΞMZ obtusus est. et quoniam parallelae sunt ΓN, ΔM, et in eas incidit HZ, erit ∠ΓNH = ∠ΞMΛ (Eucl. I 29). uerum ∠ΞMΛ acutus est; itaque etiam ∠ΓNH acutus est. et parallelae sunt AM, NB, et duae rectae perductae sunt AB, MN, et AΛ = ΛB; itaque NΛ = ΛM (Eucl. I 26). uerum etiam tota HΛ toti ΛZ aequalis est; quare reliqua HN reliquae MZ aequalis est. quoniam igitur HEZ segmentum circuli est, et rectae abscisae HN, MZ aequales sunt, et perductae sunt parallelae ΓN, ΔM, et ∠ΓNH acutus est, ∠ΔMZ autem obtusus, arcus HΓ arcu ΔZ minor est (u. schol.). quoniam igitur totus arcus HE toti arcui ZE aequalis est (I def. 5, Eucl. III 28), quorum HΓ arcu ΔZ minor est, reliquus arcus ΓE reliquo arcu EΔ maior est; quod erat demonstrandum.

V.[1]

Si polus circulorum parallelorum in ambitu circuli maximi positus est, et hunc duo circuli maximi ad rectos angulos secant, quorum alter unus ex parallelis est, alter autem ad parallelos obliquus, et a circulo obliquo aequales arcus deinceps abscinduntur ad easdem partes maximi parallelorum, per puncta autem ita orta circuli paralleli describuntur, a circulo maximo ab initio posito arcus inaequales abscindent inter eos positos et proximam quamque maximo parallelorum remotiore maiorem.

---

1) Cfr. Pappus VI 6—12.

ἐπὶ γὰρ μεγίστου κύκλου περιφερείας τοῦ ΑΒΓ ὁ πόλος ἔστω τῶν παραλλήλων τὸ Α σημεῖον, καὶ τοῦτον τεμνέτωσαν δύο μέγιστοι κύκλοι οἱ ΒΖΓ, ΔΖΕ πρὸς ὀρθάς, ὧν ὁ μὲν ΒΖΓ εἷς τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ΔΖΕ λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, ἀπὸ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου τοῦ ΔΖΕ ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν αἱ ΚΘ, ΘΗ ἑξῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν παραλλήλων τοῦ ΒΖΓ, διὰ δὲ τῶν Κ, Θ, Η σημείων παράλληλοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΟΚΠ, ΝΘΞ, ΛΗΜ. λέγω, ὅτι οἱ ΟΚΠ, ΝΘΞ, ΛΗΜ κύκλοι ἀνίσους ἀπολήψονται περιφερείας τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου τοῦ ΑΒΓ καὶ μείζονα ἀεὶ τὴν ἔγγιον τοῦ ΒΖΓ τῆς πορρώτερον. λέγω οὖν, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΟΝ περιφέρεια τῆς ΝΛ περιφερείας.

γεγράφθω γὰρ διὰ τῶν Α, Θ σημείων μέγιστος κύκλος ὁ ΑΘΡ.

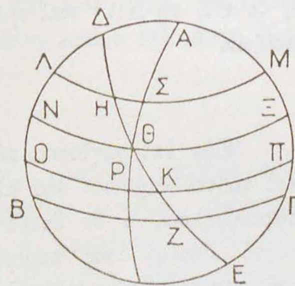
καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΟΚΠ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΝΟ περιφέρεια τῇ ΑΘΡ περιφερείᾳ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον πόλος ἐστὶ τοῦ ΝΘΞ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΛΝ περιφέρεια τῇ ΑΣΘ περιφερείᾳ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΝΟ λοιπῇ τῇ ΘΡ ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΝΛ περιφέρεια τῇ ΣΘ ἐστιν ἴση· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΝΟ τῇ ΘΡ, ἡ δὲ ΛΝ τῇ ΣΘ. καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΘΡ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΟΚΠ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· ὁ ΑΘΡ ἄρα κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΟΚΠ κύκλον. κύκλου δή τινος τοῦ ΟΚΠ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ἀπὸ τοῦ Ρ τμῆμα κύκλου ὀρθὸν ἐφέσταται τὸ ΡΘ καὶ τὸ τούτῳ συνεχές, καὶ ἀπείληπται περιφέρεια ἡ ΡΘ ἐλάσσων ἢ ἡμίσεια οὖσα τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Ρ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Θ σημείου πρὸς τὸν ΟΚΠ κύκλον προσπιπτουσῶν εὐθειῶν· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Ρ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Κ ἐπιζευγνυμένης εὐθείας. καί εἰσιν ἴσοι οἱ κύκλοι· μέγιστοι γάρ εἰσιν· ἡ ἄρα ΘΡ περιφέρεια ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ΘΚ περιφερείας. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΘΣ τῆς ΘΗ ἐλάσσων [ὁμοίως εἰπόντες· κύκλου δή τινος τοῦ ΛΗΜ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ἀπὸ τοῦ Σ σημείου τμῆμα κύκλου ὀρθὸν ἐφέστηκε τὸ ΣΘ καὶ τὸ τούτῳ συνεχές, καὶ ἀπείληπται περιφέρεια ἡ ΣΘ ἐλάσσων ἢ ἡμίσεια οὖσα τοῦ

2 Α] om. E. 3 post εἷς supra add. ἔστω A². 4 ΔΖΕ (alt.)] ΔΖ AC, corr. A². 5 ΘΗ] Θ- e corr E. 6 κύκλου] fort. delendum. ΒΖΓ] Β- corr. ex Δ, -Γ in ras. A²; ΔΖΓ D, ΖΓ C. 8 κύκλοι] corr. ex κύκλων F. 9 ἔγγειον A, corr. A². 10 πορρωτέρ^ω E. 13 ἐστὶν A. 14 ΑΝΟ—ἡ (15)] bis D (ΑΝΟ] in repet. -Ν- e corr.) 15 ἡ] supra scr. F. τῆς ΑΣΘ περιφερείας B. 17 τῇ ΣΘ] τῆς ΣΘ B, τῆc Θ C, τῇ ΣΘ περιφερείᾳ E. In fig. inter Δ et Α arcum per Η ductum, ab Α arcum per Η ad ΝΞ ductum add. E, ubi hic arcum ΝΞ secat, litt. Θ add., alt. Θ del.; Ο] corr. ex Θ C², Γ e corr., Α, Η, Θ, Κ, Ρ postea add. C. 18 ΛΝ] ΝΛ B. 19 ΟΚΠ] -Π in ras. A. διὰ] δι- in ras. A. 21 δὴ E. 22 ἐφέσταται] mut. in

nam in ambitu circuli maximi ΑΒΓ polus parallelorum positus sit punctum Α, et eum duo circuli maximi ad rectos angulos secent ΒΖΓ, ΔΖΕ, quorum ΒΖΓ unus ex parallelis sit, ΔΖΕ autem ad parallelos obliquus, a circulo autem obliquo ΔΖΕ deinceps arcus aequales ΚΘ, ΘΗ abscindantur in easdem partes [circuli] maximi parallelorum ΒΖΓ, per puncta autem Κ, Θ, Η paralleli circuli describantur ΟΚΠ, ΝΘΞ, ΛΗΜ. dico, circulos ΟΚΠ, ΝΘΞ, ΛΗΜ a circulo maximo ab initio posito ΑΒΓ inaequales arcus abscindere et proximum quemque circulo ΒΖΓ remotiore maiorem. dico igitur, arcum ΟΝ maiorem esse arcu ΝΛ.

describatur enim per puncta Α, Θ circulus maximus ΑΘΡ.

et quoniam punctum Α polus est circuli ΟΚΠ, arcus ΑΝΟ arcui ΑΘΡ aequalis est (I def. 5, Eucl. III 28). rursus, quoniam punctum Α polus est circuli ΝΘΞ, arcus ΑΛΝ arcui ΑΣΘ aequalis est (ib.); quare reliquus ΝΟ reliquo ΘΡ aequalis est. similiter igitur demonstrabimus, etiam arcum ΝΛ arcui ΣΘ aequalem esse; itaque arcus ΝΟ arcui ΘΡ aequalis est, arcus autem ΛΝ arcui ΣΘ. et quoniam in sphaera circulus maximus ΑΘΡ circulum aliquem ΟΚΠ eorum, qui in sphaera sunt, per polos secat, in duas partes aequales



eum secabit et ad rectos angulos (I 15); quare ΑΘΡ ad circulum ΟΚΠ perpendicularis est. in circulo igitur aliquo ΟΚΠ in diametro ab Ρ ducta segmentum circuli perpendiculare erectum est ΡΘ, et quod cum eo coniunctum est, et abscisus est arcus ΡΘ minor quam dimidius segmenti erecti; itaque recta a Θ ad Ρ ducta minor est omnibus rectis a puncto Θ ad circulum ΟΚΠ adcidentibus (prop. I); quare recta a Θ ad Ρ ducta minor est recta a Θ ad Κ ducta. et circuli aequales sunt; maximi enim sunt; quare arcus ΘΡ arcu ΘΚ minor est (cfr. Eucl. III 28). similiter igitur demonstrabimus, etiam arcum ΘΣ arcu ΘΗ minorem esse [, similiter ratiocinantes: in circulo igitur aliquo ΛΗΜ in diametro a puncto Σ ducta segmentum circuli perpendiculare erectum est ΣΘ, et quod cum eo coniunctum est, et

ἐφίσταται B². ΘΡ E. συνεχές] -ές e corr. D. 23 περιφέρια A, sed corr. in scrib. ΘΡ E. 25 ἐστὶν A, comp. C. πασῶν] om. E. 27 ἐστὶν A, comp. C. τῆς] corr. ex πασῶν D. 28 οἱ] om. E. ἐστὶν A, comp. C. 29 τῆς] τῇ C. Post ἐλάσσων ins. ἐστίν (comp.) A. 30 ὁμοίως—τμήματος (p. 132, 1)] deleo. 31 ἐφέστηκεν A. 32 ἀπείληπται] -ται corr. ex ι A².

ἐφεστῶτος τμήματος]. καί ἐστιν ἴση ἡ ΚΘ τῇ ΘΗ· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΚΘ, ΘΗ ἑκατέρας τῶν ΡΘ, ΘΣ ἐστι μείζων. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ὁ ΒΖΓ τῷ ΛΗΜ, ὁ δὲ ΒΖΓ συμπίπτει τῇ τῶν ΗΘΚ, ΑΘΡ κύκλων κοινῇ τομῇ ἐντός, τουτέστιν ὡς κατὰ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, καὶ ὁ ΛΗΜ ἄρα κύκλος συμπεσεῖται τῇ τῶν ΗΘΚ, ΑΘΡ κύκλων κοινῇ τομῇ ἐκτὸς τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ὡς κατὰ τὸ Θ σημεῖον. ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ δύο μέγιστοι κύκλοι οἱ ΗΘΚ, ΣΘΡ τέμνουσιν ἀλλήλους, ἀπὸ δὲ ἑνὸς αὐτῶν τοῦ ΗΘΚ ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλημμέναι εἰσὶν αἱ ΚΘ, ΘΗ ἑξῆς ἐφ' ἑκάτερα τοῦ Θ σημείου, καὶ διὰ τῶν Η, Κ σημείων ἐπίπεδα παράλληλα ἐκβέβληται τὰ ΛΗΜ, ΟΚΠ, ὧν τὸ ΛΗΜ συμπίπτει τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων τῶν ΗΘΚ, ΣΘΡ ἐκτὸς τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ὡς κατὰ τὸ Θ σημεῖον, μία δὲ τῶν ἴσων περιφερειῶν τῶν ΚΘ, ΘΗ ἑκατέρας τῶν ΡΘ, ΘΣ ἐστι μείζων, μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΡΘ περιφέρεια τῆς ΘΣ περιφερείας. ἀλλ' ἡ μὲν ΡΘ τῇ ΟΝ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΘΣ τῇ ΝΛ· καὶ ἡ ΟΝ ἄρα περιφέρεια τῆς ΝΛ περιφερείας ἐστὶ μείζων.

ϛʹ.

Ἐὰν ἐπὶ μεγίστου κύκλου περιφερείας ὁ πόλος ᾖ τῶν παραλλήλων, καὶ τοῦτον τέμνωσι δύο μέγιστοι κύκλοι πρὸς ὀρθάς, ὧν ὁ μὲν εἷς τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ἕτερος λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, ἀπὸ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσιν ἑξῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων, καὶ διὰ τῶν γενομένων σημείων καὶ τοῦ πόλου μέγιστοι κύκλοι γραφῶσιν, ἀνίσους ἀπολήψονται περιφερείας τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τὰς μεταξὺ αὐτῶν καὶ μείζονα ἀεὶ τὴν ἔγγιον τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου τῆς πορρώτερον.

ἐπὶ γὰρ μεγίστου κύκλου περιφερείας τοῦ ΑΒΓ ὁ πόλος ἔστω τῶν παραλλήλων τὸ Α σημεῖον, καὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον δύο μέγιστοι κύκλοι τεμνέτωσαν πρὸς ὀρθὰς οἱ ΒΖΓ, ΔΖΕ, ὧν ὁ μὲν ΒΖΓ εἷς τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ΔΖΕ λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, ἀπὸ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου τοῦ ΔΖΕ ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν αἱ ΚΘ, ΘΗ ἑξῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τοῦ ΒΖΓ, διὰ δὲ τοῦ Α καὶ ἑκάστου τῶν Η, Θ, Κ σημείων μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΑΗΛ, ΑΘΜ, ΑΚΝ. λέγω, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΛΜ περιφέρεια τῆς ΜΝ περιφερείας.

1 ἴση E. τῇ] τῆς E. 2 ΡΘ] -Θ e corr. **D**. 3 ΒΖΓ (utrumque)] ΟΡΚΠ Hunt. ΗΘΚ] -Κ ab init. lin. in finem praecedentis transpos. **B**^{2}. ηθ κα θρ **C**. ΑΘΡ] Α- ab extr. lin. in init. sequentis transpos. **F**^{2}. 7 οἱ] ἡ **B**. 8 αὐτὸ **C**. 9 ΘΗ] ΘΝ **CD**. καὶ] om. **F**. 13 ΡΘ] corr. ex ΡΒΘ? **A**. ΘΣ] corr. ex ΘΗ? **A**. ἐστι] ἐστιν **A**, ἐστι` **C**. ἐστὶ καὶ] ἐστὶν **E**. 14 ΘΣ] ΣΘ **E**. ΟΝ] ΘΝ **C**. 15 ΝΛ (pr.)] ΗΛ **F**. 17 ϛʹ] mg. ext. **B**^{2}. 18 ἐπὶ] ἐπὶ τοῦ **C**, corr. **C**^{2}. 19 τέμνωσι] -σ- e corr. **F**,

abscisus est arcus ΣΘ minor quam dimidius segmenti erecti]. et arcus ΚΘ arcui ΘΗ aequalis est; itaque uterque ΚΘ, ΘΗ utroque ΡΘ, ΘΣ maior est. et quoniam ΒΖΓ circulo ΛΗΜ parallelus est, ΒΖΓ autem cum communi sectione circulorum ΗΘΚ, ΑΘΡ intra, hoc est ad centrum sphaerae uersus, concurrit, etiam circulus ΛΗΜ cum communi sectione circulorum ΗΘΚ, ΑΘΡ extra superficiem sphaerae ad punctum Θ uersus concurret.[1]) quoniam igitur in sphaera duo circuli maximi ΗΘΚ, ΣΘΡ inter se secant, ab altero autem eorum ΗΘΚ aequales arcus deinceps abscisi sunt ΚΘ, ΘΗ in utramque partem puncti Θ, et per puncta Η, Κ plana parallela ducta sunt ΛΗΜ, ΟΚΠ, quorum ΛΗΜ cum communi sectione planorum ΗΘΚ, ΣΘΡ concurrit extra superficiem sphaerae ad punctum Θ uersus, et alter arcuum aequalium ΚΘ, ΘΗ utroque ΡΘ, ΘΣ maior est, etiam arcus ΡΘ arcu ΘΣ maior est (prop. IV). uerum ΡΘ arcui ΟΝ aequalis est, ΘΣ autem arcui ΝΛ (II 10); ergo etiam arcus ΟΝ arcu ΝΛ maior est.

VI.[2])

Si polus parallelorum in ambitu circuli maximi positus est, et hunc duo circuli maximi ad rectos angulos secant, quorum alter unus ex parallelis est, alter autem ad parallelos obliquus, ab obliquo autem circulo arcus aequales deinceps abscinduntur ad easdem partes maximi parallelorum, et per puncta ita orta polumque circuli maximi describuntur, a maximo parallelorum inaequales arcus abscindent inter eos positos et proximum quemque circulo maximo ab initio posito maiorem remotiore.

in ambitu enim circuli maximi ΑΒΓ polus parallelorum positus sit punctum Α, et circulum ΑΒΓ duo circuli maximi ΒΖΓ, ΔΖΕ ad rectos angulos secent, quorum ΒΖΓ unus ex parallelis sit, ΔΖΕ autem ad parallelos obliquus, a circulo autem obliquo ΔΖΕ aequales arcus deinceps abscindantur ΚΘ, ΘΗ ad easdem partes maximi parallelorum ΒΖΓ, per Α autem singulaque puncta Η, Θ, Κ circuli maximi describantur ΑΗΛ, ΑΘΜ, ΑΚΝ. dico, arcum ΛΜ arcu ΜΝ maiorem esse.

τέμνωσιν **A**, τέμωσι **D**. μέγιστοι] del. **A**^{2}. πρὸς ὀρθάς] non adgnoscit Pappus VI 1, 23. 24 τὰς μεταξὺ αὐτῶν] om. **E**. ἔγγειον **A**, corr. **A**^{2}. 25 πορρωτέρω **E**. 26 γὰρ] γὰρ τοῦ **F**. 28 οἱ] ὁ **E**. post εἷς supra add. ἔστω **A**^{2}. 30 ΘΗ] -Η e corr. in scrib. **C**. 32 ἑκατρʹ **E**. Η, Θ, Κ] **ABEF**, e corr. **D**; Η, Θ **C**; Κ, Θ, Η e corr. **A**. 34 περιφερείας] -ας in ras. **E**.

1) Haec demonstranda erant; aliter Pappus VI 6.

2) Cfr. Pappus VI 13—32.

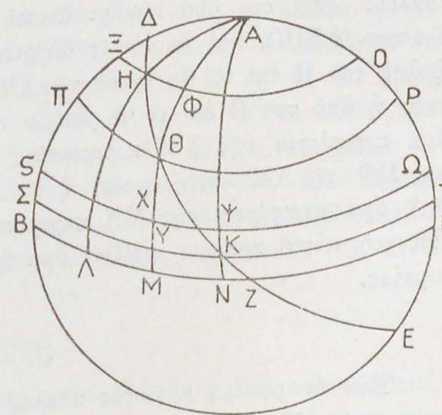
γεγράφθωσαν γὰρ διὰ τῶν Η, Θ, Κ σημείων παράλληλοι κύκλοι οἱ ΞΗΟ, ΠΘΡ, ΣΚΤ· μείζων ἄρα ἡ ΣΠ περιφέρεια τῆς ΠΞ περιφερείας διὰ τὸ προδειχθὲν θεώρημα. ἀλλ' ἡ μὲν ΣΠ τῇ ϒΘ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΠΞ τῇ ΘΦ· καὶ ἡ ϒΘ ἄρα τῆς ΘΦ ἐστι μείζων. κείσθω οὖν τῇ ΘΦ ἴση ἡ ΘΧ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΗΘ τῇ ΘΚ ἴση· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Φ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ Χ ἐπὶ τὸ Κ ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ.

γεγράφθω δὴ διὰ τοῦ Χ τοῖς ἐξ ἀρχῆς παράλληλος κύκλος ὁ ϛΧΨΩ.

καὶ ἐπεὶ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΨΚΝ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ϛΧΨΩ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· ὁ ἄρα ΑΨΚΝ κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ϛΧΨΩ κύκλον· ὥστε καὶ ὁ ϛΧΨΩ κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΑΨΚΝ κύκλον. καὶ ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα τὰ ΒΖΓ, ϛΧΨΩ ὑπό τινος ἐπιπέδου τέμνεται τοῦ ΑΨΚΝ, αἱ κοιναὶ αὐτῶν ἄρα τομαὶ παράλληλοί εἰσιν· ἡ ἄρα κοινὴ τομὴ τῶν ΑΨΚΝ, ΒΖΓ, ἥπερ ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ Ν σημείου διάμετρος οὖσα τοῦ ΑΨΚΝ κύκλου, καὶ ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ΑΨΚΝ, ϛΧΨΩ παράλληλοί εἰσιν· ὥστε ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ΑΨΚΝ, ϛΧΨΩ παράλληλός ἐστι τῇ διαμέτρῳ τοῦ ΑΨΚΝ. εἰς δὴ κύκλον τὸν ΑΨΚΝ διῆκταί τις εὐθεῖα ἡ τῶν ΑΨΚΝ, ϛΧΨΩ κύκλων κοινὴ τομὴ εἰς ἄνισα τέμνουσα τὸν κύκλον· παράλληλος γάρ ἐστι τῇ διαμέτρῳ τοῦ ΑΨΚΝ κύκλου· καὶ ἐπ' αὐτῆς τμῆμα κύκλου ὀρθὸν ἐφέστηκε τὸ ΧΨ καὶ τὸ τούτῳ συνεχές, καὶ διῄρηται ἡ τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος περιφέρεια εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Χ, καὶ ἡ ΨΧ περιφέρεια ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ἡμίσεια τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Χ ἐπὶ τὸ Ψ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Χ σημείου πρὸς τὴν ΨΚΝ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν. ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Χ ἐπὶ τὸ Ψ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Χ ἐπὶ τὸ Κ· ὥστε ἡ ἀπὸ τοῦ Χ ἐπὶ τὸ Κ μείζων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Χ ἐπὶ τὸ Ψ. ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ Χ ἐπὶ τὸ Κ ἴση ἐστὶ

1 γεγράφθωσαν] γε- in ras. **E**. τῶν] -ῶν in ras. **A**. Η] mut. in Κ **A**. Κ] mut. in Η **A**. 2 οἱ] ὁ **C**. ΞΗΒ **E**. ΣΠ] -Π e corr. **C**. Fig. male delineata in **E**. 4 ΘΦ (alt.)] ΣΘΦ **C**. ἐστι] comp. **C**, ἐστιν **A**. μείζων] μεί- in ras. **A**. 5 ἡ (tert.)] supra scr. **A**. Η] Θ **C**. τὸ] in ras. **A**. 6 ἴση—εὐθείᾳ (7)] mg. **C**. ἐστὶν **A**, comp. **C**. 7 εὐθείᾳ] -ᾳ e corr. **F**. 8 δὴ] del. $\mathbf{A}^2$. 10 κύκλος] om. **E**. 11 τὸν] $\mathbf{DEA}^2$, τῶν **ABCF**. ΧΨΩ **AD**, corr. $\mathbf{A}^2$. 12 ΨΚΝ **AD**, corr. $\mathbf{A}^2$. ἐστιν **A**, comp. **C**. τὸν] τ`` ∞ **C**. ϛΧΨΩ] ΧΨΩ **ADE**, corr. $\mathbf{A}^2$. 13 ϛΧΨΩ] ΧΨΩ **AD**, corr. $\mathbf{A}^2$. ἐστιν **A**, comp. **C**. κύκλον] om. **E**. 14 ΧΨΩ **AD**, corr. $\mathbf{A}^2$. τοῦ] τῶν **F**. 17 ΧΨΩ **AD**, corr. $\mathbf{A}^2$. 18 ϛΧΨΩ—ΑΨΚΝ (alt.) (19)] om. **E**. ὥστε—ΑΨΚΝ (pr.) (19)] suspecta Nizzio. τῶν] bis **B**, alt. del. ΧΨΩ **AD**, corr. $\mathbf{A}^2$. 19 ἐστιν **A**. τὸν] corr. ex τὴν **D**. 20 ΧΨΩ **AD**, corr. $\mathbf{A}^2$. τομὴ κοινὴ **B**. τὸ μὴ **E**. εἰς ἄνισα] -ς ἄνισ- in ras. **E**. τέμν^ε **E**. 21 ἐστιν **A**. 22 ἐφέστηκεν **A**. ΨΧ **BCF**.

per puncta enim Η, Θ, Κ circuli paralleli describantur ΞΗΟ, ΠΘΡ, ΣΚΤ; itaque arcus ΣΠ maior est arcu ΠΞ propter propositionem praecedentem (prop. V). uerum ΣΠ arcui ϒΘ aequalis est, ΠΞ autem arcui ΘΦ (II 10); quare etiam ϒΘ arcu ΘΦ maior est. ponatur igitur ΘΧ arcui ΘΦ aequalis; uerum etiam ΗΘ arcui ΘΚ aequalis est; quare recta ab Η ad Φ ducta rectae a Χ ad Κ ductae aequalis est (prop. III).



describatur igitur per Χ circulis ab initio positis parallelus circulus ϛΧΨΩ.

et quoniam circulus maximus ΑΨΚΝ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ϛΧΨΩ per polos secat, in duas partes aequales eum secabit et ad angulos rectos (I 15); itaque circulus ΑΨΚΝ ad circulum ϛΧΨΩ perpendicularis est; quare etiam circulus ϛΧΨΩ ad circulum ΑΨΚΝ perpendicularis est. et quoniam duo plana parallela ΒΖΓ, ϛΧΨΩ plano aliquo ΑΨΚΝ secantur, communes eorum sectiones parallelae sunt (Eucl. XI 16); itaque communis sectio planorum ΑΨΚΝ, ΒΖΓ, quae est diametrus circuli ΑΨΚΝ a puncto Ν ducta (I 11), et communis sectio planorum ΑΨΚΝ, ϛΧΨΩ parallelae sunt; communis igitur sectio circulorum ΑΨΚΝ, ϛΧΨΩ diametro circuli ΑΨΚΝ parallela est. in circulum igitur ΑΨΚΝ recta aliqua perducta est, communis sectio planorum ΑΨΚΝ, ϛΧΨΩ, circulum in partes inaequales secans — nam diametro circuli ΑΨΚΝ parallela est —, et in ea segmentum circuli perpendiculare erectum est ΧΨ, et quod cum eo coniunctum est, et arcus segmenti erecti in partes inaequales in Χ diuisus est, et arcus ΨΧ minor est quam dimidius segmenti erecti; itaque recta a Χ ad Ψ ducta minor est omnibus rectis a puncto Χ ad arcum ΨΚΝ adcidentibus (prop. I). recta igitur a Χ ad Ψ ducta minor est recta a Χ ad Κ ducta; quare recta a Χ ad Κ ducta maior est recta a Χ ad Ψ ducta.

τούτῳ] e corr. $\mathbf{AA}^2$, τούτ^ω | **E**, τούτων **ABCDF**. 24 Χ] ᾱχ̄ **E**. ΧΨ **B**. 25 ἐπιζευγνυμένη—Ψ (27)] bis **D**. 26 πασῶν] supra scr. $\mathbf{B}^2$. σημείων **C**, sed corr. 29 ἐστὶν **A**. ἐστὶν **A**.

τῇ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Φ· καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἄρα ἐπὶ τὸ Φ μείζων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Χ ἐπὶ τὸ Ψ. καὶ ἐπεὶ ὁ ΧΨΩ κύκλος ἔγγιόν ἐστι τοῦ κέντρου ἤπερ ὁ ΞΗΟ, μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ΧΨΩ κύκλος τοῦ ΞΗΟ κύκλου. ἐπεὶ οὖν δύο κύκλοι ἄνισοί εἰσιν οἱ ΧΨΩ, ΞΗΟ, καί ἐστιν ἐλάσσων ὁ ΞΗΟ, καὶ ἐν αὐτοῖς διηγμέναι εἰσὶν εὐθεῖαι, ἐν μὲν τῷ ΞΗΟ ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Φ, ἐν δὲ τῷ ΧΨΩ ἡ ἀπὸ τοῦ Χ ἐπὶ τὸ Ψ, καί ἐστιν ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Φ μείζων τῆς ἀπὸ τοῦ Χ ἐπὶ τὸ Ψ, ἡ ΗΦ ἄρα περιφέρεια τῆς ΧΨ περιφερείας μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία. ἀλλ' ἡ μὲν ΗΦ τῇ ΛΜ ἐστιν ὁμοία, ἡ δὲ ΧΨ τῇ ΜΝ ἐστιν ὁμοία· καὶ ἡ ΜΛ ἄρα περιφέρεια τῆς ΜΝ περιφερείας μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία. καί εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου· μείζων ἄρα ἡ ΛΜ περιφέρεια τῆς ΜΝ περιφερείας.

ζ'.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐφάπτηται, ἄλλος δέ τις μέγιστος κύκλος λοξὸς ὢν πρὸς τοὺς παραλλήλους μειζόνων ἐφάπτηται, ἢ ὧν ὁ ἐξ ἀρχῆς ἐφήπτετο, ἔτι δὲ αἱ ἁφαὶ ὦσιν ἐπὶ τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσιν ἑξῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων, διὰ δὲ τῶν γενομένων σημείων παράλληλοι κύκλοι γραφῶσιν, ἀνίσους ἀπολήψονται περιφερείας τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου τὰς μεταξὺ αὐτῶν καὶ μείζονα ἀεὶ τὴν ἔγγιον τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τῆς πορρώτερον.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓ κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τοῦ ΑΔ ἐφαπτέσθω κατὰ τὸ Α σημεῖον, ἄλλος δέ τις μέγιστος κύκλος ὁ ΕΖΗ λοξὸς ὢν πρὸς τοὺς παραλλήλους μειζόνων ἐφαπτέσθω, ἢ ὧν ὁ ΑΒΓ κύκλος ἐφάπτεται, ἔτι δὲ αἱ ἁφαὶ ἔστωσαν ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου κατὰ τὰ Ε, Η σημεῖα, μέγιστος δὲ τῶν παραλλήλων ἔστω ὁ ΒΖΓ, ἀπὸ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου τοῦ ΕΖΗ ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν αἱ ΛΚ, ΚΘ ἑξῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τοῦ ΒΖΓ, διὰ δὲ τῶν Θ, Κ, Λ σημείων παράλληλοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΜΘΝ, ΞΚΟ, ΠΛΡ. λέγω, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΠΞ περιφέρεια τῆς ΞΜ περιφερείας.

γεγράφθω γὰρ διὰ τοῦ Κ σημείου τοῦ ΑΔ κύκλου ἐφαπτόμενος μέγιστος ὁ ΔΚΣ, ὥστε ἀσύμπτωτον εἶναι τὸ ἀπὸ τοῦ Α ἡμικύκλιον ὡς

2 ΧΨΩ] ςχψω E. ἔγγειόν A, corr. A². 3 ὁ ΧΨΩ] οςχψω E, χ e corr. ΞΗΟ (alt.)] ΞΝΟ E. 4 εἰσι F. ςχψω E. 5 ΞΗΟ (alt.)] ΞΗΘ C. 6 ςχψω E. 7 ἡ (alt.)] corr. ex Η A. 8 τῆς ΧΨ περιφερείας] om. E. τῆς] seq. ras. 1—2 litt. C. ΧΨ] corr. ex ΤΨ D. ο⊃ mg. D. ὁμοία] ὁμοία τῆς ΧΨ περιφερείας E. 9 ΗΦ] ΝΦ D. ΛΜ] -Μ e corr. C. καί] om. E. 10 ΜΝ] ΚΝ C. 11 εἰσιν A. 13 ζ'] mg. ext. B² (euan.).

recta autem a Χ ad Κ ducta aequalis est rectae ab Η ad Φ ductae; quare etiam recta ab Η ad Φ ducta maior est recta a Χ ad Ψ ducta. et quoniam circulus ΧΨΩ centro propior est quam ΞΗΟ, circulus ΧΨΩ maior est circulo ΞΗΟ (I 6). quoniam igitur duo circuli inaequales sunt ΧΨΩ, ΞΗΟ, et minor est ΞΗΟ, et in eos perductae sunt rectae, in ΞΗΟ recta ab Η ad Φ, in ΧΨΩ autem recta a Χ ad Ψ, et recta ab Η ad Φ ducta maior est recta a Χ ad Ψ ducta, arcus ΗΦ arcu ΧΨ maior est quam similis (u. schol.). uerum ΗΦ arcui ΛΜ similis est, ΧΨ autem arcui ΜΝ similis (II 10); quare etiam arcus ΜΛ arcu ΜΝ maior est quam similis. et eiusdem circuli sunt; ergo arcus ΛΜ arcu ΜΝ maior est.

VII.

Si in sphaera circulus maximus circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, contingit, alius autem aliquis circulus maximus ad parallelos obliquus maiores contingit, quam quos circulus ab initio positus contingebat, praeterea autem puncta contactus in circulo maximo ab initio posito sunt, ab obliquo autem circulo arcus aequales deinceps abscinduntur ad easdem partes maximi parallelorum, per puncta autem ita orta circuli paralleli describuntur, a circulo maximo ab initio posito arcus inaequales abscindent inter eos positos et proximum quemque maximo parallelorum maiorem remotiore.

in sphaera enim circulus maximus ΑΒΓ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΑΔ contingat in puncto Α, alius autem aliquis circulus maximus ΕΖΗ ad parallelos obliquus maiores contingat, quam quos circulus ΑΒΓ contingit, praeterea autem puncta contactus in circulo ΑΒΓ positi sint ad puncta Ε, Η, maximus autem parallelorum sit ΒΖΓ, ab obliquo autem circulo ΕΖΗ aequales arcus deinceps abscindantur ΛΚ, ΚΘ ad easdem partes maximi parallelorum ΒΖΓ, per puncta autem Θ, Κ, Λ circuli paralleli describantur ΜΘΝ, ΞΚΟ, ΠΛΡ. dico, arcum ΠΞ maiorem esse arcu ΞΜ.

per punctum Κ enim circulum ΑΔ contingens describatur circulus maximus ΔΚΣ ita, ut semicirculus ab Α descriptus ad

14 κύκλου] -ου in ras. B. τινὰ B, sed corr. 16 ὧν] e corr. A. ἐφήπτετο] -ήπτετο in ras. A, corr. ex ἐφάπτετο B. ἔτι] ἔτ- in ras. A. αἱ] in ras. A. 21 ἔγγειον A, corr. A². 22 πορρώτερον] pr. ο e corr. D, πορρωτέρω E. 25 πρὸς] παρὰ C. παραλήλους C. 29 ΚΘ] corr. ex ΚΞ? D. 31 ΞΚΟ] Ξ- in ras. E. ἐστὶ B, sed corr. 34 μέγιστος] ABCDF, κύκλος μέγιστος E, μέγιστος κύκλος A².

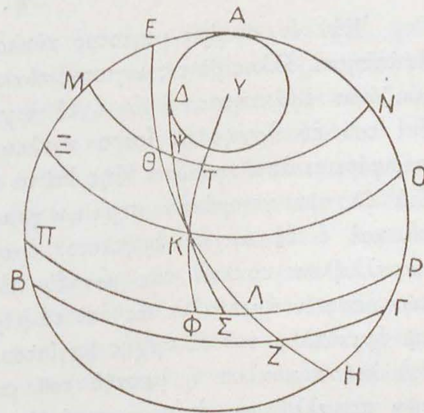
ἐπὶ τὰ Α, Β μέρη τῷ ἀπὸ τοῦ Δ ἡμικυκλίῳ ὡς ἐπὶ τὰ Σ μέρη, καὶ εἰλήφθω ὁ πόλος τῶν παραλλήλων καὶ ἔστω τὸ Υ σημεῖον, καὶ διὰ τῶν Υ, Κ σημείων μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ΥΚΦ.

ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΥΚΦ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΠΛΡ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· ὁ ΥΚΦ ἄρα κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΠΛΡ κύκλον. κύκλου δή τινος τοῦ ΠΛΡ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ἀπὸ τοῦ Φ κύκλου τμῆμα ὀρθὸν ἐφέσταται τὸ ΦΚΥ καὶ τὸ τούτῳ συνεχές, καὶ διῄρηται ἡ τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος περιφέρεια εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Κ σημεῖον, καί ἐστιν ἐλάσσων ἢ ἡμίσεια ἡ ΦΚ· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὸ Φ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐλαχίστη ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Κ σημείου πρὸς τὴν ΠΛΡ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, αἰεὶ δ' ἡ ἔγγιον αὐτῆς τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάσσων. ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὸ Σ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὸ Λ ἐπιζευγνυμένης εὐθείας· ὥστε ἡ ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὸ Λ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα μείζων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὸ Σ ἐπιζευγνυμένης εὐθείας. καί εἰσιν ἴσοι οἱ ΔΚΣ, ΕΛΗ κύκλοι· μέγιστοι γάρ εἰσιν· μείζων ἄρα ἡ ΚΛ περιφέρεια τῆς ΚΣ περιφερείας. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΘΚ περιφέρεια μείζων ἐστὶ τῆς ΚΨ περιφερείας. καί ἐστιν ἴση ἡ ΘΚ τῇ ΚΛ· μία ἄρα τῶν ΘΚ, ΚΛ ἑκατέρας τῶν ΨΚ, ΚΣ μείζων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ὁ ΒΖΓ κύκλος τῷ ΜΘΝ κύκλῳ, ὁ δὲ ΒΖΓ κύκλος συμπίπτει τῇ τῶν ΘΚΛ, ΨΚΣ κοινῇ τομῇ ἐντὸς τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ὡς κατὰ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, καὶ ὁ ΜΘΝ ἄρα κύκλος ἐκβαλλόμενος συμπίπτει τῇ τῶν ΘΚΛ, ΨΚΣ κοινῇ τομῇ ἐκτὸς τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ὡς κατὰ τὸ Κ σημεῖον. ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ μέγιστοι κύκλοι οἱ ΘΚΛ, ΨΚΣ τέμνουσιν ἀλλήλους κατὰ τὸ Κ σημεῖον, ἀπὸ δὲ ἑνὸς αὐτῶν τοῦ ΘΚΛ ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλημμέναι εἰσὶν αἱ ΘΚ, ΚΛ ἑξῆς ἐφ' ἑκάτερα τοῦ σημείου, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους, καὶ διὰ τῶν Θ, Λ σημείων παράλληλα ἐπίπεδα ἐκβέβληται τὰ ΠΛΡ, ΜΘΝ, ὧν τὸ

1 Α, Β] Β Nizze. Δ] Λ **B**. 2 Υ] $\bar{ϙ}$ **AD**, $\bar{υ}$ A^2. 3 τῶν] corr. ex τὸ **A**. Υ] mut. in $\bar{υ}$ **A**, ut saepius; $\bar{υ}$ **D**, $\bar{υ}$ **F**. 5 πόλων] -λων in ras. **A**. τέμνει] in ras. **A**. 6 ΥΚΦ] ΥΦ **AD**, corr. A^2. ἐστιν **A**, comp. **C**. ΠΛΡ] corr. ex ΠΑΡ **A**. 7 ΠΛΡ] corr. ex ΠΑΡ **A**. 8 ἐφέσταται] **E**, ἐφίσταται **ABCDF**. 10 Κ] in ras. **A**. ἐπὶ τὸ Φ] om. **E**. 11 ἐστὶν **A**. ΠΛΡ] corr. ex ΠΑΡ **A**. 12 δ'] **ACDEF**, δὲ BA^2. ἔγγειον **A**, corr. A^2. αὐτοῦ **E**. ἀπώτερόν] ἀπώ- e corr. **B**, πορρω^τρ' **E**. 14 ἐστὶν **A**, comp. **C**. 15 τὸ Λ — εὐθείας (16)] del. A^2. 16 ΔΚΣ] ΔΣ **AD**, corr. A^2. 17 μέγιστοι κύκλοι **E**. εἰσιν] **A**, εἰσι **BCDEF**. τῆς] τῇ **C**. In fig. arcus in arcu ΞΟ non concurrunt in **EF**; Ψ] om. **D**, Τ] Ψ eras. **A**; Γ] corr. ex Β C^2, Ζ] euan. **C**; Φ et Ρ add. C^2. 18 ΚΘ **E**. 19 ΘΚ] ΚΘ **BE**. τῶν] e corr. **F**. 20 ἐστίν] **A**, comp. **C**, ἐστί **BDEF**. 21 ΒΖΓ (utrumque)] ΠΦΣΛΡ Hunt. $\overline{μθ}^ν$ **D**. ΒΖΓ (alt.)] $\overline{βζ}^γ$ **D**. 23 ἐκβαλόμενος **C**. 24 τῆς σφαίρας] om. **C**. 27 ΘΚ] ΘΝ **BC**. 29 παράλληλοι **E**, sed corr. in scrib.

partes Α, Β uersus cum semicirculo a Δ descripto ad partes Σ uersus non concurrat (II 13), et sumatur polus parallelorum (I 21; II 1) et sit punctum Υ, et per puncta Υ, Κ circulus maximus describatur ΥΚΦ (I 20).

quoniam igitur in sphaera circulus maximus ΥΚΦ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΠΛΡ per polos secat, in duas partes aequales eum secabit et ad rectos angulos (I 15); itaque circulus ΥΚΦ ad circulum ΠΛΡ perpendicularis est. in circulo igitur aliquo ΠΛΡ in diametro a Φ ducta segmentum circuli perpendiculare erectum est ΦΚΥ, et quod cum eo coniunctum est, et arcus segmenti erecti in puncto Κ in partes inaequales diuisus est, et ΦΚ minor est quam dimidius; itaque recta a Κ ad Φ ducta minima est omnium rectarum a puncto Κ ad arcum ΠΛΡ adcidentium (prop. I), proxima autem quaeque ei remotiore minor (p. 114, 11 sqq.). recta igitur a Κ ad Σ ducta minor est recta a Κ ad Λ ducta; quare recta a Κ ad Λ ducta maior est recta a Κ ad Σ ducta. et circuli ΔΚΣ, ΕΛΗ aequales sunt; maximi enim sunt; itaque arcus ΚΛ maior est arcu ΚΣ. similiter igitur demonstrabimus, etiam arcum ΘΚ maiorem esse arcu ΚΨ. et ΘΚ arcui ΚΛ aequalis est; itaque unus arcuum ΘΚ, ΚΛ utroque ΨΚ, ΚΣ maior est. et quoniam circulus ΒΖΓ circulo ΜΘΝ parallelus est, circulus autem ΒΖΓ cum communi sectione circulorum ΘΚΛ, ΨΚΣ intra superficiem sphaerae concurrit ad centrum sphaerae uersus, etiam circulus ΜΘΝ productus cum communi sectione circulorum ΘΚΛ, ΨΚΣ extra superficiem sphaerae concurrit ad punctum Κ uersus (u. p. 132, 2 sqq.). quoniam igitur in sphaera circuli maximi ΘΚΛ, ΨΚΣ inter se secant in puncto Κ, ab uno autem eorum ΘΚΛ aequales arcus ΘΚ, ΚΛ deinceps abscisi sunt in utramque partem puncti, in quo inter se secant, et per puncta Θ, Λ plana parallela ducta sunt ΠΛΡ, ΜΘΝ, quorum ΜΘΝ cum communi sec-



ΜΘΝ συμπίπτον τῇ τῶν ΘΚΛ, ΨΚΣ κύκλων κοινῇ τομῇ ἐκτὸς τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ὡς κατὰ τὸ Κ σημεῖον, μία δὲ τῶν ΘΚ, ΚΛ περιφερειῶν μείζων ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ΣΚ, ΚΨ, μείζων ἄρα καὶ ἡ ΣΚ τῆς ΚΨ. ἀλλ' ἡ μὲν ΣΚ τῇ ΠΞ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΚΨ τῇ ΜΞ· καὶ ἡ ΠΞ ἄρα τῆς ΞΜ ἐστι μείζων.

η'.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐφάπτηται, ἄλλος δέ τις μέγιστος κύκλος λοξὸς ὢν πρὸς τοὺς παραλλήλους μειζόνων ἐφάπτηται, ἢ ὧν ὁ ἐξ ἀρχῆς ἐφήπτετο, ἔτι δὲ αἱ ἁφαὶ ὦσιν ἐπὶ τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσιν ἑξῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων, διὰ δὲ τῶν γενομένων σημείων γραφῶσι μέγιστοι κύκλοι ἐφαπτόμενοι, οὗ καὶ ὁ ἐξ ἀρχῆς ἐφήπτετο, ὁμοίας ἀφαιροῦντες περιφερείας τῶν παραλλήλων κύκλων τὰς μεταξὺ αὐτῶν ἀσύμπτωτα ποιοῦντες τὰ ἀπὸ τῶν ἐπαφῶν ἡμικύκλια ὡς ἐπὶ τὰ μέρη τῶν σημείων, δι' ὧν ἐγράφησαν, τῷ ἡμικυκλίῳ τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου τῷ, ἐφ' οὗ ἂν ᾖ ἡ συναφὴ τοῦ λοξοῦ κύκλου ἡ μεταξὺ τοῦ τε φανεροῦ πόλου καὶ τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων, ἀνίσους ἀπολήψονται περιφερείας τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τὰς μεταξὺ αὐτῶν καὶ μείζονα ἀεὶ τὴν ἔγγιον τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου τῆς πορρώτερον.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓ κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τοῦ ΑΔ ἐφαπτέσθω κατὰ τὸ Α σημεῖον, ἄλλος δέ τις μέγιστος κύκλος ὁ ΕΖΓ λοξὸς ὢν πρὸς τοὺς παραλλήλους μειζόνων ἐφαπτέσθω, ἢ ὧν ὁ ΑΒΓ κύκλος ἐφάπτεται, ἔτι δὲ αἱ ἁφαὶ ἔστωσαν ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου κατὰ τὰ Ε, Γ σημεῖα, μέγιστος δὲ τῶν παραλλήλων ἔστω ὁ ΒΖ, ἀπὸ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου τοῦ ΕΖΓ ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν αἱ ΗΘ, ΘΚ ἑξῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τοῦ ΒΖ, καὶ διὰ τῶν Η, Θ, Κ σημείων μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΔΗΛ, ΜΘΝ, ΞΚΟ ἐφαπτόμενοι τοῦ ΑΔ κύκλου κατὰ τὰ Δ, Μ, Ξ σημεῖα ὁμοίας ἀφαιροῦντες περιφερείας τῶν παραλλήλων κύκλων τὰς μεταξὺ αὐτῶν. λέγω, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΛΝ περιφέρεια τῆς ΝΟ περιφερείας.

γεγράφθωσαν γὰρ διὰ τῶν Η, Θ, Κ σημείων παράλληλοι κύκλοι οἱ ΠΗΡ, ΣΘ, ΤΥΚ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΣΤ περιφέρεια τῆς ΣΠ περι-

tione planorum ΘΚΛ, ΨΚΣ extra superficiem sphaerae concurrit ad punctum K uersus, unus autem arcuum ΘΚ, ΚΛ utroque ΣΚ, ΚΨ maior est, etiam ΣΚ arcu ΚΨ maior est (prop. IV). uerum ΣΚ arcui ΠΞ aequalis est, ΚΨ autem arcui ΜΞ (II 13); ergo etiam ΠΞ arcu ΞΜ maior est.

VIII.

Si in sphaera circulus maximus circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, contingit, alius autem aliquis circulus maximus ad parallelos obliquus maiores contingit, quam quos circulus ab initio positus contingebat, praeterea autem puncta contactus in circulo maximo ab initio posito sunt, ab obliquo autem circulo arcus aequales deinceps abscinduntur in easdem partes maximi parallelorum, per puncta autem ita orta circuli maximi describuntur contingentes, quem etiam circulus ab initio positus contingebat, a circulis parallelis arcus inter eos positos similes abscindentes, ita ut semicirculos a punctis contactus ad partes eorum punctorum uersus, per quae descripti sunt, non concurrentes efficiant cum eo semicirculo circuli maximi ab initio positi, in quo est contactus circuli obliqui inter polum adparentem maximumque parallelorum positus, a maximo parallelorum inaequales arcus abscindent inter eos positos et proximum quemque circulo maximo ab initio posito remotiore maiorem.

in sphaera enim circulus maximus ΑΒΓ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΑΔ in puncto Α contingat, alius autem aliquis circulus maximus ΕΖΓ ad parallelos obliquus maiores contingat, quam quos circulus ΑΒΓ contingit, praeterea autem puncta contactus in circulo ΑΒΓ positi sint ad puncta Ε, Γ, maximus autem parallelorum sit ΒΖ, ab obliquo autem circulo ΕΖΓ aequales arcus deinceps abscindantur ΗΘ, ΘΚ ad easdem partes uersus maximi parallelorum ΒΖ, et per puncta Η, Θ, Κ circuli maximi describantur ΔΗΛ, ΜΘΝ, ΞΚΟ circulum ΑΔ in punctis Δ, Μ, Ξ contingentes a circulis parallelis arcus inter eos positos similes abscindentes (II 13). dico, arcum ΛΝ maiorem esse arcu ΝΟ.

describantur enim per puncta Η, Θ, Κ circuli paralleli ΠΗΡ, ΣΘ, ΤΥΚ; arcus ΣΤ igitur maior est arcu ΣΠ (prop. VII).

2 ΚΛ] Ε, Λ **ABCDF**. 3 ἄρα] om. **B** ‖. 4 ΣΚ (pr.)] ΚΣ **D**. ΠΞ ÷ **E**. ΜΞ] corr. ex ΜΖ **B**. 5 ἐστιν **AB**. 6 η'] mg. ext. **B**². 9 ὦσιν] ὦ- e corr. **D**. 11 ἀποληφθῶσι **B**. τοῦ] in ras. **B**. μεγίστου] με- in ras. **B**. 12 γραφῶσιν **B**. 13 ἐφήπτετο] -ήπτετο in ras. **B**. 14 ·/· π |λλήλων **E**. ἀσύμπτωτα—τῶν παραλλήλων (18)] mg. **A** (·/·). τὰ] -ὰ supra scr. **A**. 15 ἡμικυκλ **C**; ἡμικύκλῖ **A**, sed corr. τὰ] corr. ex τ͂ **A**². δι' ὧν] corr. ex δῖ **A**². ἐγράφησαν] corr. ex ἐγράφη **A**².

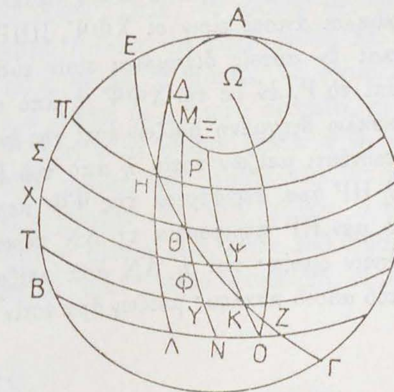
16 τ͂ ἡμικυκλῖ **A**, corr. **A**²; similiter saepius; τοῦ ἡμικυ **D**. τοῦ] post ras. **E**. κύκλου] corr. ex κύκλι **A**². τῷ (alt.)] τοῦ **D**. 19 ἔγγειον **A**. 20 πορρωτέρω **E**. 25 κατὰ] **BCFA**², om. **ADE**. 29 ΞΚΘ **C**, Ξ- e corr. in scrib. 30 περιφερείας] post ras. **E**. 32 Η] postea ins. **D**. 33 ΠΗΡ] ΠΝΡ **DF**, corr. **F**. ΣΠ] ΠΣ **BCF**.

φερείας. ἀλλ' ἡ μὲν ΣΤ ἴση ἐστὶ τῇ ΘΥ, ἡ δὲ ΣΠ ἴση ἐστὶ τῇ ΘΡ· καὶ ἡ ΥΘ ἄρα τῆς ΘΡ μείζων ἐστίν. κείσθω οὖν τῇ ΘΡ ἴση ἡ ΘΦ· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΗΘ τῇ ΘΚ ἴση· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Ρ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Κ ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ. γεγράφθω δὴ διὰ τοῦ Φ ὁποτέρῳ τῶν ΠΗΡ, ΣΘ, ΤΥΚ, ΒΖ παράλληλος κύκλος ὁ ΧΦΨ, καὶ εἰλήφθω ὁ πόλος τῶν παραλλήλων κύκλων τὸ Ω σημεῖον, καὶ διὰ τῶν Ω, Ο σημείων μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ΩΟ.

καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΩΟ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΒΖ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· ὁ ΩΟ ἄρα κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ΒΖ κύκλον· ὁ ΞΚΟ ἄρα πρὸς τὸν ΖΒ κέκλιται ὡς ἐπὶ τὰ Α, Ε, Β μέρη· καὶ ὁ ΒΖ ἄρα πρὸς τὸν ΞΚΟ κέκλιται ὡς ἐπὶ τὰ Α, Ε, Β μέρη. παράλληλος δὲ ὁ ΒΖ τῷ ΧΦΨ· καὶ ὁ ΧΦΨ ἄρα πρὸς τὸν ΞΚΟ κέκλιται ὡς ἐπὶ τὰ Ξ μέρη. καὶ ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα τὰ ΒΖ, ΧΦΨ ὑπό τινος ἐπιπέδου τοῦ λοξοῦ τέμνεται τοῦ ΞΚΟ, αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ ἄρα παράλληλοί εἰσιν· ἡ ἄρα κοινὴ τομὴ τῶν ΞΚΟ, ΧΦΨ παράλληλός ἐστι τῇ τῶν ΞΚΟ, ΒΖ κοινῇ τομῇ. ἡ δὲ κοινὴ τομὴ τῶν ΞΚΟ, ΒΖ ἐστιν ἡ ἀπὸ τοῦ Ο σημείου διάμετρος τοῦ ΞΚΟ κύκλου· ἡ ἄρα κοινὴ τομὴ τῶν ΞΚΟ, ΧΦΨ, ἥτις ἐστὶν ἀπὸ τοῦ Ψ σημείου διηγμένη, παράλληλός ἐστι τῇ ἀπὸ τοῦ Ο διαμέτρῳ τοῦ ΞΚΟ κύκλου. εἰς δὴ κύκλον τὸν ΞΚΟ διῆκταί τις εὐθεῖα ἡ τῶν ΞΚΟ, ΧΦΨ κοινὴ τομὴ εἰς ἄνισα τέμνουσα τὸν κύκλον· παράλληλος γάρ ἐστι τῇ διαμέτρῳ τοῦ ΞΚΟ κύκλου· καὶ ἐπ' αὐτῆς τμῆμα κύκλου ἐφέστηκε τὸ ΧΨ καὶ τὸ τούτῳ συνεχὲς κεκλιμένον πρὸς τὸ μὴ μεῖζον ἡμικυκλίου, καὶ διήρηται ἡ τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος περιφέρεια εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Φ σημεῖον, καὶ ἡ ΦΨ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ἡμίσεια τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Ψ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Φ σημείου πρὸς τὴν μὴ ἐλάσσονα ἡμικυκλίου περιφέρειαν προσπιπτουσῶν

1 ἐστὶν **A**, comp. **C**. ΘΥ] ΘΗ **B**. ἐστὶ] ἐστὶν **A**, comp. **C**. 2 ἐστίν] **E**, ἐστί **ABCDF**. 3 ἔστιν **A**. ἡ (alt.)] supra scr. **A**^{2}. τοῦ Η] in ras. **E**. 4 ἐστὶν **A**, comp. **C**. 5 ΒΖ] Β- corr. ex Γ in scrib. **A**. In fig. recta a B ad arcum ΤΥ add. in **F**; Π, Σ, Χ, Τ euan. in **D**; Λ om. **BC**, N] mut. in Λ **B**; Υ om. **E**, arcum ΖΓ om. **E**, litt. Ζ, Γ in puncto sectionis arcus ΒΟ circulique ΑΒΓ coll. **E**. 6 ΧΨΦ **B**. 7 Ο] in ras. **A**^{2}. 8 τῶν] τὸν **B**. 9 τὸν] τῶν **F**. καὶ | καὶ **D**. 10 ἐστιν **A**, comp. **C**. ΞΚΟ] **D**; Ξ- e corr. **AE**, corr. ex Ζ **BCF**. 11 ΖΒ] in ras. **D**, mut. in ΒΖ **A**^{2}. κέκλειται **A**, corr. **A**^{2}. Β] postea ins. **F**. 12 τὸν ΞΚΟ] τὸ $\overline{\nu\xi}$ $\overline{\kappa o}$ **E**, corr. ex τὸν ΖΚΟ **BF**. κέκλειται **A**, corr. **A**^{2}. 13 ΧΨΦ (utr.) **B**. τὸν ΞΚΟ] τὸ $\overline{\nu\xi}$ $\overline{\kappa o}$ **E**, ΞΚΟ **F**. κέκλειται **A**, corr. **A**^{2}. 14 ΧΨΦ **B**. 15 τέ$^{\tau}$μηται **E**. τομαὶ αὐτῶν **E**. 16 ΧΨΦ **B**. 17 ἐστιν **A**. ΞΚΟ (alt.)] corr. ex ΞΚΘ **C**^{2}. 18 ΞΚΟ] ΞΗΘ **C**. 19 ΧΦΨ **B**. Ante ἀπὸ ins. ἡ **A**^{2}. 20 ἐστιν **A**, comp. **C**. 21 τις] supra scr. | **F**. ΧΨΦ **B**, ΧΦΨ κύκλων **E**. 22 τέμνουσι **E**. ἐστιν **A**, comp. **C**. 23 ἐφέστηκεν **AB**. τὸ (alt.)] in ras. **E**.

uerum ΣΤ arcui ΘΥ aequalis est, ΣΠ autem arcui ΘΡ aequalis (II 13); quare etiam ΥΘ arcu ΘΡ maior est. ponatur igitur ΘΦ arcui ΘΡ aequalis; uerum etiam ΗΘ arcui ΘΚ aequalis est; quare etiam recta ab Η ad Ρ ducta rectae a Φ ad Κ ductae aequalis est (prop. III). describatur igitur per Φ singulis circulis ΠΗΡ, ΣΘ, ΤΥΚ, ΒΖ parallelus circulus ΧΦΨ, et sumatur polus circulorum parallelorum punctum Ω (I 21; II 1), et per puncta Ω, Ο circulus maximus describatur ΩΟ (I 20).



et quoniam in sphaera circulus maximus ΩΟ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, ΒΖ per polos secat, in duas partes aequales eum secabit et ad rectos angulos (I 15); circulus igitur ΩΟ ad circulum ΒΖ perpendicularis est; itaque ΞΚΟ ad circulum ΖΒ inclinatus est ad partes Α, Ε, Β uersus; quare etiam ΒΖ ad ΞΚΟ inclinatus est ad partes Α, Ε, Β uersus. parallelus autem ΒΖ circulo ΧΦΨ; quare etiam ΧΦΨ ad circulum ΞΚΟ inclinatus est ad partes Ξ uersus. et quoniam duo plana parallela ΒΖ, ΧΦΨ plano aliquo, obliquo scilicet, ΞΚΟ secantur, communes eorum sectiones parallelae sunt (Eucl. XI 16); sectio igitur communis circulorum ΞΚΟ, ΧΦΨ parallela est communi sectioni circulorum ΞΚΟ, ΒΖ. communis autem sectio circulorum ΞΚΟ, ΒΖ diametrus est circuli ΞΚΟ a puncto Ο ducta (I 11); itaque communis sectio circulorum ΞΚΟ, ΧΦΨ, quae recta est a puncto Ψ perducta, diametro circuli ΞΚΟ a puncto Ο ductae parallela est. in circulum igitur ΞΚΟ recta aliqua perducta est, communis sectio circulorum ΞΚΟ, ΧΦΨ, circulum in partes inaequales secans — nam diametro circuli ΞΚΟ parallela est —, et in ea segmentum circuli erectum est ΧΨ, et quod cum eo coniunctum est, ad segmentum non maius semicirculo inclinatum, et arcus segmenti erecti in puncto Φ in partes inaequales diuisus est, et arcus ΦΨ minor est quam dimidius segmenti;[1]) itaque recta a Φ ad Ψ ducta minor est omnibus rectis a puncto Φ ad arcum non minorem semicirculo adcidentibus (prop. II); itaque recta a

24 κεκλειμένον **A**, corr. **A**^{2}. τὸ] **A**^{2}, το **E**, τὸν **ABCDF**. διαιρεῖται **E**. 26 ἐστὶν] om. **D**. ἢ] supra scr. **A**. 28 σημείων **E**. ἐλάσσωνα **A**, sed corr.

1) Hoc demonstrandum erat (ex II 5 et 9).

εὐθειῶν· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Ψ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Κ. ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Κ ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Ρ· ὥστε ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Ρ μείζων ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Ψ. καὶ ἐπεὶ ὁ ΨΦΧ κύκλος ἔγγιόν ἐστι τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἤπερ ὁ ΠΗΡ, μείζων ἄρα ὁ ΧΦΨ κύκλος τοῦ ΠΗΡ κύκλου. ἐπεὶ οὖν δύο κύκλοι ἄνισοί εἰσιν οἱ ΧΦΨ, ΠΗΡ, καὶ ἐλάσσων ἐστὶν ὁ ΠΗΡ κύκλος, καὶ ἐν αὐτοῖς διηγμέναι εἰσὶν εὐθεῖαι, ἐν μὲν τῷ ΠΗΡ ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Ρ, ἐν δὲ τῷ ΧΦΨ ἡ ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Ψ, καὶ ἡ ἐν τῷ ἐλάσσονι κύκλῳ διηγμένη μείζων ἐστὶ τῆς ἐν τῷ μείζονι κύκλῳ διηγμένης εὐθείας, τουτέστι μείζων ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Ρ τῆς ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Ψ, ἡ ΗΡ ἄρα περιφέρεια τῆς ΨΦ περιφερείας μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία. ἀλλ' ἡ μὲν ΗΡ περιφέρεια τῇ ΛΝ περιφερείᾳ ἐστὶν ὁμοία, ἡ δὲ ΦΨ τῇ ΝΟ ἐστιν ὁμοία· καὶ ἡ ΛΝ ἄρα μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία τῆς ΝΟ. καί εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΝ περιφέρεια τῆς ΝΟ περιφερείας.

θ'.

Ἐὰν ἐπὶ μεγίστου κύκλου περιφερείας ὁ πόλος ᾖ τῶν παραλλήλων, καὶ τοῦτον τέμνωσι δύο μέγιστοι κύκλοι πρὸς ὀρθάς, ὧν ὁ μὲν εἷς τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ἕτερος λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, ἀπὸ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσι μὴ οὖσαι ἑξῆς, ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ μέρη τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων κύκλου, διὰ δὲ τῶν γενομένων σημείων καὶ τοῦ πόλου μέγιστοι κύκλοι γραφῶσιν, ἀνίσους ἀπολήψονται περιφερείας τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τὰς μεταξὺ αὐτῶν καὶ μείζονα αἰεὶ τὴν ἔγγιον τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου τῆς πορρώτερον.

ἐπὶ γὰρ μεγίστου κύκλου περιφερείας τοῦ ΑΒΓ ὁ πόλος ἔστω τῶν παραλλήλων τὸ Α σημεῖον, καὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον δύο μέγιστοι κύκλοι τεμνέτωσαν οἱ ΔΕΓ, ΒΕ πρὸς ὀρθάς, ὧν ὁ μὲν ΒΕ τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ΔΕΓ λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, ἀπὸ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου τοῦ ΔΕΓ ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν μὴ οὖσαι ἑξῆς, ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ μέρη τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τοῦ ΒΕ αἱ ΖΗ, ΘΚ, καὶ διὰ τῶν Ζ, Η, Θ, Κ σημείων καὶ τοῦ Α πόλου μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΑΖΛ, ΑΗΜ, ΑΘΝ, ΑΚΞ. λέγω, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΛΜ περιφέρεια τῆς ΝΞ περιφερείας.

ἡ γὰρ ΗΘ ταῖς ΖΗ, ΘΚ ἤτοι σύμμετρός ἐστιν ἢ οὔ.

1 ἐλάττων C. ἐστὶν A, comp. C. τοῦ (alt.)] -οῦ in ras. E. 2 ἐστὶν A, comp. C. H] postea ins. A. 3 ἐστὶν A, comp. C. 4 ἔγγειόν A, corr. A². 5 ΠΗΡ (pr.)] -H- e corr. B. Post ἄρα add. ἐστὶν (comp.) A². ὁ] seq. ras. 1 litt. | E. 6 ΧΨΦ B. ἔλασσόν ἐστι F. 8 ΧΨΦ B. ἐλάσσωνι A, sed corr. 9 ante μείζων ins. ἄρα A². ἐστὶν A, comp. C. 10 τουτέστιν A, comp. C. 12 ΛΝ] ΛΗ C. 13 ΛΝ] -N in ras. A. ΝΟ] E, -O e corr. AF, ΝΘ BCDF. εἰσιν A. 15 θ'] mg. ext. B². 17 τέμνωσιν A, τέμν^ω E. εἷς] corr. ex εἶ A². 19 ἀποληφθῶσιν A.

Φ ad Ψ ducta minor est recta a Φ ad K ducta. recta autem a Φ ad K ducta aequalis est rectae ab H ad P ductae (prop. III); quare recta ab H ad P ducta maior est recta a Φ ad Ψ ducta. et quoniam circulus ΨΦΧ centro sphaerae propior est quam ΠΗΡ, circulus ΧΦΨ maior est circulo ΠΗΡ (I 6). quoniam igitur duo circuli inaequales sunt ΧΦΨ, ΠΗΡ, et minor est circulus ΠΗΡ, et in iis perductae sunt rectae, in ΠΗΡ recta ab H ad P ducta, in ΧΦΨ autem recta a Φ ad Ψ ducta, et recta in circulo minore perducta maior est recta in maiore circulo perducta, hoc est recta ab H ad P perducta maior recta a Φ ad Ψ perducta, arcus HP arcu ΨΦ maior est quam similis (u. p. 137). uerum arcus HP arcui ΛΝ similis est, ΦΨ autem arcui ΝΟ similis (Eucl. III def. 11); quare etiam ΛΝ arcu ΝΟ maior est quam similis. et eiusdem circuli sunt; ergo arcus ΛΝ maior est arcu ΝΟ.

IX.

Si polus parallelorum in ambitu circuli maximi positus est, et hunc ad rectos angulos secant duo circuli maximi, quorum alter unus ex parallelis est, alter autem ad parallelos obliquus, ab obliquo autem circulo aequales arcus abscinduntur non deinceps positi, ad easdem autem partes circuli maximi parallelorum, per puncta autem ita orta polumque circuli maximi describuntur, a maximo parallelorum inaequales arcus abscindent inter eos positos et proximum quemque circulo maximo ab initio posito maiorem remotiore.

in ambitu enim circuli maximi ΑΒΓ polus parallelorum positus sit punctum A, et circulum ΑΒΓ duo circuli maximi ad rectos angulos secent ΔΕΓ, ΒΕ, quorum ΒΕ ex parallelis sit, ΔΕΓ autem ad parallelos inclinatus, a circulo autem obliquo ΔΕΓ arcus aequales abscindantur ΖΗ, ΘΚ, non deinceps positi, ad easdem autem partes maximi parallelorum ΒΕ, et per puncta Ζ, Η, Θ, Κ polumque A circuli maximi describantur ΑΖΛ, ΑΗΜ, ΑΘΝ, ΑΚΞ (I 20). dico, arcum ΛΜ maiorem esse arcu ΝΞ.

ΗΘ enim arcubus ΖΗ, ΘΚ aut commensurabilis est aut non commensurabilis.

20 δὲ (pr.)] in ras. A², om. D. κύκλου] AD, κύκλων BCF, om. E. 21 γραφῶσιν] DEFA², ἐγγράφθωσαν A, γραφθῶσιν B, γεγραφθῶσιν C. 23 ἀεὶ DE. ἔγγειον A, corr. A². πορρωτέρω E. 24 ἐπὶ] -ὶ in ras. A. πόλος] ^{πο}κύκλος C. 26 ΔΕΓ] ΔΕ- in ras. A. Post alt. BE ins. εἷς ἔστω A². 27 κύκλου] -ύ- in ras. E. 28 δὲ] in ras. A², om. D. 30 ΖΗ, ΘΚ σημείου E. 31 ΑΘΝ] ΑΘΕ B. 33 ταῖς] τῆς D. ΘΚ] -K e corr. in scrib. C.

ἔστω πρότερον σύμμετρος ἡ ΗΘ ταῖς ΖΗ, ΘΚ, καὶ διῃρήσθωσαν αἱ ΖΗ, ΗΘ, ΘΚ εἰς τὰ μέρη κατὰ τὰ Ο, Π, Ρ, Σ σημεῖα, καὶ διὰ τῶν Ο, Π, Ρ, Σ σημείων καὶ τοῦ Α πόλου μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΟΤ, ΠΥ, ΡΦ, ΣΧ.

ἐπεὶ οὖν αἱ ΖΟ, ΟΗ, ΗΠ, ΠΡ, ΡΘ, ΘΣ, ΣΚ περιφέρειαι ἑξῆς ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, αἱ ΛΤ, ΤΜ, ΜΥ, ΥΦ, ΦΝ, ΝΧ, ΧΞ ἄρα ἑξῆς ἀλλήλων μείζονές εἰσιν ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης τῆς ΛΤ. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ μὲν ΛΤ τῆς ΝΧ, ἡ δὲ ΤΜ τῆς ΧΞ, ὅλη ἄρα ἡ ΛΜ ὅλης τῆς ΝΞ μείζων ἐστίν.

μὴ ἔστω δὴ ἡ ΗΘ ταῖς ΖΗ, ΘΚ σύμμετρος. λέγω, ὅτι ὁμοίως μείζων ἐστὶν ἡ ΛΜ περιφέρεια τῆς ΝΞ περιφερείας.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἡ ΛΜ τῆς ΝΞ περιφερείας μείζων, ἤτοι ἐλάσσων ἐστὶν αὐτῆς ἢ ἴση.

ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων ἡ ΛΜ τῆς ΝΞ, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς.

κείσθω τῇ ΛΜ ἴση ἡ ΝΟ, καὶ διὰ τοῦ Α πόλου καὶ τοῦ Ο μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ΠΟ, καὶ τριῶν οὐσῶν περιφερειῶν ὁμοιογενῶν ἀνίσων τῶν ΚΘ, ΘΠ, ΗΘ εἰλήφθω τις περιφέρεια ἡ ΘΡ μείζων μὲν οὖσα τῆς ΘΠ, ἐλάσσων δὲ τῆς ΘΚ, σύμμετρος δὲ τῇ ΗΘ, καὶ κείσθω τῇ ΘΡ ἴση ἡ ΣΗ, καὶ διὰ τῶν Σ, Ρ σημείων καὶ [διὰ] τοῦ Α πόλου μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΣΤ, ΡΥ.

ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΣΗ τῇ ΘΡ, καὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΗΘ ἑκατέρᾳ τῶν ΣΗ, ΘΡ, ἡ ΤΜ ἄρα τῆς ΝΥ μείζων ἐστίν. τῆς δὲ ΤΜ ἡ ΛΜ μείζων ἐστίν· πολλῷ ἄρα ἡ ΜΛ τῆς ΝΟ μείζων ἐστίν. ἀλλὰ καὶ ἴση· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΛΜ τῆς ΝΞ.

λέγω δέ, ὅτι οὐδὲ ἴση ἐστὶν ἡ ΛΜ τῇ ΝΞ.

2 ΗΘ] Η- in ras. **B**. εἰς] corr. ex εἰ **B**². σημεῖα] seq. ras. 1 litt. **A**. 4 π̄υρ̄ φ̄ **F**. 5 περιφερείας **E**. 6. 7 μείζονές εἰσιν ἑξῆς ἀλλήλων **B**. 7 ἐπεὶ] καὶ ἐπεὶ **E**. 9 ἐστίν] **A**, ἐστῖ **D**, comp. **C**, ἐστί **BEF**. 10 δὴ ἡ] **DE**, e corr. **A**, δ' ἡ corr. ex δὴ **BF**, δὲ ἡ **C**. ΗΘ] ΝΘ τῆς ΖΗ **D**. ΘΚ] ΚΘ **B**. 11 τῆς ΝΞ] e corr. **E**. 12 ΛΜ] **ACDEF**, ΛΜ περιφέρεια **BA**². 13 ἢ] ins. **A**². 16 κείσθω] καὶ κείσθω **DE**. ΝΟ] ΟΝ **E**. 17 ΠΟ] Π- in ras. **A**. Post καὶ 1 litt. del. **C**. τρειῶν **B**. 18 # ἀνίσων **E**. ΚΘ] ΘΚ **B**. ΗΘ] ΝΘ **C**. τις περιφέρεια] corr. ex τῆς περιφερείας? **A**². Ad fig. I ᾱ **BE**, α' **F**; fig. bis **F**; Τ (pr. loco)] corr. ex Ψ **F**; Π] **A**², om. **ACD**; Ρ] corr. ex Π **A**², Π **D**; inter Ζ et Α 1 litt. eras. **C**; Η] κ corr. in κ **D**, Χ] Κ **D**. Ad fig. II β̄ **BCEF**; fig. bis **B**; Θ] **A**², om. **AD**; Ρ (pr. loco)] Β **B**; Σ] Η **E**, Η] Ν **E**. μὲν] πρωτ' **E**. 19 δὲ] om. **F**. 20 Σ] Ε **C**. διὰ] deleo. 21 κύκλοι] κύκλ- in ras. **A**. 22 ΣΗ—ἡ] bis **D**. ἐστιν] δὲ **E**. 23 τῶν ΣΗ] -ν Σ- in ras. **E**. ἐστίν] **AE**, comp. **C**, ἐστί **BDF**. 24 ἐστίν (pr.)] **A**, comp. **C**, ἐστί **BDEF**. ΝΟ] -Ο e corr. **A**. 25 ἐστιν (pr.)] om. **E**. 26 λέγω—ΝΞ] bis **A**, pr. del. **A**². δὲ] om. **E**.

prius ΗΘ arcubus ΖΗ, ΘΚ commensurabilis sit, et ΖΗ, ΗΘ, ΘΚ in partes diuidantur in punctis Ο, Π, Ρ, Σ [Eucl. X 3], et per puncta Ο, Π, Ρ, Σ polumque Α circuli maximi describantur ΟΤ, ΠΥ, ΡΦ, ΣΧ (I 20).

quoniam igitur arcus ΖΟ, ΟΗ, ΗΠ, ΠΡ, ΡΘ, ΘΣ, ΣΚ deinceps inter se aequales sunt, arcus ΛΤ, ΤΜ, ΜΥ, ΥΦ, ΦΝ, ΝΧ, ΧΞ deinceps inter se maiores sunt a maximo ΛΤ incipientes (prop. VI). quoniam igitur ΛΤ arcu ΝΧ maior est, et ΤΜ arcu ΧΞ, totus ΛΜ toto ΝΞ maior est.

iam uero ΗΘ arcubus ΖΗ, ΘΚ commensurabilis ne sit. dico, similiter arcum ΛΜ arcu ΝΞ maiorem esse.

nam, si ΛΜ arcu ΝΞ maior non est, aut eo minor est aut ei aequalis.

prius, si fieri potest, ΛΜ arcu ΝΞ minor sit, ut in secunda figura est.

ponatur ΝΟ arcui ΛΜ aequalis, et per polum Α punctumque Ο circulus maximus describatur ΠΟ (I 20), et datis tribus arcubus inaequalibus eiusdem generis ΚΘ, ΘΠ, ΗΘ arcus aliquis sumatur ΘΡ maior arcu ΘΠ, minor autem arcu ΘΚ, arcui ΗΘ autem commensurabilis (u. schol.), et ponatur ΣΗ aequalis arcui ΘΡ, et per puncta Σ, Ρ polumque Α circuli maximi describantur ΣΤ, ΡΥ (I 20).

quoniam igitur ΣΗ arcui ΘΡ aequalis est, et ΗΘ utrique ΣΗ, ΘΡ commensurabilis est, ΤΜ arcu ΝΥ maior est (p. 146, 8—9). uerum ΛΜ maior est arcu ΤΜ; itaque multo magis ΜΛ arcu ΝΟ maior est.[1]) uerum idem aequalis est; quod fieri non potest. ergo ΛΜ arcu ΝΞ minor non est.

dico autem, ne aequalem quidem esse ΛΜ arcui ΝΞ.

1) Nam $N\Upsilon > NO$.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς γ' καταγραφῆς, καὶ τετμήσθωσαν αἱ ΖΗ, ΘΚ δίχα κατὰ τὰ Ο, Π σημεῖα, καὶ διὰ τῶν Ο, Π σημείων καὶ τοῦ Α πόλου μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΟΡ, ΠΣ.

ἐπεὶ οὖν αἱ ΖΟ, ΟΗ ἑξῆς ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, αἱ ἄρα ΛΡ, ΡΜ ἑξῆς ἀλλήλων μείζονές εἰσιν ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης τῆς ΛΡ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΡ τῆς ΡΜ· ἡ ἄρα ΛΜ τῆς ΜΡ μείζων ἐστὶν ἢ διπλῆ. πάλιν, ἐπεὶ αἱ ΘΠ, ΠΚ ἑξῆς ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, αἱ ΝΣ, ΣΞ ἄρα ἑξῆς ἀλλήλων μείζους εἰσὶν ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης τῆς ΝΣ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΝΣ τῆς ΣΞ· ὥστε ἡ ΞΝ τῆς ΝΣ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλῆ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΛΜ τῇ ΝΞ, ὧν ἡ ΛΜ τῆς ΜΡ μείζων ἐστὶν ἢ διπλῆ, ἡ δὲ ΞΝ τῆς ΝΣ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλῆ, ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ΡΜ τῆς ΝΣ ἴσων ὑποκειμένων τῶν ΟΗ, ΘΠ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΛΜ τῇ ΝΞ. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδ' ἐλάσσων· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΜ περιφέρεια τῆς ΝΞ περιφερείας.

ι'.

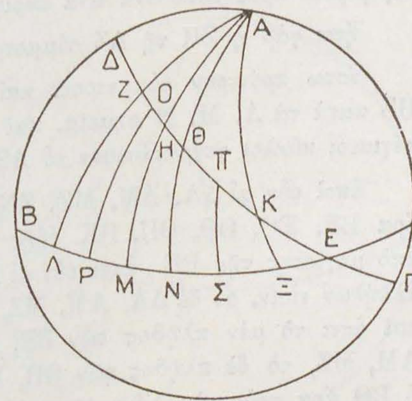
Ἐὰν ἐπὶ μεγίστου κύκλου περιφερείας ὁ πόλος ᾖ τῶν παραλλήλων, καὶ τοῦτον τέμνωσι δύο μέγιστοι κύκλοι πρὸς ὀρθάς, ὧν ὁ μὲν εἷς τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ἕτερος λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, ἐπὶ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων, διὰ δὲ τῶν σημείων καὶ τοῦ πόλου μέγιστοι κύκλοι γραφῶσιν, ἔσται, ὡς ἡ τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων περιφέρεια ἡ μεταξὺ τοῦ ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου καὶ τοῦ ἑξῆς διὰ τῶν πόλων πρὸς τὴν τοῦ λοξοῦ κύκλου περιφέρειαν τὴν μεταξὺ τῶν αὐτῶν κύκλων, οὕτως ἡ ἑξῆς τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων περιφέρεια ἡ μεταξὺ τῶν διὰ τοῦ πόλου μεγίστων κύκλων καὶ τῶν ληφθέντων σημείων πρὸς ἐλάσσονά τινα περιφέρειαν τῆς τοῦ λοξοῦ κύκλου περιφερείας τῆς μεταξὺ τῶν ληφθέντων δύο σημείων.

ἐπὶ γὰρ μεγίστου κύκλου περιφερείας τοῦ ΑΒΓ ὁ πόλος ἔστω τῶν παραλλήλων τὸ Α σημεῖον, καὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον δύο κύκλοι τεμνέτωσαν

1 ἔχει] om. **B**. γ'] **ABCF**, τρίτης **DEA**[2]. καὶ] ἔχει καὶ **B**. τεμνέσθωσαν **E**. 3 ΠΣ] ΠΡ post ras. **E**. 4 ΟΗ] -Η in ras. **E**. ΛΡ] ΛΜ **D**. 5 μείζονες ἀλλήλων **E**. 7 ἀλλήλαις] tert. λ in ras. **E**. ΣΞ] Σ- in ras. **A**[2], ΕΞ **D**. 8 ἀλλήλων] supra tert. λ ras. **E**. μείζονες **E**. ΝΣ] ΜΣ **AD**, corr. **A**[2]. 9 ΣΞ] Σ- e corr. **C**[2]. ὥστε] ὥστε καὶ **E**. 10 τῇ] τῆς **AB**, -ς eras. **A**. ὧν—ΜΡ] mg. **A**, κείμενον add. **A**[2]. ΜΡ] Μ- in ras. **A**[2]. 11 ἡ δὲ—διπλῆ] om. **C**. 12 ΟΗ] ΟΝ **C**. ἀδύνατον·· **E**. 13 τῇ] τῆς **AB**, -ς eras. **A**. οὐδὲ **BE**. 14 ΝΞ] corr. ex ΗΞ **A**. Ad fig. γ̄ **BCEF**. 15 ι'] mg. ext. **B**[2]. 16 ὁ] om. **B**. πόλ° seq. ras. **E**. 17 τέμνω̄·· **E**. μέγιστοι] om. **E**. ὀρθάς] ὀρθὰς | μέγιστοι **E**. ὧν ὁ] in ras. **A**. 19 λοξοῦ] λο- supra scr. **A**. ληφθῇ] -η- in ras. **A**, ληφθείη **E**. σημεῖα τυχόντα **B**. 20 post πόλου supra add. τῶν παραλλήλων **A**[2]. 23 αὐτῶν] om. **C**. 25 ἐλάσσωνά **A**. 28 περιφερείας] in ras. **D**.

nam, si fieri potest, sit aequalis, ut in tertia figura est, et arcus ΖΗ, ΘΚ in punctis Ο, Π in binas partes aequales secentur, et per puncta Ο, Π polumque Α circuli maximi describantur ΟΡ, ΠΣ.

quoniam igitur ΖΟ, ΟΗ deinceps inter se aequales sunt, ΛΡ, ΡΜ deinceps inter se maiores sunt a maximo ΛΡ incipientes (prop. VI); ΛΡ igitur arcu ΡΜ maior est; quare ΛΜ maior est quam duplus arcus ΜΡ. rursus, quoniam ΘΠ, ΠΚ deinceps inter se aequales sunt, ΝΣ, ΣΞ deinceps inter se maiores sunt a maximo ΝΣ incipientes (prop. VI); ΝΣ igitur arcu ΣΞ maior est; quare ΞΝ minor est quam duplus arcus ΝΣ. quoniam igitur ΛΜ arcui ΝΞ aequalis est, quorum ΛΜ maior est quam duplus arcus ΜΡ, ΞΝ autem minor quam duplus arcus ΝΣ, ΡΜ minor est arcu ΝΣ, aequalibus suppositis arcubus ΟΗ, ΘΠ (p. 144, 27 sqq.); quod fieri non potest (prop. VI); ergo ΛΜ arcui ΝΞ aequalis non est. demonstrauimus autem, eum ne minorem quidem esse; ergo arcus ΛΜ arcu ΝΞ maior est.



X.

Si in ambitu circuli maximi polus parallelorum positus est, et hunc ad rectos angulos duo circuli maximi secant, quorum alter unus ex parallelis est, alter autem ad parallelos obliquus, in obliquo autem circulo duo quaelibet puncta sumuntur ad easdem partes maximi parallelorum, per puncta autem polumque circuli maximi describuntur, erit, ut arcus maximi parallelorum inter circulum maximum ab initio positum circulumque deinceps per polos ductum positus ad arcum circuli obliqui inter eosdem circulos positum, ita arcus maximi parallelorum deinceps inter circulos maximos per polum ductos punctaque sumpta positus ad arcum aliquem minorem arcu circuli obliqui inter duo puncta sumpta posito.

in ambitu enim circuli maximi ΑΒΓ polus parallelorum positus sit punctum Α, et circulum ΑΒΓ duo circuli maximi ad

μέγιστοι πρὸς ὀρθὰς οἱ ΔΕΓ, ΒΕ, ὧν ὁ μὲν ΒΕ τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ΔΕΓ λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, ἐπὶ δὲ τοῦ λοξοῦ κύκλου τοῦ ΔΕΓ εἰλήφθω δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Ζ, Η ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τοῦ ΒΕ, καὶ διὰ τῶν Ζ, Η σημείων καὶ τοῦ Α πόλου μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΑΖΘ, ΑΗΚ. λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ ΒΘ περιφέρεια πρὸς τὴν ΔΖ περιφέρειαν, οὕτως ἡ ΘΚ περιφέρεια πρὸς ἐλάσσονά τινα περιφέρειαν τῆς ΖΗ περιφερείας.

ἤτοι γὰρ ἡ ΖΗ τῇ ΔΖ σύμμετρός ἐστιν ἢ οὔ.

ἔστω πρότερον σύμμετρος, καὶ διῃρήσθωσαν εἰς τὰ μέρη αἱ ΔΖ, ΗΖ κατὰ τὰ Λ, Μ, Ν σημεῖα, καὶ διὰ τῶν Λ, Μ, Ν καὶ τοῦ Α πόλου μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΛΞ, ΜΟ, ΝΠ.

ἐπεὶ οὖν αἱ ΔΛ, ΛΜ, ΜΖ, ΖΝ, ΝΗ ἑξῆς ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, αἱ ἄρα ΒΞ, ΞΟ, ΟΘ, ΘΠ, ΠΚ ἑξῆς μείζους ἀλλήλων εἰσὶν ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης τῆς ΒΞ. ἐπεὶ οὖν αἱ ΒΞ, ΞΟ, ΟΘ, ΘΠ, ΠΚ ἑξῆς μείζους ἀλλήλων εἰσίν, αἱ δὲ ΔΛ, ΛΜ, ΜΖ, ΖΝ, ΝΗ ἑξῆς ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καί ἐστι τὸ μὲν πλῆθος τῶν ΒΞ, ΞΟ, ΟΘ ἴσον τῷ πλήθει τῶν ΔΛ, ΛΜ, ΜΖ, τὸ δὲ πλῆθος τῶν ΘΠ, ΠΚ ἴσον τῷ πλήθει τῶν ΖΝ, ΝΗ, ἡ ΒΘ ἄρα πρὸς τὴν ΔΖ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΚ πρὸς τὴν ΖΗ. ἐὰν ἄρα ποιῶμεν, ὡς τὴν ΒΘ πρὸς ΔΖ, οὕτως τὴν ΘΚ πρὸς ἄλλην τινά, ἔσται πρὸς ἐλάσσονα τῆς ΖΗ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΒΘ περιφέρεια πρὸς τὴν ΔΖ περιφέρειαν, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ἐλάσσονά τινα περιφέρειαν τῆς ΖΗ.

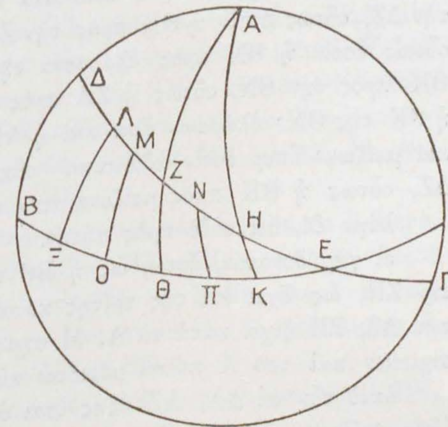
μὴ ἔστω δὴ ἡ ΖΗ τῇ ΔΖ σύμμετρος. λέγω, ὅτι καὶ οὕτως ἐστίν, ὡς ἡ ΒΘ περιφέρεια πρὸς τὴν ΔΖ περιφέρειαν, οὕτως ἡ ΘΚ περιφέρεια πρὸς ἐλάσσονά τινα τῆς ΖΗ περιφερείας.

εἰ γὰρ μή, ἤτοι πρὸς μείζονα τῆς ΖΗ ἔσται ἢ πρὸς αὐτήν.

---

1 μέγιστοι] om. **B**. Post alt. ΒΕ supra add. εἰς ἔστω **A**². 5 γεγράφωσαν **D**. ΑΖΘ] -Ζ- in ras. **F**. ΑΝΚ **C**. 9 μέρη] **BCDF**, e corr. **A**; μέτρα **AE**. 10 ΗΖ] -Ζ in ras. **F**. σημεῖα—Ν] supra scr. **C**². In fig. add. τοῦ ια **C**; Α] om **D**; fig. in fine prop. repetit **E** (Ζ] Ξ). 11 κύκλοι] om. **E**. 13 ΞΟ] ΞΘ **AD**, corr. **A**. ΠΚ] ΠΝ **C**, ΠΞ **D**. μείζονές εἰσιν ἀλλήλων **E**. 14 ΒΞ (pr.)] **BEFA**², ΒΖ **ACD**. ΒΞ (alt.)] ΒΖ? **C**. 15 εἰσίν (alt.)] **A**, εἰσί **BCDEF**. 16 ἐστιν **A**. Post ΟΘ del. ΘΠ, ΠΚ **C**. ΔΛ] om. **BC**. 17 τὸ] corr. ex τῷ in scrib. **C**. ΠΚ] ΠΗ **C**. ΖΝ] ΖΗ **BE**, corr. **E**. 19 ἄρα] γὰρ **E**. ΔΖ] τὴν ΔΖ **BE**. οὕτω **D**. 20 ἐλάσσωνα **A**, sed corr. 21 τινα] om. **E**. 22 τῆς] τῇ **C**. 24 ΔΖ] corr. ex ΒΖ **A**. περιφέρειαν] περιφέ|| **B**, περιφέ| **E**. 25 ἐλάσσωνα **A**. περιφέρειαν **E**.

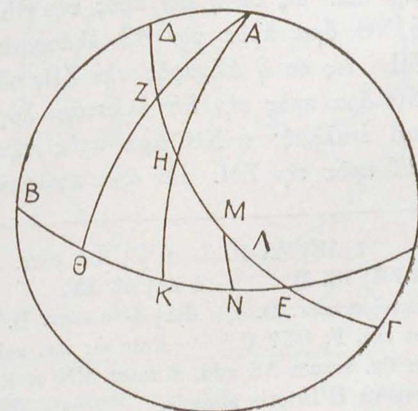
rectos angulos secent ΔΕΓ, ΒΕ, quorum ΒΕ ex parallelis sit, ΔΕΓ autem ad parallelos obliquus, in obliquo autem circulo ΔΕΓ duo quaelibet puncta sumantur Ζ, Η ad easdem partes maximi parallelorum ΒΕ posita, et per puncta Ζ, Η polumque Α circuli maximi describantur ΑΖΘ, ΑΗΚ (I 20). dico, esse, ut arcus ΒΘ ad arcum ΔΖ, ita arcum ΘΚ ad arcum aliquem minorem arcu ΖΗ.



ΖΗ enim arcui ΔΖ aut commensurabilis est aut non commensurabilis.

prius commensurabilis sit, et ΔΖ, ΗΖ in punctis Λ, Μ, Ν in partes diuidantur, et per Λ, Μ, Ν polumque Α circuli maximi describantur ΛΞ, ΜΟ, ΝΠ.

quoniam igitur arcus ΔΛ, ΛΜ, ΜΖ, ΖΝ, ΝΗ deinceps inter se aequales sunt, arcus ΒΞ, ΞΟ, ΟΘ, ΘΠ, ΠΚ deinceps inter se maiores sunt a maximo ΒΞ incipientes (prop. VI). quoniam igitur ΒΞ, ΞΟ, ΟΘ, ΘΠ, ΠΚ deinceps inter se maiores sunt, ΔΛ, ΛΜ, ΜΖ, ΖΝ, ΝΗ autem deinceps inter se aequales, et numerus arcuum ΒΞ, ΞΟ, ΟΘ numero arcuum ΔΛ, ΛΜ, ΜΖ aequalis est, numerus autem arcuum ΘΠ, ΠΚ numero arcuum ΖΝ, ΝΗ aequalis, ΒΘ ad ΔΖ maiorem rationem habet, quam ΘΚ ad ΖΗ.[1] itaque, si fecerimus, ut ΒΘ ad ΔΖ, ita ΘΚ ad alium aliquem, erit ad minorem arcu ΖΗ (Eucl. V 8); ergo, ut arcus ΒΘ ad arcum ΔΖ, ita ΘΚ ad arcum aliquem minorem arcu ΖΗ.



iam uero ΖΗ arcui ΔΖ commensurabilis ne sit. dico, sic quoque esse, ut arcus ΒΘ ad arcum ΔΖ, ita arcum ΘΚ ad minorem aliquem arcu ΖΗ.

nam si minus, erit aut ad arcum maiorem arcu ΖΗ aut ad eum ipsum.

---

1) Hoc demonstrandum erat.

ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, πρὸς μείζονα τῆς ZH τὴν ΛZ, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς β′ καταγραφῆς, καὶ τριῶν οὐσῶν ἀνίσων περιφερειῶν τῶν ΛZ, ZH, ZΔ εἰλήφθω τις περιφέρεια ἡ ZM τῆς μὲν ZΛ οὖσα ἐλάσσων, τῆς δὲ ZH μείζων, σύμμετρος δὲ τῇ ZΔ, καὶ διὰ τοῦ M καὶ τοῦ A πόλου μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ MN.

ἐπεὶ οὖν σύμμετρός ἐστιν ἡ ZM τῇ ZΔ, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ BΘ πρὸς τὴν ΔZ, οὕτως ἡ ΘN πρὸς ἐλάσσονά τινα τῆς ZM. ὡς δὲ ἡ BΘ πρὸς τὴν ΔZ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΘK πρὸς τὴν ZΛ· ὡς ἄρα ἡ ΘK πρὸς τὴν ZΛ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΘN πρὸς ἐλάσσονα τῆς ZM· καὶ ἐναλλάξ· ὡς ἄρα ἡ ΘK πρὸς τήν ΘN, οὕτως ἡ ZΛ πρὸς ἐλάσσονα τῆς ZM. ἐλάσσων δὲ ἡ ΘK τῆς ΘN· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ΛZ τῆς ἐλάσσονος τῆς ZM. ἀλλὰ καὶ μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ BΘ πρὸς τὴν ΔZ, οὕτως ἡ ΘK πρὸς μείζονά τινα περιφέρειαν τῆς ZH περιφερείας.

λέγω δέ, ὅτι οὐδὲ πρὸς αὐτήν.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω, ὡς ἡ BΘ πρὸς τὴν ΔZ, οὕτως ἡ ΘK πρὸς τὴν ZH, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς τρίτης καταγραφῆς, καὶ τετμήσθω ἑκατέρα τῶν ΔZ, ZH δίχα κατὰ τὰ Λ, M σημεῖα, καὶ διὰ ἑκατέρου τῶν Λ, M σημείων καὶ τοῦ A πόλου μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΛN, MΞ.

ἐπεὶ οὖν αἱ ΔΛ, ΛZ ἑξῆς ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, αἱ BN, NΘ ἄρα ἑξῆς μείζους εἰσὶν ἀλλήλων ἀρχόμεναι ἀπὸ μεγίστης τῆς BN· ἡ BΘ ἄρα τῆς ΘN μείζων ἐστὶν ἢ διπλῆ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ KΘ τῆς ΘΞ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλῆ. ἐπεὶ οὖν ἡ μὲν BΘ τῆς ΘN μείζων ἐστὶν ἢ διπλῆ, ἡ δὲ KΘ τῆς ΘΞ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλῆ, ἡ BΘ ἄρα πρὸς τὴν ΘN μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ KΘ πρὸς τὴν ΘΞ· καὶ ἐναλλάξ· ἡ BΘ ἄρα πρὸς τὴν ΘK μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ NΘ πρὸς τὴν ΘΞ. ὡς δὲ ἡ BΘ πρὸς τὴν ΘK, οὕτως ἐστὶν ἡ ΔZ πρὸς τὴν ZH· ἡ NΘ ἄρα πρὸς τὴν ΘΞ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΔZ πρὸς τὴν ZH. ὡς δὲ ἡ ΔZ πρὸς τὴν ZH, οὕτως ἐστὶν ἡ ΛZ πρὸς τὴν ZM· ἡ NΘ ἄρα πρὸς τὴν ΞΘ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΛZ πρὸς τὴν ZM· καὶ ἐναλλάξ· ἡ NΘ ἄρα πρὸς τὴν ΛZ ἐλάττονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΘΞ πρὸς τὴν ZM. ἐὰν ἄρα ποιῶμεν, ὡς τὴν NΘ πρὸς τὴν ΛZ, οὕτως

1 ΛZ] ZΛ **E**. 2 β′] B̄ e corr. **A**, δευτέρας **E**. ΛZ] corr. ex AZ **A**. 3 ZH] HZ **B**. 4 ZΔ] ΔZ **EF**. 6 ZΔ] -Δ e corr. **D**, corr. ex -B **A**. ἔστιν] e corr. **D**. ἄρα] ἄ- e corr. **D**. BΘ] -Θ e corr. **C**. 7 ΘN] Θ- in ras. **F**, ΘΥ? **C**. Ante ὡς ins. καὶ (comp.) **A²**. Ad fig. add. β̄ **F²**; in fig. arcum ΛΞ add. E inter MN et E; H] N **D**. Fig. in fine propos. repetit **E** litteris omissis. 9 καὶ—ZM (10)] om. **D**. ἐναλάξ **B**, corr. **B²**. ὡς ἄρα] mut. in ἄρα ὡς **A²**. 10 τὴν] om. **E**. ΘN] seq. ras. 2 litt. **E**, ΘH **C**. ZΛ] ΛZ **E**. 11 καὶ] postea ins. **A**. 12 μεῖζον **C**. 13 τινα] om. **E**. 14 αὐτ̀` **C**, corr. **C²**. 17 δι' **EA²**. 18 MΞ] -Ξ e corr. in scrib.? **C**, MZ **B**. 20 ἡ] supra scr. **A**. 21 ὁμοίως—διπλῆ (22)] bis **D**. 22 ἐπεὶ] ἐ- in ras. **E**. ἐπεὶ—alt. διπλῆ (23)] om. **C**. 23 KΘ] e

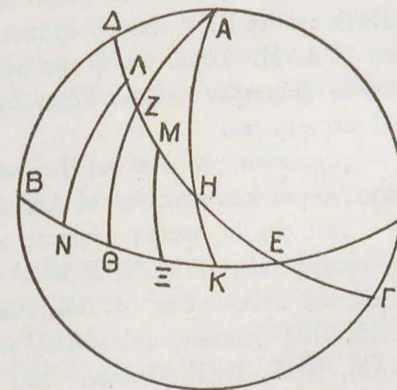
prius, si fieri potest, sit ad ΛZ maiorem arcu ZH, ut est in figura secunda, et datis tribus arcubus inaequalibus ΛZ, ZH, ZΔ sumatur arcus aliquis ZM arcu ZΛ minor, maior autem arcu ZH, commensurabilis autem arcui ZΔ (u. p. 147), et per M polumque A describatur circulus maximus MN (I 20).

quoniam igitur ZM arcui ZΔ commensurabilis est, erit, ut BΘ ad ΔZ, ita ΘN ad minorem aliquem arcu ZM (p. 150, 20 sqq.). uerum, ut BΘ ad ΔZ, ita ΘK ad ZΛ; itaque, ut ΘK ad ZΛ, ita ΘN ad minorem arcu ZM; quare etiam permutando (Eucl. V 16), ut ΘK ad ΘN, ita ZΛ ad minorem arcu ZM. uerum $\Theta K < \Theta N$; quare etiam ΛZ arcu minore ZM minor est. uerum idem maior est; quod fieri non potest. ergo non est, ut BΘ ad ΔZ, ita ΘK ad arcum aliquem maiorem arcu ZH.

dico autem, eum ne ad ipsum quidem eam rationem habere.

nam, si fieri potest, sit $B\Theta : \Delta Z = \Theta K : ZH$, ut est in tertia figura, et uterque ΔZ, ZH in punctis Λ, M in binas partes aequales secetur, et per utrumque punctum Λ, M polumque A circuli maximi describantur ΛN, MΞ (I 20).

quoniam igitur ΔΛ, ΛZ deinceps inter se aequales sunt, BN, NΘ deinceps inter se maiores sunt a maximo BN incipientes (prop. VI); itaque BΘ maior est quam duplus arcus ΘN. similiter igitur demonstrabimus, etiam KΘ minorem esse quam duplum arcus ΘΞ. quoniam igitur BΘ maior est quam duplus arcus ΘN, KΘ autem minor quam duplus arcus ΘΞ, erit $B\Theta : \Theta N > K\Theta : \Theta \Xi$; et permutando $B\Theta : \Theta K > N\Theta : \Theta \Xi$. uerum $B\Theta : \Theta K = \Delta Z : ZH$ (Eucl. V 16); itaque $N\Theta : \Theta \Xi < \Delta Z : ZH$. uerum $\Delta Z : ZH = \Lambda Z : ZM$ (Eucl. V 15); itaque $N\Theta : \Xi\Theta < \Lambda Z : ZM$; et permutando $N\Theta : \Lambda Z < \Theta \Xi : ZM$.



si igitur fecerimus, ut NΘ ad ΛZ, ita ΘΞ ad alium aliquem,

corr. **E**. BΘ] corr. ex Θ **A**. 25 ἐναλάξ **B**, corr. **B²**. ΘK] **AED**, KΘ **BCF**. 26 ὡς] e corr. **D**. ∸οὕτως **E**. 27 ἐλάττονα **E**. ΔZ] corr. ex ΔΞ **F**. 29 ΞΘ] corr. ex ZΘ **F**. ἐλάσσωνα **A**, sed corr.; ἐλάσσο^να **F**. 30 ἐναλάξ **B**, corr. **B²**. 31 NΘ] corr. ex HΘ **A**. πρὸς τὴν] e corr. **B**. ΛZ] ΘΛZ **E**. οὕτ^ω **D**, οὕτως πρὸς **C**.

τὴν ΘΞ πρὸς ἄλλην τινά, ἔσται πρὸς μείζονα τῆς ΖΜ περιφερείας· ὅπερ ἀδύνατον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ ΒΘ πρὸς τὴν ΔΖ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς τὴν ΖΗ. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ πρὸς μείζονα· πρὸς ἐλάσσονα ἄρα. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΒΘ πρὸς τὴν ΔΖ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ἐλάσσονα τῆς ΖΗ περιφερείας.

ια′.

Ἐὰν ἐπὶ μεγίστου κύκλου περιφερείας ὁ πόλος ᾖ τῶν παραλλήλων, καὶ τοῦτον τέμνωσι δύο μέγιστοι κύκλοι πρὸς ὀρθάς, ὧν ὁ μὲν εἷς τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ἕτερος λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, ἄλλος δέ τις μέγιστος κύκλος διὰ τῶν πόλων ὢν τῶν παραλλήλων τέμνῃ τὸν λοξὸν κύκλον μεταξὺ τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων καὶ οὗ ὁ λοξὸς ἐφάπτεται, ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον, οὗ ἐφάπτεται ὁ λοξὸς κύκλος, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων περιφέρεια ἡ μεταξὺ τοῦ τε ἐξ ἀρχῆς μεγίστου κύκλου καὶ τοῦ ἑξῆς διὰ τῶν πόλων πρὸς τὴν τοῦ λοξοῦ κύκλου περιφέρειαν τὴν μεταξὺ τῶν αὐτῶν κύκλων.

ἐπὶ γὰρ μεγίστου κύκλου περιφερείας τοῦ ΑΒΓ ὁ πόλος ἔστω τῶν παραλλήλων τὸ Α σημεῖον, καὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον τεμνέτωσαν δύο μέγιστοι κύκλοι πρὸς ὀρθὰς οἱ ΒΕΓ, ΔΕΖ, ὧν ὁ μὲν ΒΕΓ μέγιστος τῶν παραλλήλων, ὁ δὲ ΔΕΖ λοξὸς πρὸς τοὺς παραλλήλους, ἄλλος δέ τις μέγιστος κύκλος ὁ ΑΗΚ διὰ τῶν πόλων τῶν παραλλήλων τεμνέτω τὸν ΔΕΖ μεταξὺ τοῦ τε ΒΕΓ καὶ οὗ ἐφάπτεται ὁ ΔΕΖ, οὗ δὲ ἐφάπτεται ὁ ΔΕΖ, ἔστω ὁ ΔΛΜ. λέγω, ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ ΔΛΜ κύκλου διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΘ περιφέρεια πρὸς τὴν ΔΗ περιφέρειαν.

γεγράφθω γὰρ διὰ τοῦ Η παράλληλος κύκλος ὁ ΝΗΞ, καὶ ἔστωσαν κοιναὶ τομαὶ τῶν ἐπιπέδων αἱ ΑΚ, ΔΖ, ΒΓ, ΝΞ, ΔΜ, ΘΟ, ΗΠ, ΟΗ, ΗΡ.

ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓ κύκλους τινὰς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τοὺς ΔΛΜ, ΝΗΞ, ΒΕΓ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτοὺς τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· αἱ ΔΜ, ΝΞ, ΒΓ ἄρα διάμετροί εἰσι τῶν ΔΛΜ, ΝΗΞ, ΒΕΓ κύκλων, καὶ ὁ ΑΒΓ κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς ἕκαστον τῶν ΔΛΜ, ΝΗΞ, ΒΕΓ κύκλων. ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι

1 ΖΜ] mut. in ΞΜ A². περιφερείας] om. E. Ad fig. γ F²; in fig. N] Υ E; H] N, N] H, B] e corr. D; E] om., arcus ΛN et ΛH om., Λ ad punctum Z ex alt. parte add., Θ] N (N om.), H] K, a K ducto arcu KΘ pro MΞ (M om.), K] Ξ, inter KΞ (h. e. HK) et E (om.) add. arcum HK C. Fig. in fine propos. repetit E litteris omissis. 4 ἔστιν ἄρα] om. AD, mg. A² (ἔστιν corr. ex ·/.). ὡς] ὡς ἄρα D. 5 τῆς] τινα τῆς E. περιφερείας] περιφερείας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι E. 6 ια′] mg. ext. B². 8 τέμνωσιν A. 9 ὁ δὲ—παραλλήλων (10)] om. E. 10 ὢν] AD, om. BCF. τέμνει E. 11 τοῦ] τοῦ τε E. In λοξὸς des. E f. 140ʳ. 13 τῶν] ins. C². 14 τοῦ ἑξῆς] -οῦ ἐξ- in ras. 6 litt. A. Supra add. τοῦ μεγίστου ◯ˢ A², sed del. 17 ἐπὶ] corr. ex ἐπεὶ A. ἔστω] ἔσται B, ἔστω διὰ C. 18 τὸν] πρὸς τὸν C. 21 ΑΗΚ] -K corr. ex N? C. 22 τε] supra scr. A. ΒΓ C. ΔΕΖ (pr.)] ΔΕΓ B. 24 λόγον] -ό- in ras. A. 26 ΝΗΞ] N- e corr. A. 27 ΑΚ] ΑΗ C. ΝΞ] corr. ex MZ B, ΗΞ C. 29 ΝΗΞ] -Ξ corr. ex Z B. αὐτοὺς] -οὺς e corr. F. 30 ΝΞ] corr. ex NZ B. εἰσιν A. ΔΛΜ] corr. ex ΛΜ A. 31 ΝΗΞ] -Ξ corr. ex Z B. Post ΑΒΓ ins. ἄρα A². 32 ΝΗΞ] -Ξ corr. ex Z B. κύκλων] κύκλον C.

erit ad maiorem arcu ZM; quod fieri non posse demonstratum est (p. 152, 12 sqq.). ergo non est ΒΘ : ΔΖ = ΘΚ : ΖΗ; demonstravimus autem, ne ad maiorem quidem arcum ΘΚ eam rationem habere; ad minorem igitur. ergo, ut ΒΘ ad ΔΖ, ita ΘΚ ad minorem arcu ZH.

XI.

Si in ambitu circuli maximi polus parallelorum positus est, et hunc duo circuli maximi secant ad angulos rectos, quorum alter unus ex parallelis est, alter autem ad parallelos obliquus, et alius aliquis circulus maximus per polos parallelorum ductus circulum obliquum secat inter maximum parallelorum eumque, quem obliquus contingit, diametrus sphaerae ad diametrum circuli, quem circulus obliquus contingit, maiorem rationem habet quam arcus maximi parallelorum inter circulum maximum ab initio positum circulumque deinceps per polos ductum ad arcum circuli obliqui inter eosdem circulos positum.

in ambitu enim circuli maximi ΑΒΓ polus parallelorum positus sit punctum A, et circulum ΑΒΓ duo circuli maximi ΒΕΓ, ΔΕΖ ad rectos angulos secent, quorum ΒΕΓ maximus parallelorum, ΔΕΖ autem ad parallelos obliquus, alius autem aliquis circulus maximus ΑΗΚ per polos parallelorum ductus circulum ΔΕΖ secet inter ΒΕΓ circulumque, quem contingit ΔΕΖ, circulus autem, quem contingit ΔΕΖ, sit ΔΛΜ. dico, diametrum sphaerae ad diametrum circuli ΔΛΜ maiorem rationem habere, quam arcus ΒΘ ad arcum ΔΗ.

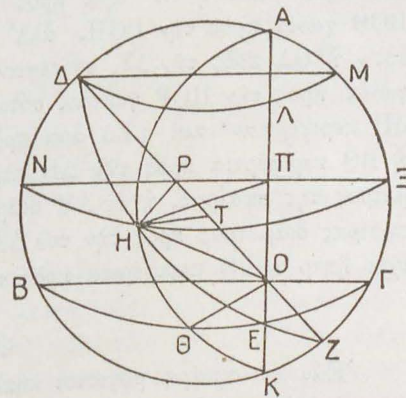
describatur enim per H circulus parallelus ΝΗΞ, et communes planorum sectiones sint ΑΚ, ΔΖ, ΒΓ, ΝΞ, ΔΜ, ΘΟ, ΗΠ, ΟΗ, ΗΡ.

quoniam igitur in sphaera circulus maximus ΑΒΓ circulos aliquos eorum, qui in sphaera sunt, ΔΛΜ, ΝΗΞ, ΒΕΓ per polos secat, in binas partes aequales eos secabit et ad rectos angulos (I 15); itaque ΔΜ, ΝΞ, ΒΓ diametri sunt circulorum ΔΛΜ, ΝΗΞ, ΒΕΓ, et circulus ΑΒΓ ad singulos circulos ΔΛΜ, ΝΗΞ, ΒΕΓ

εἰσὶν οἱ ΔΛΜ, ΝΗΞ, ΒΕΓ, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν εὐθεῖά τις ἦκται ἡ ΑΚ, ἡ ΑΚ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς ἕκαστον τῶν ΔΛΜ, ΝΗΞ, ΒΕΓ κύκλων καὶ διὰ τῶν κέντρων αὐτῶν τε καὶ τῆς σφαίρας ἐστίν· τὰ Σ, Π, Ο ἄρα σημεῖα κέντρα ἐστὶ τῶν ΔΛΜ, ΝΗΞ, ΒΕΓ κύκλων. καὶ ἐπεὶ ἐπίπεδα παράλληλα τὰ ΔΛΜ, ΝΗΞ, ΒΕΓ ὑπό τινος ἐπιπέδου τοῦ ΑΒΓ τέμνεται, αἱ κοιναὶ τομαὶ ἄρα αὐτῶν παράλληλοί εἰσιν· αἱ ἄρα ΔΜ, ΝΞ, ΒΓ παράλληλοί εἰσιν ἀλλήλαις. πάλιν, ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα τὰ ΝΗΞ, ΒΕΓ ὑπό τινος ἐπιπέδου τοῦ ΑΗΚ τέμνεται, αἱ κοιναὶ ἄρα αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΠ τῇ ΘΟ. ἐπεὶ οὖν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων αἱ ΝΠ, ΠΗ παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων τὰς ΒΟ, ΟΘ εἰσι μὴ οὖσαι ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἴσας γωνίας περιέχουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΝΠΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΟΘ γωνίᾳ. καὶ ἐπεὶ οἱ ΝΗΞ, ΔΕΖ ὀρθοί εἰσι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον, καὶ ἡ τῶν ΝΗΞ, ΔΕΖ ἄρα κοινὴ τομὴ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον ὀρθή ἐστιν. κοινὴ δὲ αὐτῶν τομή ἐστιν ἡ ΗΡ· καὶ ἡ ΗΡ ἄρα ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον· καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας. ἅπτεται δὲ τῆς ΗΡ ἑκατέρα τῶν ΠΡ, ΡΟ οὖσα ἐν τῷ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπιπέδῳ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΗΡΠ, ΗΡΟ γωνιῶν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΚ τῇ ΝΞ ὀρθή ἐστιν, ἡ ἄρα ὑπὸ ΡΠΟ γωνία ὀρθή ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΡΠΟ γωνία ὀρθή ἐστιν, ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΠΟΡ· μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΟΡ τῆς ΡΠ. κείσθω οὖν τῇ ΠΡ ἴση ἡ ΡΤ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΤ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΠΡ τῇ ΡΤ, κοινὴ δὲ ἡ ΗΡ, δύο δὴ αἱ ΠΡ, ΡΗ δύο ταῖς ΡΤ, ΡΗ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΠΡΗ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΤΡΗ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΗΠ βάσει τῇ ΗΤ ἐστιν ἴση, καὶ τὸ ΠΡΗ τρίγωνον τῷ ΤΡΗ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΠΡ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΤΡ

1 ΝΗΞ] -Ξ corr. ex Z **B**. ἦκται] mut. in διῆκται **A**². 2 ἐστιν **A**, comp. **C**. ΝΗΞ] -Ξ corr. ex Z **B**. 3 ἐστίν] **AB**, ἐστί **CDF**. 4 O] corr. ex Θ **C**. ΝΗΞ] -Ξ corr. ex Z **B**. 5 ΝΗΞ] -Ξ corr. ex Z **B**. τοῦ] corr. ex τῶν **A**. 6 ΝΞ] corr. ex NZ **B**. 8 ΝΗΞ] -Ξ corr. ex Z **B**. 9 εἰσιν] **AF**, εἰσι **BCD**. ΗΠ] ΝΠ **D**. τῇ] corr. ex τη̄ **A**. 12 ΝΠΗ] ΝΗΠ **B**; ΝΗΠΗ **C**, pr. H macula del. γωνία] γω- e corr. **D**. 13 οἱ] corr. ex ὁ in scrib. **C**, ο- e corr. **A**. ΝΗΞ] -Ξ corr. ex Z **BC**. ὀρθοί εἰσι] -οί εἰσ- in ras. **A**. 14 ΝΗΞ] -Ξ corr. ex Z **B**. ἐστιν] **A**, comp. **C**, ἐστι **BDF**. 15 ἐστι] ἐστιν **A**, comp. **C**. In fig. punctum P infra sectionem rectarum ΝΞ, ΔΖ coll. **B**; N] euan. **D**; Z] om. **C**, E] om. **C**. rectam ΗΟ om. codd. punctum A arcus ΔΜ medium esse debebat. 19 ὑπὸ] ὑπὸ τὸ **F**. 20 ΝΞ] N- corr. ex H **A**, -Ξ corr. ex Z **B**. ἐστιν] **A**, e corr. **B**, comp. **CD**, ἐστι̅ e corr. **F**, ἐστι **BF**. ἡ (pr.)] ins. **A**², om. **D**. ἄρα] **AD**, om. **BCF**. ὑπὸ] e corr. **A**², ἡ e corr. **D**, om. **BCF**. ΡΠΟ] **BCA**², P- e corr. **F**, ΡΟΠ **AD**. ὀρθή] ἔσται ὀρθή **B**, ἄρα ὀρθή **F**. ἐστιν] om. **B**, mut. in ἔσται **A**².

perpendicularis est. quoniam igitur in sphaera paralleli circuli sunt, per polos autem eorum recta aliqua ducta est AK, recta AK ad singulos circulos ΔΛΜ, ΝΗΞ, ΒΕΓ perpendicularis est et per centra eorum sphaeraeque uenit (I 10); puncta igitur Σ, Π, O centra sunt circulorum ΔΛΜ, ΝΗΞ, ΒΕΓ. et quoniam plana parallela ΔΛΜ, ΝΗΞ, ΒΕΓ plano aliquo ΑΒΓ secantur, communes eorum sectiones parallelae sunt (Eucl. XI 16); itaque ΔΜ, ΝΞ, ΒΓ inter se parallelae sunt. rursus, quoniam duo plana parallela ΝΗΞ, ΒΕΓ plano aliquo ΑΗΚ secantur, communes eorum sectiones parallelae sunt (ib.); itaque ΗΠ, rectae ΘΟ parallela est. quoniam igitur duae rectae inter se tangentes ΝΠ, ΠΗ duabus rectis inter se tangentibus ΒΟ, ΟΘ parallelae sunt non in eodem plano positae, angulos aequales comprehendunt (Eucl. XI 10); itaque $\angle \mathrm{N\Pi H} = \angle \mathrm{BO\Theta}$. et quoniam circuli ΝΗΞ, ΔΕΖ ad circulum ΑΒΓ perpendiculares sunt, etiam communis sectio circulorum ΝΗΞ, ΔΕΖ ad circulum ΑΒΓ perpendicularis est (Eucl. XI 16). communis autem eorum sectio est HP; itaque etiam HP ad circulum ΑΒΓ perpendicularis est; quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in plano circuli ΑΒΓ positas rectos angulos efficiet (Eucl. XI def. 3). tangit autem rectam HP utraque ΠΡ, ΡΟ in plano circuli ΑΒΓ posita; itaque uterque angulus ΗΡΠ, ΗΡΟ rectus est. et quoniam AK ad ΝΞ perpendicularis est (Eucl. XI def. 3), $\angle \mathrm{P\Pi O}$ rectus est. quoniam igitur $\angle \mathrm{P\Pi O}$ rectus est, $\angle \mathrm{\Pi OP}$ acutus est; quare etiam $\mathrm{OP} > \mathrm{P\Pi}$ (Eucl. I 19). ponatur igitur $\mathrm{PT} = \mathrm{\Pi P}$, et iungatur HT. quoniam igitur $\mathrm{\Pi P} = \mathrm{PT}$, communis autem HP, duae ΠΡ, ΡΗ duabus ΡΤ, ΡΗ aequales sunt altera alteri. et rectus angulus ΠΡΗ recto angulo ΤΡΗ aequalis est; itaque basis ΗΠ basi HT aequalis est, et triangulus ΠΡΗ triangulo ΤΡΗ aequalis est, et reliqui anguli reliquis angulis, sub quibus latera aequalia subtendunt, aequales erunt (Eucl. I 4); itaque $\angle \mathrm{H\Pi P} = \angle \mathrm{HTP}$.



21 ΡΟΠ **D**. 22 ἐστὶν **A**, comp. **C**. καὶ] del. **A**². 24 δύο] mut. in δυσὶ **A**². ΡΤ] mut. in ΤΡ **A**². 26 τρίγωνον] corr. ex τριγώνων **A**. ἐστίν] **A**, comp. **C**, ἐστί **BDF**. 28 πλευραὶ] e corr. **F**. ΗΠΡ] ante Π del. 1 litt. **C** (macula). ὑπὸ (alt.)] corr. ex πὸ **B**.

γωνίᾳ. ἀλλ᾽ ἡ ὑπὸ ΗΠΡ γωνία τῇ ὑπὸ ΘΟΒ γωνίᾳ ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΤΡ ἄρα τῇ ὑπὸ ΘΟΒ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΗΟΡ ὀρθὴν ἔχον τὴν πρὸς τῷ Ρ γωνίαν, καὶ διῆκταί τις ἡ ΗΤ, ἡ ΟΡ ἄρα πρὸς τὴν ΡΤ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΡΤΗ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΡΟΗ γωνίαν. ἴση δὲ ἡ μὲν ΡΤ τῇ ΡΠ, ἡ δὲ ὑπὸ ΡΤΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΘΟΒ· καὶ ἡ ΟΡ ἄρα πρὸς τὴν ΡΠ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΟΘ γωνία πρὸς τὴν ΡΟΗ. ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ ΡΟ πρὸς τὴν ΡΠ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΟΔ πρὸς τὴν ΔΣ, τουτέστιν ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΔΜ, ὡς δὲ ἡ ΒΟΘ γωνία πρὸς τὴν ΗΟΡ γωνίαν, οὕτως ἐστὶν ἡ ΒΘ περιφέρεια πρὸς τὴν ΔΗ περιφέρειαν· καὶ ἡ ΖΔ ἄρα πρὸς τὴν ΔΜ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΘ περιφέρεια πρὸς τὴν ΔΗ περιφέρειαν. καί ἐστιν ἡ μὲν ΔΖ διάμετρος τῆς σφαίρας, ἡ δὲ ΔΜ διάμετρος τοῦ ΔΛΜ κύκλου· ἡ ἄρα τῆς σφαίρας διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ ΔΛΜ κύκλου διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΘ περιφέρεια πρὸς τὴν ΔΗ περιφέρειαν.

ιβʹ.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστοι κύκλοι τοῦ αὐτοῦ τῶν παραλλήλων ἐφάπτωνται ὁμοίας ἀφαιροῦντες περιφερείας τῶν παραλλήλων κύκλων τὰς μεταξὺ αὐτῶν, ἄλλος δέ τις μέγιστος κύκλος λοξὸς ὢν πρὸς τοὺς παραλλήλους μειζόνων ἐφάπτηται, ἢ ὧν οἱ ἐξ ἀρχῆς ἐφήπτοντο, καὶ τέμνῃ τοὺς τοῦ αὐτοῦ ἐφαπτομένους μεταξὺ τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων καὶ οὗ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἐφήπτοντο, ἡ διπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον, οὗ ἐφάπτεται ὁ λοξὸς κύκλος, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων κύκλου περιφέρεια ἡ μεταξὺ τῶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἐφαπτομένων πρὸς τὴν τοῦ λοξοῦ κύκλου περιφέρειαν τὴν μεταξὺ τῶν αὐτῶν κύκλων.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστοι κύκλοι οἱ ΑΒ, ΓΔ τοῦ αὐτοῦ τῶν παραλλήλων ἐφαπτέσθωσαν τοῦ ΑΓ κατὰ τὰ Α, Γ σημεῖα ὁμοίας ἀφαιροῦντες περιφερείας τῶν παραλλήλων κύκλων τὰς μεταξὺ αὐτῶν, ἄλλος δέ τις μέγιστος κύκλος λοξὸς ὢν πρὸς τοὺς παραλλήλους ὁ ΕΖ μειζόνων ἐφαπτέσθω, ἢ ὧν οἱ ΑΒ, ΓΔ ἐφάπτονται, καὶ τεμνέτω τοὺς ΑΒ, ΓΔ μεταξὺ τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων καὶ οὗ οἱ ΑΒ, ΓΔ ἐφάπτονται, τοῦ ΑΓ κύκλου, ἔστω δὲ μέγιστος μὲν τῶν παραλλήλων κύκλων ὁ ΜΒΖ, οὗ δὲ ἐφάπτεται ὁ ΕΖ, ἔστω ὁ ΕΗ. λέγω, ὅτι ἡ διπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν τοῦ ΕΗ κύκλου διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΔ περιφέρεια πρὸς τὴν ΘΚ περιφέρειαν.

1 ὑπὸ (pr.)] ὑπὸ **C**. ΘΟΒ] ΘΣΒ **C**, -Β e corr. 2 ΗΤΡ] Η- supra scr. **A**, ins. etiam **A**². Post ἄρα supra add. γωνία **A**². ἐστι] ἴση ἐστί **F**. ἐστιν **A**, comp. **C**. 3 ἔχων **A**, sed corr. τῷ] τὸ **B**. ΗΤ] Η- in ras. **A**. 4 μείζωνα **A**, sed corr. ΡΤΗ] corr. ex ΡΤ **B**². 5 ΡΟΗ] corr. ex ΡΗ **B**². 6 post alt. ἡ ins. ὑπὸ **A**². 7 ante ΡΟΗ supra add. ὑπὸ **A**². 8 ΔΖ] -Ζ in

uerum $\angle H\Pi P = \angle \Theta OB$; quare etiam $\angle HTP = \angle \Theta OB$. et quoniam HOP triangulus est angulum ad P positum rectum habens, et perducta est recta aliqua HT, erit $OP : PT > \angle PTH : \angle POH$ (u. schol.). uerum $PT = P\Pi$ et $\angle PTH = \angle \Theta OB$; quare etiam $OP : P\Pi > \angle BO\Theta : \angle POH$. uerum $PO : P\Pi = O\Delta : \Delta\Sigma$ (Eucl. VI 4) $= \Delta Z : \Delta M$ (Eucl. V 15), et ut angulus BOΘ ad angulum HOP, ita arcus BΘ ad arcum ΔH (Eucl. VI 33); quare etiam ZΔ ad ΔM maiorem rationem habet quam arcus BΘ ad arcum ΔH. et ΔZ diametrus sphaerae est, ΔM autem diametrus circuli ΔΛM; ergo diametrus sphaerae ad diametrum circuli ΔΛM maiorem rationem habet, quam arcus BΘ ad arcum ΔH.

XII.

Si in sphaera circuli maximi eundem parallelorum contingunt a circulis parallelis similes arcus inter eos positos abscindentes, alius autem aliquis circulus maximus ad parallelos obliquus maiores contingit, quam quos circuli ab initio positi contingebant, et circulos eundem contingentes secat inter maximum parallelorum eumque, quem circuli ab initio positi contingebant, recta duplo maior diametro sphaerae ad diametrum circuli, quem contingit circulus obliquus, maiorem rationem habet quam arcus circuli maximi parallelorum inter circulos eundem circulum contingentes positus ad arcum circuli obliqui inter eosdem circulos positum.

in sphaera enim circuli maximi AB, ΓΔ eundem parallelorum AΓ in punctis A, Γ contingant a circulis parallelis similes arcus abscindentes inter eos positos, alius autem aliquis circulus maximus ad parallelos obliquus EZ maiores contingat, quam quos AB, ΓΔ contingunt, et circulos AB, ΓΔ secet inter maximum parallelorum eumque, quem AB, ΓΔ contingunt, circulum AΓ, maximus autem circulorum parallelorum sit MBZ, quem autem EZ contingit, sit EH. dico, rectam duplo maiorem diametro sphaerae ad diametrum circuli EH maiorem rationem habere, quam arcus BΔ ad arcum ΘK.

ras. **B**. Post ἡ ins. ὑπὸ **A**². 9 post pr. τὴν ins. ὑπὸ **A**². ΗΟΡ] mut. in ΡΟΗ **A**². ΒΘ] corr. ex ΒΔ **F**. 11 περιφεριφέρεια **A**, corr. **A**². 12 διάμετρος] ⊙ˣ **D**. ἡ ἄρα—κύκλου (13)] supra scr. **C**². 14 ΔΗ] edd., ΔΜ **ABCDF**. 15 ιβʹ] mg. ext. **B**². 17 κύκλων] om. **B**. 19 ἢ] εἰ **B**. 20 τοὺς τοῦ αὐτοῦ] e corr. **A**². 21 ἐφήπτοντο] -ή- in ras. **A**. διαπλασίων **F**. 27 τὰ] corr. ex τοὺς **F**. 30 καὶ—ἐφάπτονται (31)] mg. sup. **C**² (·6.). 32 ΜΒΖ] **AD**, ΜΒ **C**, ΜΒΞ **BFA**². 33 διπλάσιον **A**, sed corr.

ἔστω γὰρ ὁ πόλος τῶν παραλλήλων τὸ Λ σημεῖον, καὶ διὰ τοῦ Λ καὶ ἑκάστου τῶν Ε, Θ, Κ σημείων μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΛΕΜ, ΛΘΝ, ΛΚΞ, διὰ δὲ τοῦ Κ παράλληλος κύκλος γεγράφθω ὁ ΟΚ, διὰ δὲ τοῦ Θ μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ΘΠ ἐφαπτόμενος τοῦ ΕΗ κύκλου κατὰ τὸ Π.

ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ δύο παράλληλοί εἰσι κύκλοι οἱ ΟΚ, ΕΠΗ, καὶ γεγραμμένοι εἰσὶ δύο μέγιστοι κύκλοι οἱ ΕΘΚΖ, ΟΘΠ ἐφαπτόμενοι τοῦ ΕΠΗ κατὰ τὰ Ε, Π, διὰ δὲ τοῦ Θ σημείου καὶ τοῦ πόλου τοῦ Λ μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΛΘΡ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΟΡ τῇ ΡΚ· ἡ ἄρα ΡΣ τῆς ΡΚ ἐλάσσων ἐστίν· ἡ ΣΚ ἄρα τῆς ΚΡ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλῆ. ἀλλ' ἡ μὲν ΣΚ τῇ ΒΔ ἐστιν ὁμοία, ἡ δὲ ΚΡ τῇ ΝΞ· καὶ ἡ ΒΔ ἄρα τῆς ΝΞ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλῆ. καὶ ἐπεὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ ΕΗ κύκλου διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΜΝ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΘ περιφέρειαν, ἔχει δὲ καὶ ἡ ΜΝ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΘ περιφέρειαν μείζονα λόγον ἤπερ ἡ ΝΞ περιφέρεια πρὸς τὴν ΘΚ περιφέρειαν, καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἄρα διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ ΕΠΗ κύκλου διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΝΞ περιφέρεια πρὸς τὴν ΘΚ περιφέρειαν. καὶ τὰ διπλάσια τῶν ἡγουμένων· ἡ ἄρα διπλασία τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν τοῦ ΕΠΗ κύκλου διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ τῆς ΝΞ περιφερείας διπλῆ πρὸς τὴν ΘΚ περιφέρειαν. ἡ δὲ τῆς ΝΞ περιφερείας διπλῆ πρὸς τὴν ΘΚ περιφέρειαν μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΔ περιφέρεια πρὸς τὴν ΘΚ· ἡ γὰρ τῆς ΝΞ διπλῆ μείζων ἐστὶ τῆς ΒΔ· πολλῷ ἄρα ἡ διπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν τοῦ ΕΠΗ κύκλου διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΔ περιφέρεια πρὸς τὴν ΘΚ περιφέρειαν.

ιγ'.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι ἴσας περιφερείας ἀφαιρῶσι μεγίστου τινὸς κύκλου πρὸς τὸν μέγιστον τῶν παραλλήλων, διὰ δὲ τῶν γενομένων σημείων γραφῶσι μέγιστοι κύκλοι ἢ διὰ τῶν πόλων τῶν

1 τὸ] τὸ | τὸ **B.** 2 γεγράφθωσαν] renouat. in γεγράφθω **C**². 3 ΛΚΞ] ΛΚΖ **B**, -Z in ras. διὰ] corr. ex τοῦ **C.** τοῦ] postea ins. **C.** γεγράφθω **D**, ut solet. 4 ΟΚ] ΑΚ **C.** δὲ] supra scr. **B.** In fig. Σ postea add., Z ex Ξ corr. **C.** Z in circulo ΜΒΝΔΞ positum est in codd. 6 εἰσιν **A.** οἱ] supra scr. **A.** καὶ—ΟΘΠ (7)] mg. **F**² (κείμενον, in fine ras. 1 litt.). 7 ΟΘΠ] ὁ ΘΠ **D.** 9 ΛΘΡ] ΛΘΒ postea supra add. Ρ **C.** ΟΡ] corr. ex ΟΘ **C.** 9. 10 ἡ ἄρα ΡΣ] **AD**, ἡ ΡΣ ἄρα **CF**, καὶ ἡ ΡΣ ἄρα **BA**². 10 ΡΚ] ΡΚΟ **C.** τῆς (alt.)] τῇ **B.** ΚΡ] in ras. **A.** 11 ὁμοία] ἴση **C.** ΝΞ] ΝΖ **B.** 12 ΝΖ **B.** 15 ΝΞ] ΝΖ **B.** 17 ΕΠΝ **C.** ΝΞ] ΝΖ **B.** 19 ΕΠΗ] -Η ins. **F.** 20 τῆς ΝΞ] in ras. **D.** ΝΞ] corr. ex ΝΖ **B.** 21 ΝΞ] corr. ex ΝΖ **B.** διπλῆ] supra scr. **B.** 23 ΝΞ] ΝΖ **BC**, corr. **B.** διπλῆ] **AD**, om. **BCF.** διπλάσιον **A**, sed corr. in scrib. 24 post κύκλου del. περιφέρειαν **C.** 26 ιγ'] mg. ext. **B**². 27 ἀφαιρῶσιν **A**, ἀφαιρῶσι̅ **C.** 29 γραφῶσιν **A.**

nam polus parallelorum sit punctum Λ, et per Λ singulaque puncta Ε, Θ, Κ circuli maximi describantur (I 20) ΛΕΜ, ΛΘΝ, ΛΚΞ, per Κ autem circulus parallelus describatur ΟΚ, per Θ autem circulus maximus describatur ΘΠ circulum ΕΗ contingens in Π (II, 15).

quoniam igitur in sphaera duo circuli paralleli sunt ΟΚ, ΕΠΗ, et descripti sunt duo circuli maximi ΕΘΚΖ, ΟΘΠ circulum ΕΠΗ contingentes in Ε, Π, per Θ punctum autem polumque Λ circulus maximus descriptus est ΛΘΡ, ΟΡ arcui ΡΚ aequalis est (u. schol.); quare ΡΣ arcu ΡΚ minor est; ΣΚ igitur minor est quam duplo maior arcu ΚΡ. uerum ΣΚ arcui ΒΔ similis est, ΚΡ autem arcui ΝΞ (II 10); quare etiam ΒΔ minor est quam duplo maior arcu ΝΞ. et quoniam diametrus sphaerae ad diametrum circuli ΕΗ maiorem rationem habet quam arcus ΜΝ ad arcum ΕΘ (prop. XI), habet autem etiam arcus ΜΝ ad arcum ΕΘ maiorem rationem quam arcus ΝΞ ad arcum ΘΚ (prop. X, Eucl. V 8), etiam diametrus sphaerae ad diametrum circuli ΕΠΗ maiorem rationem habet quam arcus ΝΞ ad arcum ΘΚ. et sumptis duplis praecedentium (cfr. Eucl. V 4) recta dupla diametri sphaerae ad diametrum circuli ΕΠΗ maiorem rationem habet quam duplus arcus ΝΞ ad arcum ΘΚ. duplus autem arcus ΝΞ ad arcum ΘΚ maiorem rationem habet quam arcus ΒΔ ad ΘΚ (Eucl. V 8); nam duplus arcus ΝΞ maior est arcu ΒΔ; ergo multo magis recta dupla diametri sphaerae ad diametrum circuli ΕΠΗ maiorem rationem habet quam arcus ΒΔ ad arcum ΘΚ.

XIII.

Si in sphaera circuli paralleli a circulo aliquo maximo ad maximum parallelorum aequales arcus abscindunt, per puncta autem ita orta circuli maximi describuntur aut per polos par-

παραλλήλων ἢ τοῦ αὐτοῦ τῶν παραλλήλων ἐφαπτόμενοι, ἴσας ἀπολήψονται περιφερείας ἀπὸ τοῦ μεγίστου τῶν παραλλήλων τὰς μεταξὺ αὐτῶν.

ἐν γὰρ σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι οἱ ΑΒ, ΓΔ μεγίστου τινὸς κύκλου τοῦ ΑΔ περιφερείας τὰς ΑΕ, ΕΔ ἴσας ἀφαιρείτωσαν πρὸς τὸν μέγιστον τῶν παραλλήλων τὸν ΖΕΗ, καὶ διὰ τῶν Α, Ε, Δ σημείων μέγιστοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΑΖΓ, ΘΕΚ, ΒΗΔ ἤτοι διὰ τῶν πόλων τῶν παραλλήλων ἢ τοῦ αὐτοῦ τῶν παραλλήλων ἐφαπτόμενοι. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΖΕ τῇ ΕΗ περιφερείᾳ.

ἐπεὶ γὰρ ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι οἱ ΑΒ, ΓΔ μεγίστου τινὸς κύκλου τοῦ ΑΔ περιφερείας τὰς ΑΕ, ΕΔ ἴσας ἀφαιροῦσι πρὸς τὸν μέγιστον τῶν παραλλήλων τὸν ΖΗ, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΒ κύκλος τῷ ΓΔ κύκλῳ. ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ ἴσοι τε καὶ παράλληλοι οἱ ΑΒ, ΓΔ μεγίστου τινὸς κύκλου τοῦ ΚΘ περιφερείας τὰς ΘΕ, ΕΚ ἀφαιροῦσι πρὸς τὸν μέγιστον τῶν παραλλήλων τὸν ΖΗ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΕ τῇ ΕΚ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΕ τῇ ΕΔ ἴση· καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἄρα ἐπὶ τὸ Θ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὸ Δ ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ· καὶ ἡ ΑΘ ἄρα περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ ΚΔ περιφερείᾳ. καί εἰσιν ἴσοι οἱ κύκλοι· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΘ περιφέρεια τῇ ΚΔ περιφερείᾳ. ἀλλ' ἡ μὲν ΑΘ τῇ ΖΕ ἐστιν ὁμοία, ἡ δὲ ΚΔ τῇ ΕΗ ἐστιν ὁμοία· καὶ ἡ ΖΕ ἄρα τῇ ΕΗ περιφερείᾳ ὁμοία ἐστίν. καί εἰσι τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΕ περιφέρεια τῇ ΕΗ περιφερείᾳ.

ιδʹ.

Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐφάπτηται, ἄλλος δέ τις μέγιστος κύκλος λοξὸς ὢν πρὸς τοὺς παραλλήλους μειζόνων ἐφάπτηται, ἢ ὧν ὁ ἐξ ἀρχῆς ἐφήπτετο, ἀνομοίας ἀπολήψονται περιφερείας τῶν παραλλήλων κύκλων τὰς μεταξὺ αὐτῶν, καὶ μείζονες ἢ ὅμοιαι ἔσονται αἰεὶ αἱ ἔγγιον ὁποτερουοῦν τῶν πόλων τῆς πορρώτερον.

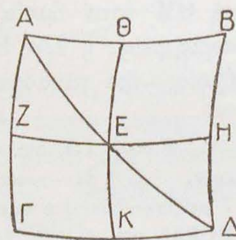
ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓ κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τοῦ ΑΔΞ ἐφαπτέσθω κατὰ τὸ Α σημεῖον, ἄλλος δέ τις μέγιστος κύκλος ὁ ΒΕΓ λοξὸς ὢν πρὸς τοὺς παραλλήλους μειζόνων ἐφαπτέσθω, ἢ ὧν ὁ ΑΒΓ ἐφάπτεται. λέγω, ὅτι ἀνομοίας ἀπολήψονται περιφερείας

1 ἐφαπτόμενοι—παραλλήλων (2)] mg. C (§). 4 τὰς] corr. ex τῆς C. 5 παραλλήλη C, sed corr. Δ] postea ins. C. 7 ἢ] supra scr. A. 8 ΖΕ] AC, ΖΕ περιφέρεια BDFA². τῇ ΕΗ] in ras. A. περιφερείᾳ] πε- in ras. A. 10 ΑΔ] mut. in ΑΕΔ A². ἀφαιροῦσιν A. 11 ἴσος] e corr. B. 12 ante οἱ ins. κύκλοι mg. A². 15 ἔστι] seq. ras. 1 litt. B, ἔστιν A, ἔστι C. 16 ἴση—pr. καὶ (17)] supra scr. C² (καὶ comp. etiam C supra scr.). ἐστὶν A, comp. C². K] e corr. A. ἐπιζευγνυμένῃ] -γν- e corr. A². 17 καὶ ἡ— κύκλοι (18)] AD; καί εἰσιν ἴσοι οἱ κύκλοι· ἡ ΑΘ ἄρα περιφέρεια (om. C) ἴση ἐστὶ τῇ ΚΔ περιφερείᾳ BCF; A² del. καὶ pr. lin. 17 supra add. α̅ˢ, supra ἡ add. Γˢ, supra alt. καὶ β̅ˢ, supra ὁμοία lin. 18 δ̅ˢ. ἐστὶ] ἐστὶν A. 19 ἡ δὲ— ὁμοία (20)] bis B. 20 ΖΕ] mut. in ΕΖ A². ἐστίν] A, comp. C, ἐστί BDF. εἰσιν A. In fig. arcus ΖΗ ad partes superiores uersus curuus est in B, H] corr. ex K B, K] corr. ex H B; τοῦ ι̅δ̅ adscr. C. 22 ιδʹ] mg. ext. B². 24 πρὸς] om. C. 27 ἔγγειον A, corr. A². πολλῶν A, sed corr. 28 πορρώτερον] seq. ras. 1 litt. A. 29 ΑΒΓ] A- e corr. A.

allelorum aut eundem parallelorum contingentes, a maximo parallelorum arcus inter eos positos aequales abscindent.

in sphaera enim circuli paralleli AB, ΓΔ a circulo aliquo maximo AΔ arcus AE, EΔ ad maximum parallelorum ZEH aequales abscindant, et per puncta A, E, Δ circuli maximi describantur AZΓ, ΘEK, BHΔ aut per polos parallelorum aut eundem parallelorum contingentes. dico, ZE arcui EH aequalem esse.

quoniam enim in sphaera circuli paralleli AB, ΓΔ a circulo aliquo maximo AΔ arcus AE, EΔ ad maximum parallelorum ZH aequales abscindunt, circulus AB circulo ΓΔ aequalis est (II 17). quoniam igitur in sphaera circuli AB, ΓΔ aequales parallelique a circulo aliquo maximo KΘ ad maximum parallelorum ZH arcus ΘE, EK abscindunt, ΘE arcui EK aequalis est (II 18). uerum etiam AE arcui EΔ aequalis est; quare etiam recta ab A ad Θ ducta rectae a K ad Δ ductae aequalis est (prop. III); quare etiam arcus AΘ arcui KΔ aequalis est (Eucl. III 28). et circuli aequales sunt; itaque arcus AΘ arcui KΔ similis est. uerum AΘ arcui ZE similis est, KΔ autem arcui EH similis (II 10 uel II 13); quare etiam ZE arcui EH similis est. et eiusdem circuli sunt; ergo arcus ZE arcui EH aequalis est.



XIV.

Si in sphaera circulus maximus circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, contingit, alius autem aliquis circulus maximus ad parallelos obliquus maiores contingit, quam quos circulus ab initio positus contingebat, a circulis parallelis arcus inter eos positos dissimiles abscindent, et proximi quique alterutri polorum remotiore maiores erunt quam similes.

in sphaera enim circulus maximus ABΓ circulum aliquem eorum, qui in sphaera sunt, AΔΞ contingat in puncto A, alius autem aliquis circulus maximus BEΓ ad parallelos obliquus maiores contingat, quam quos ABΓ contingit. dico, eos a parallelis

τῶν παραλλήλων τὰς μεταξὺ αὐτῶν, καὶ μείζονες ἢ ὅμοιαι ἔσονται αἰεὶ αἱ ἔγγιον ὁποτερουοῦν τῶν πόλων τῆς πορρώτερον.

εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τοῦ λοξοῦ κύκλου τοῦ ΒΓ δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Ε, Κ, καὶ διὰ τῶν Ε, Κ σημείων τῷ ΑΔΞ κύκλῳ παράλληλοι κύκλοι γεγράφθωσαν οἱ ΖΕΗ, ΘΚΛ. λέγω, ὅτι ἡ μὲν ΕΗ περιφέρεια τῆς ΚΛ περιφερείας μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία, ἡ δὲ ΘΚ περιφέρεια τῆς ΖΕ περιφερείας μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία.

γεγράφθωσαν γὰρ διὰ τῶν Ε, Κ σημείων μέγιστοι κύκλοι οἱ ΔΕΜ, ΞΝΚ ἐφαπτόμενοι τοῦ ΑΔΞ, ὥστε ἀσύμπτωτον εἶναι τὸ μὲν ἀπὸ τοῦ Δ ἡμικύκλιον ὡς ἐπὶ τὰ Μ μέρη τῷ ἀπὸ τοῦ Α ἡμικυκλίῳ ὡς ἐπὶ τὰ Θ μέρη, τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ Ξ ἡμικύκλιον ὡς ἐπὶ τὰ Κ μέρη τῷ ἀπὸ τοῦ Α ἡμικυκλίῳ ὡς ἐπὶ τὰ Λ μέρη.

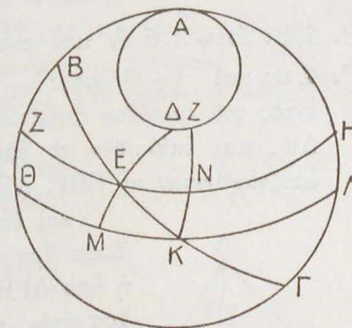
ἐπεὶ οὖν ἀσύμπτωτά ἐστι τὰ ΑΛ, ΞΚ ἡμικύκλια, καὶ μεταξὺ αὐτῶν κύκλων παραλλήλων περιφέρειαί εἰσιν αἱ ΝΗ, ΚΛ, ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΝΗ περιφέρεια τῇ ΚΛ περιφερείᾳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΖΕ τῇ ΘΜ ἐστιν ὁμοία. καὶ ἐπεὶ ὁμοία ἐστὶν ἡ ΝΗ περιφέρεια τῇ ΚΛ περιφερείᾳ, ἡ ἄρα ΕΗ περιφέρεια τῆς ΚΛ περιφερείας μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΘΚ τῆς ΖΕ μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία.

---

1 αἰεὶ] **AD**, om. **BCF**. 2 ἔγγειον **A**, corr. **A**². πορώτερον **A**, sed corr. 6 ἡ δὲ—ὁμοία (7)] **BDF**, mg. **A** (·b., κείμενον add. **A**²), supra scr. **C**². 7 μείζων—ὁμοία] e corr. **A**² (compp. scripta **A**). 10 ἡμικύκλιον] **D**, comp. **BCFA**², om. **A**. 14 κύκλω **B**, sed corr. ΚΛ] corr. ex Λ **B**. 15 δὴ] δὲ **C**. 16 ΝΗ] Ν- e corr. **A**. περιφέρεια ⁚+⁚ **A**, signum in ras. τῇ ΚΛ περιφερείᾳ] mg. **A** (⁎·, κείμενον add. **A**²). τέλος τοῦ τρίτου in fine add. **F**². In fig. Ξ om. **F**.

arcus inter eos positos dissimiles abscindere, et proximos quosque alterutri polorum remotiore maiores esse quam similes.

in obliquo enim circulo ΒΓ duo quaelibet puncta sumantur Ε, Κ, et per puncta Ε, Κ circulo ΑΔΞ paralleli circuli describantur ΖΕΗ, ΘΚΛ. dico, arcum ΕΗ arcu ΚΛ maiorem esse quam similem, arcum ΘΚ autem arcu ΖΕ maiorem quam similem.



per puncta enim Ε, Κ circuli maximi describantur ΔΕΜ, ΞΝΚ circulum ΑΔΞ contingentes (II 14), ita ut semicirculus a Δ ad partes Μ uersus cum semicirculo ab Α ad partes Θ uersus non concurrat, semicirculus autem a Ξ ad partes Κ uersus cum semicirculo ab Α ad partes Λ uersus non concurrat.

quoniam igitur semicirculi ΑΛ, ΞΚ non concurrunt, et inter eos positi sunt arcus circulorum parallelorum ΝΗ, ΚΛ, arcus ΝΗ arcui ΚΛ similis est (II 13). eadem igitur de causa etiam ΖΕ arcui ΘΜ similis est. et quoniam arcus ΝΗ arcui ΚΛ similis est, arcus ΕΗ arcu ΚΛ maior est quam similis. eadem igitur de causa etiam ΘΚ arcu ΖΕ maior est quam similis.

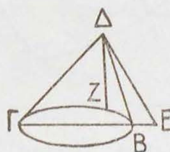
SCHOLIA

Liber I.

Prop. I.

1 P. 4, 9: ἔστω^(] ∈ ἔν τισι νενοήσθω.

2 P. 4, 9: καὶ^(∞)] + Θέωνος: — Δεδείχθω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Δ κάθετος ἐντὸς τοῦ ἐπιπέδου πεσεῖται. εἰ γὰρ δυνατόν, πιπτέτω ἐκτός, ὡς ἡ ΔΕ, καὶ ἐκβληθὲν τὸ ἐπίπεδον συμβαλλέτω τῷ Ε σημείῳ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΒΓ, ΔΒ, ΔΓ.



καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Ε γωνία, ἀμβλεῖα ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνία. καί ἐστιν ἴση αὐτῇ ἡ ὑπὸ ΔΓΒ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΔΒ τῇ ΔΓ· αἱ ἄρα πρὸς τοῖς Β, Γ σημείοις γωνίαι δύο ὀρθῶν εἰσι μείζονες· ὅπερ ἀδύνατον. ὁμοίως δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τῶν Β, Γ σημείων πεσεῖται ἡ κάθετος· ἐκτὸς ἄρα.

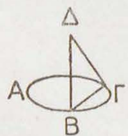
ἄλλως. συμβαλλέτω τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας κατὰ τὸ Ζ ἡ κάθετος. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Ε γωνία, μείζων ἄρα ἡ ΔΒ τῇ ΔΕ. ἴση δὲ ἡ ΔΒ τῇ ΔΖ· μείζων ἄρα ἐστιν ἡ ΔΖ τῆς ΔΕ· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον.

3 P. 4, 9—10: διὰ τὸ $\overline{ια}$ τοῦ $\overline{ια}$ τῶν Στοιχείων.

4 P. 4, 9—10: καὶ ἀπὸ τοῦ Δ, φησίν, ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον κάθετος ἤχθω ἡ ΔΕ. ἐροῦμεν, ὅτι πάντως ἐντὸς πίπτει τῆς ΑΒΓ γραμμῆς.

εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἐπ' αὐτῆς ἢ ἐκτὸς πεσεῖται.

πιπτέτω πρότερον ἐπ' αὐτῆς καὶ ἔστω ἡ ΔΒ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὴν ΑΒΓ γραμμὴν προσπιπτέτω ἡ ΔΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Δ κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας, ἡ δὲ γραμμὴ διὰ τῆς ἐπιφανείας, ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΔΓ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΒ ἐστιν ἴση. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΒΓ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΔΓΒ. τοῦ ΒΓΔ ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθαί



1 E. **2** lin. 5—15 mg. sup. E f. 88^{v} (ad initium Sphaericorum), 16—19 E ibid. mg. ext. **3** B. **4** D.

7 τῷ] τὸ **E**. 8 ἐπεζεύχθω ἡ **E**. 16 τὸ] -ο in ras. **E**. Z] ΔZ **E**. 17 τῷ E γωνίᾳ] τὸ EΓ **E**. Fig. om. **E**. 22 ΑΒΓ] Hultsch, AB **D**. 24 ΔB] Hultsch; AB **D**, A- in ras. 25 ΑΒΓ] Hultsch, AB **D**. 28 ΔΒΓ] Tannery, ΑΒΓ **D**. 29 ΔΒΓ] Hultsch, ΑΒΓ **D**. 30 ὀρθαί] ὀρθαῖς ἴσαι Hultsch.

εἰσιν· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ διὰ τῆς γραμμῆς ἐπίπεδον κάθετος ἀγομένη πίπτει ἐπὶ τῆς γραμμῆς.

λέγω δή, ὅτι οὐδὲ ἐκτός.

εἰ γὰρ δυνατόν, πιπτέτω καὶ συμβαλλέτω τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ πάλιν προσβεβλήσθω ἡ ΔΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΕ. ἐπεὶ οὖν τὸ Ε σημεῖον ἐκτός ἐστι τῆς ΑΒΓ γραμμῆς, καὶ τῆς σφαιρικῆς ἄρα ἐπιφανείας ἐκτός ἐστιν· ὥστε ἡ ΔΕ μείζων ἐστὶ τῆς ΔΒ· καὶ γωνία ἄρα ἡ ΔΒΕ μείζων ἐστὶ τῆς ΔΕΒ. καί ἐστιν ὀρθὴ ἡ ΔΕΒ· μείζων ἄρα ὀρθῆς ἡ ΔΒΕ· ὅπερ ἄτοπον.

P. 4, 15: διὰ τὸ μζ' τοῦ α' τῶν Εὐκλείδου. **5**

P. 4, 26: κέντρον] ∸ τοῦ κύκλου δηλονότι. **6**

Prop. II.

P. 6, 1: διὰ τὸ πρὸ αὐτοῦ. **7**

P. 6, 2: διὰ τὸ $\overline{α}$ τοῦ $\overline{γ}$ τῶν Στοιχείων. **8**

P. 6, 3: διὰ τὸ $\overline{ιβ}$ τοῦ $\overline{ια}$ τῶν Στοιχείων. **9**

P. 6, 8: οὐ γὰρ ἂν εἴποιμεν, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον πεσεῖται· καὶ ἔσονται ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀνεσταμέναι· ὅπερ ἄτοπον. **10**

P. 6, 9: διὰ τὸ πόρισμα. **11**

Prop. III.

P. 6, 25: ἔστι γὰρ ἐν μὲν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας ὁ κύκλος, ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ ἡ εὐθεῖα. **12**

P. 6, 26—28: διὰ τοῦ β' τοῦ γ' τῶν Εὐκλείδου. **13**

Prop. IV.

P. 8, 20: διὰ τοῦ ιη' τοῦ γ' τῶν Εὐκλείδου. **14**

P. 8, 25—26: διὰ τοῦ δ' τοῦ ια' τοῦ Εὐκλείδου. **15**

Prop. V.

P. 8, 30: ἀπὸ τοῦ ιθ' τοῦ τρίτου βιβλίου τοῦ Εὐκλείδου γνώριμόν ἐστι τοῦτο. **16**

5 Dr. **6** E. **7** Dr. **8** B. **9** B. **10** Dr (⫲). **11** Dr. **12** A^3 Dr. **13** A^3 (ante nr. 12) B Dr. **14** A^3 B Dr. **15** A^3 B Dr. **16** A^3 Dr.

1 Δ] Tannery, A **D**. 5 ΔB] Tannery, AB **D**. 9 ΔB] -B e corr. **D**. ΔBE] Tannery, ABE **D**. ΔBE] corr. ex ABE **D**. 10 ΔEB (pr.)] Tannery, AEB **D**. Fig. om. **D**, aliam add. Hultsch. 20 ἔσονται] Hultsch, ἔσται **D**. 24 post μὲν del. ἐν **A**. 26 διὰ τοῦ] δι^τ' **D**, διὰ τὸ **B**. Εὐκλείδου] στοιχείων **B**. 28 τοῦ (pr.)] τὸ **B**. τοῦ Εὐκλείδου] τῶν στοιχείων **B**.

17 P. 10, 10: ἐδείχθη τοῦτο τὸ ἀδύνατον ἐν τῷ ιγ′ τοῦ ια′ τῶν Εὐκλείδου βιβλίου.

18 P. 10, 10: διὰ τὸ ιγ′ τοῦ ια′.

Prop. VI.

19 P. 10, 14: καὶ τοῦτο γνώριμον ἀπὸ τοῦ η′ τοῦ γ′ τῶν Εὐκλείδου, πλὴν ἐκεῖ ἐπὶ εὐθειῶν ὁ λόγος.

20 P. 10, 21: διὰ τοῦ β′ ἢ διὰ τοῦ μετ᾽ αὐτό.

21 P. 10, 23—24: διὰ τὸ πόρισμα τοῦ α′.

22 P. 12, 2—3: διὰ τὸν ὅρον τοῦ ια′ τῶν Εὐκλείδου τὸν λέγοντα· εὐθεῖα πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἀπτομένας.

23 P. 12, 6: διὰ τὸ ιζ′ τοῦ α′ τῶν Στοιχείων.

24 P. 12, 7: ὡς ὑποτείνουσα τὴν ὀρθήν.

25 ὡς ὑποτεινούσης τὴν ἐλάσσονα.

26 διὰ τὸ ιθ′ τοῦ α′ τῶν Στοιχείων.

27 P. 12, 16—17: διὰ τὸ ιδ′ τοῦ γ′ βιβλίου τῶν Εὐκλείδου.

28 P. 12, 19—20: διότι καὶ ἄμφω ὀρθὰς γωνίας ὑποτείνουσι τὰς πρὸς τῷ Θ καὶ Κ.

29 διὰ τὸ μζ′ τοῦ α′ τῶν Εὐκλείδου.

Prop. VII.

30 P. 14, 2: ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἄνισα, τὰ καταλειπόμενα ἄνισα.

31 P. 14, 9: τοῦτο τὸ θεώρημα ἀντίστροφόν ἐστιν τοῦ α′ [θεωρήματος] πορίσματος τοῦ ἐν τῷ α′ θεωρήματι τῶν Σφαιρικῶν.

32 P. 14, 10: δοκεῖ πρότερον εἶναι τοῦ πρὸ αὐτοῦ κειμένου.

33 P. 14, 18: ὡς ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.

34 P. 14, 21—22: διὰ τὸ η′ τοῦ α′ τῶν Εὐκλείδου.

35 P. 14, 22—23: διὰ τοῦ ὅρου τοῦ πρώτου τῶν Εὐκλείδου Στοιχείων.

36 P. 14, 27: διὰ τοῦ δ′ τοῦ ια′ τοῦ Εὐκλείδου.

Prop. VIII.

37 P. 16, 8: διὰ τὸ πόρισμα τοῦ $\overline{\alpha}$.

38 P. 16, 14—16: διὰ τὸ ἀντίστροφον τοῦ ὅρου τοῦ $\overline{\iota\alpha}$ τῶν Στοιχείων.

---

17 A^{3}D^{r}. 18 B. 19 A^{3}D^{r} (+). 20 A^{2}. 21 BC^{2}. 22 A^{2}BC^{2}D^{r}. 23 BC^{2}. 24 A^{i}D^{r}. 25 A^{i}D^{r}. 26 BC^{2}. 27 A^{2}D^{r}. 28 A^{i}D^{r} (*r*). 29 A^{2}D^{r}. 30 C^{2}. 31 C^{2}. 32 A^{4}. 33 A^{i}. 34 A^{2}BC^{2}D^{r}. 35 A^{2}D^{r}. 36 A^{2}C^{2}D^{r}. 37 B. 38 BC^{2}.

---

2 β^{υ}ιλ **D**. 3 ια′] $\overline{\iota\alpha}$ (sic semper) seq. ras. **B**. 6 ἐπὶ] ἐπεὶ **A**^{3}. 9 Εὐκλείδου] στοιχείων **BC**^{2}. alt. τὸν—ἀπτομένας (10)] om. **C**^{2}. 11 α′ τῶν Στοιχείων] $\overline{\iota\alpha}$ **B**. 15 διὰ τὸ] δι^{τ} **D**, ut solet. 20 ἀνίσων] immo ἴσων. 21 θεωρήματος] deleo. 25 η′] δ′ **A**^{2}**D**. Εὐκλείδου] στοιχείων **BC**^{2}. 27 διὰ τοῦ] **A**^{2}, δι$^{τ)}$ **D**, διὰ τὸ **C**^{2}.

P. 16, 14—16: διὰ τὸ πρὸ τούτου. 39

P. 16, 17: ὡς ἀπὸ κέντρου. 40

P. 16, 20—21: διὰ τοῦ ὅρου τοῦ βιβλίου τούτου· κύκλου πόλος ἐν σφαίρᾳ λέγεται. 41

Prop. IX.

P. 18, 8—9: διὰ τὸ μζ′ τοῦ α′ τῶν Εὐκλείδου. 42

διὰ τὸ καὶ ἄμφω ὀρθὰς ὑποτείνειν. 43

P. 18, 18: διὰ τὸ δ τοῦ $\overline{\alpha}$. 44

Prop. X.

P. 18, 23: ἀντίστροφον τοῦ πρὸ αὐτοῦ. 45

P. 18, 28: ὡς ἀπὸ τοῦ πόλου. 46

P. 20, 2: διὰ τὸ η′ τοῦ α′ τῶν Εὐκλείδου. 47

P. 20, 16: διὰ τοῦ θ′ τούτου τοῦ βιβλίου. 48

P. 20, 18—19: διὰ τοῦ ζ′ τούτου τοῦ βιβλίου. 49

P. 20, 19—20: διὰ τὸ πόρισμα τοῦ β′ τούτου τοῦ βιβλίου. 50

Prop. XI.

P. 20, 26: κύκλος γὰρ κύκλον οὐ τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο. 51

P. 22, 3—4: διὰ τοῦ γ′ τοῦ ια′ τῶν Εὐκλείδου Στοιχείων. 52

P. 22, 7—8: διὰ τοῦ ὅρου τοῦ α′ τῶν Εὐκλείδου Στοιχείων. 53

Prop. XII.

P. 22, 10: ἀντίστροφον τῷ πρὸ αὐτοῦ. 54

P. 22, 25: διὰ τοῦ ς′ τούτου τοῦ βιβλίου. 55

Prop. XIII.

P. 24, 6: τοῦ κύκλου δηλονότι. 56

P. 24, 14—15: διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ ὅρου τοῦ ια′ Εὐκλείδου. 57

P. 24, 18: διὰ τὸ πόρισμα [τοῦ α′ θεωρήματος]. 58

P. 24, 27: διὰ τὸ η′ [τούτου τοῦ βιβλίου]. 59

Prop. XIV.

P. 26, 2: ἀντίστροφον. 60

---

39 A^{2}D^{r}. 40 A^{i}. 41 A^{2}D^{r}. 42 A^{2}D^{r}. 43 A^{i}D^{r}. 44 B. 45 C^{2}. 46 C^{2}. 47 A^{2}C^{2}D^{r}. 48 A^{2}D^{r}. 49 A^{2}D^{r}. 50 C^{2}. 51 C^{2}. 52 A^{2}BD^{r}. 53 A^{2}D^{r}. 54 A^{2}D^{r}. 55 A^{2}D^{r}. 56 C^{2} (supra πόλων). 57 AD^{r}. 58 AD^{r}. 59 AD^{r}. 60 A^{2}D^{r}.

---

7 καὶ] om. **D**. 12 η′] **C**^{2}, δ′ **A**^{2}**D**. α′] lac. **C**^{2}. 18 τοῦ (pr.)] τὸ **B**. τῶν—Στοιχείων] om. **B**. 25 ια′] **A**^{2}, ιγ′ **AD**. 26 τοῦ α′ θεωρήματος] **A**^{2}**D**, om. **A**. 27 η′] in ras. **A**^{2}. τούτου τοῦ βιβλίου] **A**^{2}**D**, om. **A**.

61 P. 26, 17—18: διὰ τὸ ζ′ [τούτου τοῦ βιβλίου].
62 P. 26, 19—20: διὰ τὸ ιη′ Εὐκλείδου τοῦ ια′.
63 P. 26, 26: διὰ τὸ η′ [τούτου τοῦ βιβλίου].

Prop. XV.

64 P. 28, 2: ἀντίστροφον τοῦ πρὸ αὐτοῦ.
65 ἀντιστρόφιον τοῖς πρὸ αὐτοῦ δύο.
66 P. 28, 13—14: διὰ τὸ ι′.
67 P. 28, 14—15: διὰ τὸ ιη′ Εὐκλείδου τοῦ ια′.
68 P. 28, 17—18: διὰ τὸ ιγ′.

Prop. XVI.

69 P. 28, 29: διὰ τὸ πόρισμα τοῦ β′ καὶ διὰ τὸ η′.
70 P. 30, 6—7: διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ ὅρου Εὐκλείδου.
71 P. 30, 10: διὰ τοῦ δ′ τοῦ α′ βιβλίου τοῦ Εὐκλείδου.

Prop. XVII.

72 P. 30, 16: ἀντίστροφον [τοῦ πρὸ αὐτοῦ].
73 P. 30, 22: πᾶσαι γὰρ δύο εὐθεῖαι τέμνουσαι ἀλλήλας ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ διὰ τὸ β′ τοῦ ια′.
74 P. 30, 26: ὡς ἐκ τοῦ πόλου τοῦ ΑΒΓ κύκλου.
75 P. 30, 29: διὰ τοῦ ὅρου τούτου τοῦ βιβλίου τοῦ λέγοντος· κύκλου πόλος ἐν σφαίρᾳ.
76 P. 32, 2: διὰ τὸ ιε′.

Prop. XVIII.

77 P. 32, 6: ἀντὶ τοῦ ἴσην τῇ διαμέτρῳ θέσθαι.
78 P. 32, 10: διὰ τοῦ κβ′ τοῦ α′ βιβλίου τῶν Εὐκλείδου.
79 P. 32, 12—13: διὰ τοῦ ια′ τοῦ α′ βιβλίου τῶν Εὐκλείδου.
80 P. 32, 18—19: διὰ τοῦ δ′ τοῦ α′ βιβλίου τοῦ Εὐκλείδου.
81 P. 32, 19—20: μία γάρ ἐστιν ἡ ὑποτείνουσα ἡ ΑΓ.

61 A C² Dr. 62 A C² Dr. 63 A C² Dr. 64 A⁵ Dr. 65 E. 66 A C² Dr. 67 A C² Dr. 68 A C² Dr. 69 A C² Dr. 70 AB C² Dr. 71 A² Dr. 72 A² BC² Dr. 73 Aᵐ C² Dr. 74 C². 75 A² Dr. 76 A Dr. 77 C². 78 A² Dr. 79 A² Dr. 80 A² Dr. 81 Aⁱ Dr (inter lin.).

1 ζ′] ιζ′ C². τούτου τοῦ βιβλίου] A² D, om. AC². 2 τὸ] C² D, ⁰ₜ A, ut saepius in seqq. ια′] A² D, ιγ′ A, ια′ τῶν στοιχείων C². 3 τούτου τοῦ βιβλίου] A² D, om. AC². 8 ια′] A² C² D, ιγ′ A. 11 pr. τὸ] in ras. mai. A. η′] om. C². 15 ἀντιστροφὴ B. τοῦ πρὸ αὐτοῦ] BC², om. A² D. 16 ευθιαι A seq. ras. 1 litt. τέμνουσαι ἀλλήλας] C², om. AD. 17 διὰ—ια′] om. C². ια′] Tannery, ιγ e corr. A³, ιβ D. 26 δ′] η′ Tannery (u. nr. 34, 47).

P. 32, 19—20: διὰ τὸ κα τοῦ γ τῶν Στοιχείων. 82
διὰ τὸ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βεβηκέναι περιφερείας τῆς ΑΓ. 83
ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματί εἰσιν· διὰ τὸ κα′ τοῦ γ′ Εὐκλείδου. 84

P. 32, 20: ἐν κύκλῳ γάρ ἐστι τὸ ΔΕΗΖ τετράπλευρον. ἐὰν γὰρ τὴν ΔΗ δίχα τέμωμεν καὶ κέντρῳ τῷ κατὰ τὴν διχοτομίαν σημείῳ, διαστήματι δὲ ὁποτέρῳ τῶν Δ, Η κύκλον γράφωμεν, ἥξει καὶ διὰ τῶν Ε, Ζ σημείων διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς Ε, Ζ σημείοις γωνίας· ὥστε τὸ ΔΕΗΖ τετράπλευρον ἐν κύκλῳ ἐστίν· καὶ οὕτως ἔσται ἡ ΔΕΖ γωνία τῇ ΔΗΖ ἴση ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι οὖσα τῷ ΔΕΗΖ. 85

Lin. 7: εἰ γὰρ οὐχ ἥξει ὁ κύκλος καὶ διὰ τῶν Ε, Ζ σημείων, ἢ ὑπερβήσεται ταῦτα ἢ τούτων ἐντὸς διασχεθήσεται. ὑπερπιπτέτω πρότερον ταῦτα, καὶ ἀπὸ τῶν Δ, Η σημείων πρός τινι σημείῳ τῶν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ τῷ ΔΚΗ ἀχθήτωσαν εὐθεῖαι αἱ ΔΚ, ΗΚ· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΚΗ ὀρθή· ἐν ἡμικυκλίῳ γάρ· ἀλλὰ καὶ ἐλάττων τῆς ὑπὸ ΔΕΗ διὰ τὸ κα′ θεώρημα τοῦ πρώτου τῶν Στοιχείων ὀρθῆς καὶ αὐτῆς κατασκευασθείσης· ὅπερ ἄτοπον· ὀρθὴ γὰρ ὀρθῆς μείζων καὶ ἐλάττων οὐκ ἔστι. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, καὶ εἰ ἐντὸς τῶν Ε, Ζ σημείων ἥξει, τοῦτο τὸ ἄτοπον: — 86

Prop. XIX.

P. 34, 6—8: διὰ τοῦ κβ′ τοῦ α′ τῶν Εὐκλείδου. 87
P. 34, 10—11: διὰ τοῦ ια′ τοῦ α′ Εὐκλείδου. 88
P. 34, 16: διὰ τὸ ϛ′ τοῦ πρώτου βιβλίου. 89
P. 34, 17—18: διὰ τοῦ δ′ τοῦ α′ τῶν Εὐκλείδου. 90
P. 34, 18—19: μία γάρ ἐστιν ἡ ὑποτείνουσα. 91
ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι. 92
διὰ τὸ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι τοῦ κύκλου βεβηκέναι. 93
διὰ τὸ κα τοῦ γ′ τῶν Στοιχείων. 94
P. 34, 19: ἐδείχθη ἐν τῷ πρὸ αὐτοῦ. 95
P. 34, 24: διὰ τοῦ κϛ′ τοῦ α′ τῶν Εὐκλείδου. 96

82 B. 83 B C². 84 A (○ ☾) C² Dr (r). 85 A (☾) B (u. ad p. 34, 3) D (⋕ ad init. prop. XVIII). 86 B (·:·). 87 A² B Dr. 88 Aⁱ Dr. 89 B. 90 A². 91 Aⁱ Dr (inter lin.). 92 A² Dr. 93 C². 94 B. 95 in textu post ἴση ABCDF p. 34, 19, u. u. 96 A² Dr.

2 περιφερείας] om. C². 3 εἰσι C² D. γ′] D, ιγ A, om. C². 5 ἐν κύκλῳ γὰρ] om. B. 6 τέμνωμεν B. 8 Z] corr. ex ξ D, Z·:· B. 9 γωνίας·: B. ἐστί B, comp. D. οὕτως] οὔτε B. 10 ἡ] ἡ ὑπὸ B. τῇ] τῇ ὑπὸ B. ΔΕΗΖ ·6 B. 16 κᵅ/ B. 17 μείζων] μεγάλη B. 18 εἰ] ἡ B. 21 διάτ B. κθ D. Εὐκλείδου] στοιχείων B. 23 διατ B. τοῦ] καὶ comp. B. πρωτ B. 24 δ′] η′ Hultsch, u. ad p. 170, 26. 25 ἐστϊ D. 28 διατ B. 30 τοῦ] A² D.

Prop. XX.

97 P. 36, 10—11: διὰ τὸ ιζ′ [τούτου τοῦ βιβλίου].
98 P. 36, 14: καὶ τέμνουσιν ἀλλήλους διὰ τὸ ια′.
99 P. 36, 18—19: διὰ τοῦ ις′ τούτου τοῦ βιβλίου.

Prop. XXI.

100 P. 38, 2—3: διὰ τὸ λ′ τοῦ γ̄ τῶν Στοιχείων.
101 P. 38, 5—7: διὰ τὸ πρὸ αὐτοῦ.
102 P. 38, 9—10: ἐὰν ἴσα ἴσοις.
103 P. 38, 9: δὶς γὰρ τέμνεται.
104 P. 38, 10: διὰ τοῦ ια′ τούτου τοῦ βιβλίου.
105 P. 38, 12: διὰ τοῦ ιδ′ τούτου τοῦ βιβλίου.
106 P. 38, 14: οἱ γὰρ πόλοι αὐτοῦ ἐπὶ τῆς περιφερείας εἰσὶν τοῦ ZAΘ κύκλου καί εἰσι κατὰ διάμετρον ἐκ τῶν δειχθέντων.
107 P. 38, 14: ἐπεὶ γὰρ ὁ ZΘA τὸν ABΓ διὰ τῶν πόλων τέμνει, ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ ἐστιν ὁ πόλος· τμηθείσης οὖν ταύτης δίχα ἐπὶ τῆς διχοτομίας ἐστὶν ὁ πόλος.

εἰ γὰρ μὴ τὸ κατὰ τὴν διχοτομίαν σημεῖόν ἐστιν ὁ πόλος, ἔσται ἄλλο τι τῶν ἐπὶ τῆς περιφερείας ὁ πόλος. ἔστω τὸ K. αἱ τὰς KA, KZ ἀνίσους περιφερείας ἐπιζευγνύουσαι ἄρα καὶ αὗται ἄνισοί εἰσιν· οὐκ ἔστιν ἄρα πόλος τὸ K σημεῖον. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καί, ὅτι οὐδὲ ἕτερόν τι σημεῖόν ἐστιν ὁ πόλος πλὴν τοῦ κατὰ τὴν διχοτομίαν.

108 P. 38, 16—17: διὰ τὸ ια′.
109 P. 38, 27: διὰ τοῦ ιε′ τούτου τοῦ βιβλίου.

Prop. XXII.

110 P. 40, 4: τὸ παρὸν θεώρημα καὶ τὸ μετ᾽ αὐτὸ ἔν τισι τῶν ἀντιγράφων

---

97 A Dr. **98** A Dr. **99** A^2 Dr. **100** B. **101** A^2 (inter lin.) Dr. **102** C^2. **103** C^2 (supra ἡ ΔZ τῇ ZE p. 38, 9). **104** A^2 Dr. **105** A^2 B Dr. **106** AD. **107** BD (+). **108** A Dr. **109** A^2 Dr. **110** BD (+).

---

2 τούτου τοῦ βιβλίου] **A^2 D**, om. **A**. 3 τὸ] **AD**. 6 δια^τ' **B**. λ′] om. **B**. 11 διᾶ^τ **B**. τούτου τοῦ βιβλίου] om. **B**. 12 εἰσὶ **D**. 14 ἐπεὶ—ABΓ] **D**, καὶ ἐπεὶ **B**. τέμνει] αὐτὸν τέμνει ὁ ZΘA **B**. 15 ἐστι^ν **B**. 17 μὴ γὰρ **B**. 18 τι ἄλλο **B**. τῆς] τῆς ZA **B**. αἱ] ἄνισοι οὖν αἱ **B**. 19 ἀνίσους] -ίσους in ras. **D**. 19. 20 ἄρα—εἰσιν] om. **B**. 20 ἔστιν ἄρα] S̈ **B**. σημεῖον] om. **B**. 21 καί, ὅτι] **B**, ὅτι καὶ **D**, ὅτι [καὶ] Hultsch. ἐστιν ὁ πόλος] om. **B**. τοῦ] τὸ **B**. 22 διχοτομίαν] διχοτομίαν ὁ πόλος **B**. 24 διὰ τοῦ] **A^2**, δι^τ) **D**. 26 τὸ παρὸν—αὐτὸ] ταῦτα τὰ θεωρήματα **B**.

οὐχ εὑρίσκονται, τοῦτο μὲν ὡς σαφέστατον, τὸ δὲ μετ᾽ αὐτὸ ὡς τῷ ζ′ θεωρήματι ταὐτὸν ὄν, τῇ πτώσει δὲ μόνῃ διαφέρον.
P. 40, 7: ἐν τῷ τρίτῳ θεωρήματι τοῦ γ′ τῶν Εὐκλείδου. **111**

Prop. XXIII.

P. 40, 14: ἐδείχθη ἐν τοῖς κυκλικοῖς ἐν τῷ ιη′ τοῦ γ′ τῶν Εὐκλείδου. **112**
P. 40, 24: διὰ τοῦ δ′ τοῦ α′ τῶν Εὐκλείδου. **113**
P. 40, 28—29: διὰ τὸν ὅρον τοῦ ια′ βιβλίου Εὐκλείδου. **114**

---

111 A^2 (·/.) Dr. **112** A^2 Dr (+, ad extr. prop. XXII). **113** A^2 Dr. **114** A Dr.

---

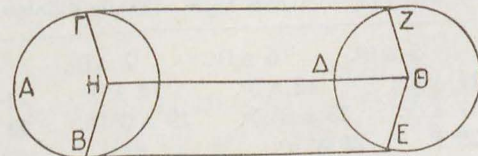
1 εὑρίσκεται **B**. τοῦτο] τὸ **B**. μετ᾽ αὐτὸ] om. **B**. τῷ] **B**, ἐν τῷ **D**. 2 ἑβδόμῳ **B**. πτώ **B**. 3 ἐν^τ) γ̄ **D**. 5 ἐν τῷ] ἐν^τ) **A^2 D**. ιη′] γ′ susp. Hultsch. 6 δ′] **A^2 D** (cfr. ad p. 170, 26), η′ Tannery. 7 ια′] **A^2 D**, ιγ′ **A**.

Liber II.

Prop. I.

P. 42, 4: ἔνιοι τὸ ᾱ θεώρμα β̄ τάττουσι καὶ τὸ β̄ πρῶτον. **1**
P. 42, 8: διὰ τοῦ κα′ τοῦ α′ βιβλίου. **2**
P. 42, 10—12: διὰ τοῦ ι′ τοῦ πρώτου. **3**
P. 42, 12—13: ἔστωσαν γὰρ δύο ἐπίπεδα παράλληλα τὰ ABΓ, ΔEZ, **4** ἑνὶ δὲ αὐτῶν τῷ ABΓ πρὸς ὀρθὰς ἔστω ἡ HΘ. λέγω, ὅτι καὶ τῷ ΔEZ ἐστι πρὸς ὀρθάς.

ἐκβεβλήσθω γὰρ διὰ τῆς HΘ ἐπίπεδα τὰ ΘB, ΘΓ καὶ ποιείτω κοινὰς τομὰς ἐν τοῖς ABΓ, ΔEZ ἐπιπέδοις τὰς HΓΘZ, ΘEHB. καὶ φανερόν, ὅτι αἱ HΓ, ΘZ, ΘE, HB παράλληλοί εἰσιν· ἐὰν γὰρ δύο ἐπί-



---

1 E. **2** A Dr. **3** A Dr. **4** A (o⊃) BD (+).

---

5 πρώτου] α′ **D**. 7 ἑνὶ δὲ] -ὶ δὲ in ras. **A**. τῷ ABΓ] mg. **B**. 8 τῷ] τὸ **B**. ἐστιν **A**, comp. **B**. 9 ΘB] e corr. **A**, HB **D**, E **B**. ΘΓ] HΓ Hultsch. 12 HΓΘZ] H- e corr. **A**, HΓZΘ Hultsch. ΘEBH Hultsch. 13 αἱ] καὶ αἱ **B**. 14 παράλληλαι **A**, sed corr. 15 δύο] β̄ **D**.

πεδα παράλληλα ὑπό τινος ἐπιπέδου τέμνωνται, αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσιν, ἄλλως τε ὅτι καὶ αὐτὰ τὰ ἐπίπεδα παράλληλά εἰσιν. καὶ φανερόν, ὅτι ὀρθαί εἰσιν αἱ πρὸς τῷ Θ σημείῳ γωνίαι, ἐπείπερ ἡ ΗΘ ὀρθή ἐστι πρὸς τὸ ΑΒΓ ἐπίπεδον· ὥστε καὶ τῷ διὰ τῶν Ε, Θ, Ζ ἐπιπέδῳ, τουτέστι τῷ ΔΕΖ, ἐστι πρὸς ὀρθάς.

5 P. 173, 13: διὰ τὸ ιϛ΄ τοῦ ια΄ Εὐκλείδου.
6 P. 174, 3: διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ ὅρου.
7 P. 174, 4—5: διὰ τὸ δ΄ τοῦ ια΄.
8 P. 42, 20—21: ἀπὸ τοῦ η΄ [τοῦ α΄ βιβλίου].

Prop. II.

9 P. 42, 25: ἀντίστροφον.
10 ἀντιστρόφιον τῷ πρὸ αὐτοῦ.
11 P. 44, 1: διὰ τοῦ ι΄ τοῦ α΄.
12 P. 44, 2: ἀπὸ τοῦ ι΄ τοῦ α΄.
13 P. 44, 3—4: διὰ τὸ ιδ΄ τοῦ ια΄ Εὐκλείδου.

Prop. III.

14 P. 44, 9—10: ἤγουν μόνον ἐφάψονται καὶ οὐ τεμοῦσιν ἀλλήλους.
15 P. 44, 15—16: ἀεὶ γὰρ αἱ κοιναὶ τομαί εἰσιν αἱ ἐπὶ τὰ σημεῖα, καθ᾽ ἃ τέμνουσιν, ἐπιζευγνύμεναι εὐθεῖαι.
16 P. 44, 15—16: ἐκβληθέντων τῶν δι᾽ αὐτῶν ἐπιπέδων.
17 P. 44, 18—19: ἀπὸ τοῦ ιε΄ [τοῦ α΄ βιβλίου].
18 P. 44, 23: ἀπὸ τοῦ ιθ΄ τοῦ ια΄ τῶν Εὐκλείδου.
19 P. 44, 25—26: διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ ὅρου.
20 P. 46, 1: διὰ τοῦ πορίσματος τοῦ ιϛ΄ τοῦ γ΄ Εὐκλείδου.
21 P. 46, 1—2: διὰ τὸ ιϛ΄ τοῦ γ΄ Εὐκλείδου.
22 P. 46, 3—4: διὰ τοῦ ὅρου τούτου τοῦ βιβλίου.

Prop. IV.

23 P. 46, 7: ἀντιστρόφιον τῷ πρὸ αὐτοῦ.
24 P. 46, 15—16: διὰ τὸ α΄ τοῦ β΄ βιβλίου.

---

5 A Dr. **6** A Dr. **7** A Dr. **8** A Dr. **9** A² Dr. **10** E. **11** A² Dr. **12** A Dr. **13** A D. **14** Aⁱ. **15** A Dr. **16** Aⁱ. **17** A Dr. **18** A C² Dr. **19** A C² Dr. **20** A² Dr. **21** A Dr. **22** A² Dr. **23** E. **24** A² Dr.

1 κοιναὶ αὐτῶν] lac. **B.** 2 οι̿ A, οι in ras. εἰσι **BD.** 4 ΗΘ] Η- e corr. **AD.** ὀρθή—ΑΒΓ] lac. **B.** ὥστε καὶ] ὥσ seq. lac. **B.** 5 ἐστι] ·/. A, om. **D.** In fig. A corr. ex Λ, Η corr. ex Π **B**, Η incert. **A.** 6 ια΄] corr. ex ιγ΄ **A²**. 8 ια΄] corr. ex ιγ΄ **A²**. 9 ἀπὸ τοῦ] **A**, διὰ τοῦ **A²**, δι^{τ)} **D.** τοῦ α΄ βιβλίου] **A² D**, om. **A.** 12 τ͡ **E.** 13 δι^{τ)} **D.** 18 αἱ (alt.)] om. **D.** 21 τοῦ α΄ βιβλίου] **A² D**, om. **A.** 23 τὸ ἀντίστροφον **C²**.

P. 46, 19: διὰ τὸ γ΄ [τούτου τοῦ βιβλίου]. **25**
ἀπὸ τοῦ πρὸ αὐτοῦ. **26**
P. 46, 20: ἀλλήλους δηλονότι. **27**
P. 46, 20: τὸ καὶ ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων καὶ τέμνειν ἀλλήλους. **28**

Prop. V.

P. 48, 1—2: διὰ τὸ κ΄ τοῦ α΄. **29**
P. 48, 2: ἀπὸ τοῦ πρὸ αὐτοῦ [ἤτοι τοῦ ια΄ τοῦ α΄]. **30**
P. 48, 4—5: διὰ τὸ ια΄ τοῦ α΄. **31**

Prop. VI.

P. 48, 19: δυνατὸν διὰ τοῦ α΄ τοῦ δ΄ τῶν Στοιχείων. **32**
P. 48, 23—24: διὰ τοῦ πρὸ τούτου ἤτοι τοῦ ε΄. **33**
P. 48, 26: διὰ τοῦ γ΄ τοῦ β΄. **34**
P. 48, 28—29: ἐπειδὴ οἱ μέγιστοι κύκλοι ἔτεμον ἀλλήλους κατὰ τὰ Β, Γ σημεῖα. **35**
ἐπεὶ μέγιστοί εἰσιν οἱ κατὰ τὰ Β, Γ σημεῖα τέμνοντες ἀλλήλους κύκλοι. **36**
P. 50, 1—2: διὰ τὸ κ΄ καὶ θ΄ καὶ ι΄. **37**
P. 50, 4—5: διὰ τοῦ β΄ τοῦ β΄ βιβλίου. **38**

Prop. VII.

P. 50, 10: ἀντίστροφον. **39**
P. 50, 17—18: ἀπὸ τοῦ πρὸ αὐτοῦ [ἤτοι τοῦ ϛ΄]. **40**
P. 50, 22: ὅτι ἀδύνατον ἐν σφαίρᾳ εἶναι τρεῖς κύκλους ἴσους καὶ παραλλήλους. **41**

Prop. VIII.

P. 52, 6: διὰ τὸ β΄ [τούτου τοῦ βιβλίου]. **42**

---

25 A Dr. **26** A C² Dr. **27** Aⁱ Dr (inter lin.). **28** Aⁱ Dr. **29** A C² Dr. **30** A C² Dr. **31** A C² Dr. **32** AB C² Dr. **33** A² B C² Dr. **34** A² B Dr. **35** A^m Dr. **36** E (∸). **37** A Dr. **38** A² Dr. **39** A² Dr. **40** AB C² Dr. **41** A² Dr. **42** A C² Dr.

1 τὸ] τ̊ **A**, τοῦ **A²**. τούτου τοῦ βιβλίου] **A² D**, om. **A.** 2 τοῦ] bis **D.** 6 τὸ] **C² D**, τ̊ **A**, τοῦ **A²**. 7 ἤτοι—α΄] **A² D**, om. **AC²**. 10 α΄] κα΄ Tannery (ad p. 48, 17 relat.). δ΄] **BC²**, α΄ in ras. **A**, Tannery; om. **D.** τῶν Στοιχείων] τῶν στοιχίων **A**, del. Tannery. 11 διὰ] ἀπὸ **BC²**. τούτου—ε΄] αὐτοῦ **BC²**. 12 διὰ] ἀπὸ **BC²**. τοῦ β΄] om. **BC²**. 13 ἀλλήλ^υ **A.** 14 σημεῖα] in ras. **A.** 17 corruptum, διὰ τὸ η΄ καὶ θ΄ τοῦ α΄ Hultsch. 21 ἀπὸ] διὰ **C²**. ἤτοι τοῦ ϛ] **A² D**, om. **ABC²**. 22 τρεῖς] γ̂ ἴσους **D.** ἴσους] om. **D.** 25 τὸ] **D**, τ̊ **A**, τ̂ **B**, τοῦ **A² C²**. τούτου τοῦ βιβλίου] **A² D**, om. **ABC²**.

43 P. 52, 6: περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους ὄντες ἐν σφαίρᾳ κύκλοι παράλληλοί εἰσι.

44 P. 52, 9: διὰ γὰρ τοῦ Ε καὶ ἑνὸς τῶν τοῦ ΑΒΓ πόλων ὁ ΑΕΓ.

45 διὰ τοῦ γ' τούτου τοῦ βιβλίου.

46 P. 52, 11—12: ἀπὸ τοῦ ϛ' τοῦ β'.

47 P. 52, 13: ἀπὸ τοῦ β'.

Prop. IX.

48 P. 54, 1: διὰ τοῦ τρίτου τοῦ ια' τῶν Στοιχείων.

49 P. 54, 3—4: ἀπὸ τοῦ ιε' τοῦ α'.

50 P. 54, 8—9: ἀπὸ τοῦ ιθ' τοῦ ια' τῶν Εὐκλείδου.

51 P. 54, 13—14: διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ ὅρου τοῦ ια'.

52 P. 54, 18: διὰ τοῦ γ' τοῦ τρίτου τῶν Στοιχείων.

Prop. X.

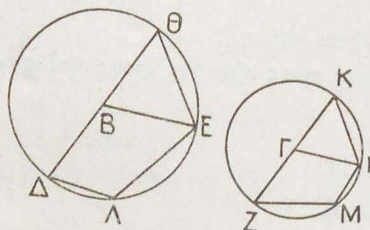
53 P. 56, 13—14: διὰ τὸ ιε' τοῦ α'.

54 P. 56, 22: ἀπὸ τοῦ ιϛ' τοῦ ια' τῶν Εὐκλείδου.

55 P. 56, 24—26: ἀπὸ τοῦ ι' τοῦ ια' τῶν Εὐκλείδου.

56 P. 56, 29—30: διὰ τοῦ κϛ' καὶ κζ' τῶν κυκλικῶν Εὐκλείδου.

57 δείκνυται ὁμοία οὕτως· ἔστωσαν γὰρ δύο κύκλοι, ὧν αἱ πρὸς τοῖς κέντροις γωνίαι ἴσαι ἔστωσαν αἱ Β, Γ. λέγω, ὅτι ὁμοία ἐστὶν ἡ ΔΕ περιφέρεια τῇ ΖΗ περιφερείᾳ.



ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ αἱ ΔΒ, ΖΓ ἐπὶ τὰ Θ, Κ, καὶ εἰλήφθω ἐφ' ἑκατέρας τῶν ΔΕ, ΖΗ τυχόντα σημεῖα τὰ Λ, Μ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΛ, ΛΕ, ΖΜ, ΜΗ καὶ ἔτι αἱ ΕΘ, ΗΚ.

καὶ ἐπεὶ αἱ πρὸς τοῖς κέντροις αἱ Β, Γ διπλασίους εἰσὶ τῶν

43 A^i (compp.). 44 A^i. 45 A^{2}B D^r. 46 A C^2 D^r. 47 B. 48 A C^2 D^r. 49 AB C^2 D^r. 50 AB C^2 D^r. 51 AB C^2 D^r. 52 A^{2}B C^2 D^r. 53 A D^r. 54 A C^2 D^r. 55 A D^r. 56 A^2 D^r. 57 A (©) BC (©) ED (#).

1 κύκλοι] ⊙ **A**. 4 διὰ] ἀπὸ **B**. τούτου τοῦ βιβλίου] om. **B**. 5 ϛ'] lac. **C**^{2}. 8 τρίτου] γ' **C**^{2}**D**. 11 τὸ ἀντίστροφον **C**^{2}. ια'] **A**^{2}**D**, ιγ' **ABC**^{2}. 12 τρι$^{τ'}$ **A**^{2}, γ' **BC**^{2}**D**. 14 τὸ] ᵒ̣τ **A**, τοῦ **A**^{2}. α'] in ras. **A**^{2}. 15 ιϛ'] lac. **C**^{2}. 18 οὕτως] ἡ ΖΓ περιφέρεια τῇ ΖΗ περιφερείᾳ τὸν τρόπον τοῦτον **E**. γὰρ] om. **E**. 19 γωνίαι] **AD**, γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΕ, ΖΓΗ **BC**^{2}**E**. αἱ Β, Γ] **AD**, om. **BC**^{2}**E**. 20 ΔΕ] **AD**, ΑΕ **BC**^{2}**E**. 21 ΔΒ] **A**^{2}**D**, ΑΒ **ABC**^{2}**E**. 23 τῶν] τῶν ϑ' **B**. ΔΕ] corr. ex Ε **B**. 25 ΔΛ] -Λ e corr. **D**, ΑΛ **BC**^{2}**E**. ΛΕ] Λ- e corr. **AD**. In figg. α—β **AC**^{2}**D**, rectas ΗΜ, ΜΖ om. **C**^{2}, rectas ΘΕ, ΚΗ om. **E**, Δ] ΑΕ, Λ] e corr. **E**, ΛΑ et ΜΖ ad diametros perpendiculares **E**. 28 Β, Γ] ὑπὸ **ABE**, ΖΓΗ **E**. τῶν (alt.)] ταῖς πρὸς τοῖς **E**.

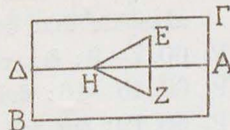
πρὸς ταῖς περιφερείαις τῶν Θ, Κ, ἴση δὲ ἡ πρὸς τῷ Β τῇ πρὸς τῷ Γ, ἴση ἄρα καὶ ἡ πρὸς τῷ Θ τῇ πρὸς τῷ Κ. καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλοις τετράπλευρά εἰσι τὰ ΘΔΛΕ, ΚΖΜΗ, αἱ ἀπεναντίον γωνίαι αἱ Θ, Λ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ὁμοίως δὲ καὶ αἱ Κ, Μ· ἴσαι ἄρα αἱ Θ, Λ ταῖς Κ, Μ. ὧν ἡ Θ τῇ Κ ἐδείχθη ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ Λ λοιπῇ τῇ Μ ἐστιν ἴση. ὅμοια δὲ τμήματα κύκλων εἰσὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι εἰσίν· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΛΕ τμῆμα τῷ ΖΜΗ τμήματι· ὥστε καὶ αἱ περιφέρειαι ὅμοιαί εἰσιν.

P. 58, 5—6: διὰ τοῦ ὅρου τοῦ α' βιβλίου· κύκλου γὰρ πόλος ἐν 58
σφαίρᾳ καὶ τὰ ἑξῆς.

Prop. XI.

P. 58, 27: ἐπίπεδον γὰρ τὸ ΓΔ ἐπιπέδῳ τῷ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἔστω, 59
κοινὴ δὲ αὐτῶν τομὴ ἔστω ἡ ΔΑ, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τοῦ ΓΔ ἐπιπέδου τυχὸν σημεῖον τὸ Ε. λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ ΑΒ ἐπίπεδον κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τῆς ΔΑ πεσεῖται.

μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐκτός, ὡς ἡ ΕΖ, καὶ συμβαλλέτω τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Ζ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὴν ΔΑ ἐν τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ κάθετος ἤχθω ἡ ΖΗ, ἥτις καὶ τῷ ΓΔ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΗ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΖΗ τῷ ΓΔ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν, ἅπτεται δὲ αὐτῆς ἡ ΕΗ οὖσα ἐν τῷ ΓΔ ἐπιπέδῳ, ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΗΕ γωνία. ἀλλὰ καὶ ἡ ΕΖ τῷ ΑΒ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν· ἡ ἄρα ὑπὸ ΕΖΗ ὀρθή ἐστι. τριγώνου δὴ τοῦ ΕΖΗ αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι· ὅπερ ἀδύνατον.



58 A^2 D^r. 59 A (o⊃) BCD (+) E (in textu post τομάς p. 58, 27).

1 ἴση δὲ] in ras. **A**. τῷ] corr. ex τὸ **C**^{2}. 2 Γ] in ras. **A**. ἄρα] ἔσται **B**. Θ] e corr. **A**. 3 εἰσι] ἐστι comp. **C**^{2}. ΘΔΛΕ] **D**, ΔΘΛΕ **A**, ΘΑΛΕ **BC**^{2}, ΘΑΛΑΕ **E**. 4 Θ] e corr. **A**^{2}, πρὸς τοῖς Θ **E**. εἰσί **B**. 5 post Λ supra add. γωνίαι **D**^{2}. 7 αἱ] Tannery, ἴσαι **ABC**^{2}**D**. γωνίαι] $\overset{ω}{γ}$αι **A**, $\overset{\tilde{ω}}{γ}$ **C**^{2}. ἴσαι] in ras. **A**. 8 ΔΛΕ] **A**^{2}**D**, ΑΛΕ **ABC**^{2}. ΖΜΗ] corr. ex ΖΗΜ **A**^{2}. περιφέρειαι] -ει- postea ins. **A**. 9 εἰσι **BC**^{2}. 13 supra schol. 59 τ.... λει λη θεώρη^{μα} **A**^{i}, cfr. Eucl. XI app. 3. τὸ] τῷ **B**. 14 αὐτῶν] in ras. **E**. τοῦ] τοῖς comp. **C**^{2}. 15 τὸ] τὰ **E**. 16 ἀγωμένη **A**. 17 μὴ] supra scr. **C**^{2}, καὶ **B**. συμβαλλε$^{τ'}$ **D**. 18 ΑΒ] corr. ex Α **C**^{2}. 19 ΑΒ] ΓΑΒ **E**. 20 ἡ ΖΗ, ἥτις] absumptum in **C**. 21 ἐστι **A**, comp. **C**^{2}. καὶ—ἐστιν (22)] **A**^{i}**D**, om. **BC**^{2}**E**. ὁμοίως—εἰσιν (9)] : ∾ **E**. 22 ΖΗ] **D**, ΞΗ **A**^{i}. τῷ] absumptum in **A**, ἐν τῷ **D**. ἐπιπέδῳ] om. **D**, -πέ- absumptum in **A**. 23 αὐτοῦ **E**. ΕΗ] ΕΚ? **C**^{2}. 25 ἄρα ὑπὸ] e corr. **D**. 26 δύο (alt.)] δυσὶν **E**. ὀρθὰς **A**, sed corr. ἴσαι] ἴσαι εἰσίν **E**.

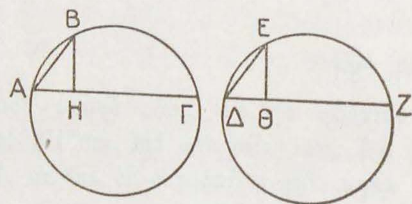
οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ ΑΒ ἐπίπεδον κάθετος ἀγομένη ἐκτὸς πεσεῖται τῆς ΔΑ· ἐπὶ τῆς ΑΔ ἄρα πεσεῖται.

60 P. 177, 24: διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ ὅρου.

61 P. 58, 32: διὰ τοῦ ὅρου τοῦ ια΄ τῶν Εὐκλείδου.

62 P. 60, 3 sqq.: ἔστωσαν γὰρ δύο τμήματα κύκλων ἴσα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἀπειλήφθωσαν ἴσαι περιφέρειαι αἱ ΑΒ, ΔΕ, ἀπὸ δὲ τῶν Β, Ε κάθετοι αἱ ΒΗ, ΕΘ. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΗ τῇ ΕΘ, ἡ δὲ ΑΗ τῇ ΔΘ.

ἐπεὶ γὰρ ὅλη ἡ ΑΒΓ ὅλῃ τῇ ΔΕΖ ἐστιν ἴση, ὧν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια λοιπῇ τῇ ΕΖ περιφερείᾳ ἴση ἐστίν. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΔΕ· γωνία ἄρα ἡ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ΕΔΖ ἐστιν ἴση, ἐπεὶ καὶ περιφέρεια ἡ ΒΓ περιφερείᾳ τῇ ΕΖ ἐστιν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ΑΗΒ ὀρθῇ τῇ ΔΘΕ· δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΒΑΗ, ΕΔΘ τὰς δύο γωνίας τὰς πρὸς τοῖς Α, Η ταῖς δύο γωνίαις ταῖς πρὸς τοῖς Δ, Θ ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ τὴν ΒΑ τῇ ΔΕ ἴσην, καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσαι ἔσονται, ἡ μὲν ΒΗ τῇ ΕΘ, ἡ δὲ ΑΗ τῇ ΔΘ.



63 P. 60, 7—9: διὰ τοῦ μζ΄ τοῦ α΄ τῶν Εὐκλείδου.

64 P. 60, 15—16: διὰ τοῦ δ΄ τοῦ α΄ τῶν Εὐκλείδου.

65 P. 60, 19: διὰ τοῦ κς΄ τοῦ γ΄ τῶν Εὐκλείδου.

Prop. XII.

66 P. 60, 21: ἀντίστροφον.

67 P. 62, 7—8: ὡς ἐν τῷ πρὸ αὐτοῦ ἀπεδείχθη.

68 P. 62, 10: οὕτω γὰρ ὑπετέθη.

69 P. 62, 18: διὰ τοῦ δ΄ τοῦ α΄ τῶν Εὐκλείδου.

70 P. 62, 19—21: διὰ τοῦ ὅρου τοῦ ια΄ τῶν Εὐκλείδου.

---

60 A D^r. **61** A^2 D^r. **62** A (☾) BC (☾) D (+). **63** A^2 D^r. **64** A^i D^r. **65** A^i D^r. **66** A^2. **67** A^m B C^2 D^r. **68** A^i D^r (inter lin.). **69** A^2 D^r. **70** A^2 D^r.

---

1 Ε] om. **B**?, in lac. add. $\mathbf{A}^2$. ἐπὶ] bis **E**. ΑΒ] ΗΒ $\mathbf{C}^2$. 2 ΑΔ] ΔΑ **B**. 5 δύο] β̄ **A**. 6 ΑΒ] seq. spat. 2 litt. $\mathbf{C}^2$. 8 ΔΘ] -Θ e corr. **B**. 10 ΔΕ] ΔΕ ἴση susp. Hultsch (at u. l. 17). τῇ ΕΖ λοιπῇ **B**. 15 ἴση ἐστίν **D**. ἔστι] corr. ex ἔτι? $\mathbf{C}^2$. 18 δύο (pr.)] β̄ **AD**. 19 ἴσαι **B**. 20 τὴν] τῇ **B**. ἴση $\mathbf{BC}^2$. λοιπαὶ] λοιπαὶ ἄρα Hultsch. Partem infra ΑΓ, ΔΖ positam in fig. om. $\mathbf{C}^2$; Θ] absumptum in **C**. 23 δ΄] η΄ Tannery, cfr. ad p. 168, 25. 30 ια΄] δ΄ **D**.

Prop. XIII.

P. 64, 33 sqq.: διὰ τοῦ ε΄ [τούτου τοῦ βιβλίου]. **71**

P. 66, 2—3: διὰ τὸ ιε΄ τοῦ α΄ βιβλίου. **72**

P. 66, 9: διὰ τοῦ ια΄ τούτου τοῦ βιβλίου. **73**

P. 66, 13: διὰ τὸ θ΄ [τούτου τοῦ βιβλίου]. **74**

P. 66, 17: διότι ἡ ΑΕΚ ἴση ἐδείχθη τῇ ΚΗΓ, καὶ ὅλη ἄρα τῆς ἡμισείας διπλῆ θέλει εἶναι. **75**

P. 68, 3: ἀπὸ τοῦ ι΄ [τούτου τοῦ βιβλίου]. **76**

P. 68, 8: δειχθήσεται γὰρ ὁμοίως ἡ ΕΖ τῇ ΚΛ ὁμοία· ὥστε καὶ τῇ ΑΝΒ ἐστιν ὁμοία. **77**

Prop. XIV.

P. 70, 6: διὰ τὸ ιζ΄ τοῦ α΄. **78**

P. 70, 10—11: διὰ τὸ γ΄ [τούτου τοῦ βιβλίου]. **79**

Prop. XV.

P. 70, 31: διὰ τοῦ ιζ΄ τοῦ α΄. **80**

P. 72, 2: διὰ τὸ γ΄ [τούτου τοῦ βιβλίου]. **81**

P. 72, 10—11: διὰ τὸ θ΄ [τούτου τοῦ βιβλίου]. **82**

P. 72, 13—14: καὶ γὰρ αὗται ἐκ τοῦ πόλου τοῦ ΑΒ κύκλου. **83**

P. 72, 21: διὰ τὸ ιε΄ τοῦ α΄. **84**

P. 74, 28—29: διὰ τὸ ιβ΄ [τούτου τοῦ βιβλίου]. **85**

P. 74, 29: ἐκ τοῦ πόλου γὰρ τοῦ ΕΓΗ. **86**

P. 74, 29 sq.: ἐὰν γὰρ γράφωμεν διὰ τῶν Θ, Ε μέγιστον κύκλον, ἡ ΘΕ περιφέρεια ἐκ τοῦ πόλου οὖσα τοῦ ΕΒΗ μεγίστου κύκλου τεταρτημόριον ἔσται· ὥστε ἡ ΘΕ τετραγώνου ἔσται. **87**

P. 74, 1—2: ἡ γὰρ ΛΝ ἴση τῇ ΒΘ. ἀλλ' ἡ ΒΘ τεταρτημόριον ἐκ **88**

---

71 A D^r. **72** A (post nr. 73) B, del. A^2. **73** A^2 D^r. **74** AB D^r. **75** A^2 D^r. **76** A D^r. **77** AB. **78** A D^r. **79** A D^r. **80** A^2 D^r. **81** AB D^r. **82** AB D^r. **83** A^i. **84** A D^r. **85** AB D^r. **86** A^i E (in textu post ΘΕ p. 72, 29). **87** mg. sup. B^2 (·/). **88** mg. sup. B^2 (☾).

---

2 τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, om. **A**. 3 α΄ βιβλίου] $\overline{αβ}$ **B**. 5 δχ̄ **A**, supra add. $\mathbf{A}^2$. τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, om. **AB**. 8 τοῦ (pr.)] e corr. **D**. τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, om. **A**. 10 ΑΝΒ] Α **B**. 12 τὸ] ⁰τ **A**, τοῦ $\mathbf{A}^2$. 13 τὸ] ⁰τ **A**, τοῦ $\mathbf{A}^2$. τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, om. **A**. 16 τὸ] ⁰τ **A**, τοῦ $\mathbf{A}^2$. τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, om. **AB**. 17 διατ' **B**, διὰ ⁰τ **A**, διὰ τοῦ $\mathbf{A}^2$. τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, om. **AB**. 18 καὶ] euan. **A**. 19 τὸ] ⁰τ **A**, τοῦ $\mathbf{A}^2$. 20 τὸ] ⁰τ **A**, τοῦ $\mathbf{A}^2$, τὸν **B**. τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, om. **AB**. 21 τοῦ—γὰρ] γὰρ τοῦ πόλου ἐστὶ **E**. ΕΓΗ] ΕΒΗ κύκλου **E**. 23 τεταρτημο^{ρί} $\mathbf{B}^2$. 25 τεταρτημο^{ρί} $\mathbf{B}^2$.

τοῦ πόλου οὖσα τοῦ ΕΒΗ μεγίστου κύκλου· καὶ ἡ ΛΝ ἄρα τεταρτημόριον, ὡς καὶ ἡ ΛΝ εὐθεῖα τετραγώνου ἔσται.

89 P. 74, 1—2: ἀπείληπται γὰρ ἡ ΝΛ περιφέρεια ἴση τῇ ΒΘ.
90 P. 74, 5: διὰ τὸ ιζ' τοῦ α'.
91 P. 74, 9—10: διὰ τὸ γ' [τούτου τοῦ βιβλίου].
92 P. 74, 28—29: εἰ οὕτως ἔσται, οὐκ ἀκριβῶς ἔσται μεταξὺ τῶν παραλλήλων καὶ ἴσων τὸ σημεῖον.
93 P. 76, 4: ἡ γὰρ ΝΗ ἴση τῇ ΓΒ.

Prop. XVI.

94 P. 76, 19: τοῦτο ἀντίστροφόν ἐστι τῷ δεκάτῳ.
95 P. 76, 21: ἤτοι ἑνός.
96 P. 78, 3: ἀπὸ τοῦ ι' [τούτου τοῦ βιβλίου].
97 P. 78, 15: ἀπὸ τοῦ ια'.
98 P. 78, 16—17: ἀπὸ τοῦ ιγ' [τούτου τοῦ βιβλίου].
99 P. 78, 17: ὡς ἦν ἐν τῇ πρώτῃ καταγραφῇ.
100 P. 78, 22—23: διὰ τοῦ η' τούτου τοῦ βιβλίου.
101 P. 78, 27—28: ἀπὸ τοῦ πρὸ αὐτοῦ.
102 P. 80, 1—2: ἀπὸ τοῦ ιγ' [τούτου τοῦ βιβλίου].

Prop. XVII.

103 P. 80, 21: ἀπὸ τοῦ ις' τοῦ ια' τῶν στερεῶν.
104 P. 80, 26: διὰ τοῦ κς' τοῦ γ' τῶν κυκλικῶν.
105 P. 82, 4—5: διὰ τοῦ ι' τούτου τοῦ βιβλίου.
106 P. 82, 16—17: ἴσας γὰρ περιφερείας ἐπιζευγνύουσιν.
107 P. 84, 1: διὰ τὸ θ' [τούτου τοῦ βιβλίου].
108 P. 84, 3—4: ἴσαι γὰρ ταύτας εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν ἡ ΔΓ, ΑΒ.
109 P. 84, 9—11: διὰ τὸ ιβ' [τούτου τοῦ βιβλίου].
110 P. 84, 16: ἐκ τοῦ ὅρου τῶν κυκλικῶν.

---

89 A (o⊃) B D^r. **90** A D^r. **91** AB D^r. **92** A^i. **93** B. **94** ABC D^r. **95** A^i. **96** ABC^2 D^r. **97** B (praue relatum, cfr. nr. 96). **98** ABC^2 D^r (bis). **99** A^i D^r (inter lin.). **100** A^2 D^r. **101** ABC^2 D^r. **102** ABC^2 D^r. **103** A D^r. **104** A^2 D^r. **105** A^2 D^r. **106** E (in textu ante ὁ). **107** AB D^r. **108** E (in textu post περιφερείᾳ). **109** A C^2 D^r. **110** A^2 D^r.

---

1 τεταρτημο^{ρι} $\mathbf{B}^2$. 3 ΝΛ] $\mathbf{BA}^2$, ΝΑ **AD**. 4 $\overset{o}{\tau}$ **A**, τοῦ $\mathbf{A}^2$. 5 $\overset{o}{\tau}$ **A**, τοῦ $\mathbf{A}^2$. τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, om. **AB**. 10 $\overset{o}{\tau}$ δεκα$^{τ'}$ $\mathbf{C}^2$. 12 ι'] γ' **B**, ια' $\mathbf{C}^2$. τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{C}^2\mathbf{D}$, om. **AB**. 14 τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, om. $\mathbf{ABC}^2$. 18 τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{C}^2\mathbf{D}$, om. **AB**. 24 $\overset{o}{\tau}$ **A**, τοῦ $\mathbf{A}^2$. τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, om. **AB**. 26 $\overset{o}{\tau}$ **A**, τοῦ $\mathbf{A}^2$. τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, om. $\mathbf{AC}^2$.

P. 84, 21: διὰ τούτου τοῦ θεωρήματος ἤτοι τῆς α' προτάσεως ὡς ἀποδειχθείσης. 111
P. 84, 22—23: διὰ τοῦ ϛ' τοῦ α' βιβλίου. 112

Prop. XVIII.

P. 84, 28: ἀντίστροφον. 113
P. 86, 6: οὕτως γὰρ ὑπετέθη. 114
P. 86, 10: ὡς ὑπετέθη. 115

Prop. XIX.

P. 86, 27—28: τουτέστι τὰ μείζονα τοῦ φανεροῦ πόλου ἴσα τοῖς αὐτοῖς τοῦ ἀφανοῦς καὶ τὰ ἐλάττονα τοῦ ἀφανοῦς ἐν τῷ φανερῷ πόλῳ ἴσα τοῖς ἐλάττοσι τοῦ φανεροῦ ἐν τῷ ἀφανεῖ. 116
P. 88, 5—6: διὰ τοῦ ιε' τοῦ α' βιβλίου. 117
P. 88, 18: ἀπὸ τοῦ πρὸ αὐτοῦ. 118
P. 88, 18—19: ὁμοίως ὡς ἐν τῷ ιζ' τοῦ β'. 119
P. 88, 24—25: διὰ τοῦ κθ' τῶν κυκλικῶν. 120
P. 88, 30—31: διὰ τοῦ κη' τῶν κυκλικῶν. 121

Prop. XX.

P. 90, 16—17: διὰ τὸ ι' [τούτου τοῦ βιβλίου]. 122

Prop. XXI.

P. 90, 24—25: [ὅρος τοῦ ια'] ἐπιπέδου γὰρ πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῶν πρὸς ὀρθὰς τῇ κοινῇ τομῇ ἀγομένων πρὸς τῷ αὐτῷ σημείῳ ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων. 123
P. 90, 25: τῶν κεκλιμένων κύκλων. 124
— : τουτέστιν μεῖζον ἀπέχει τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. 125
P. 90, 26: ὅτι μέγιστος κύκλος. 126
P. 92, 16—17: διὰ τοῦ ιε' τοῦ α' βιβλίου. 127
P. 92, 21—22: διὰ τὸ ιθ' τοῦ ια' Εὐκλείδου. 128
P. 92, 29—30: διὰ τοῦ ὅρου τοῦ ια' τῶν Εὐκλείδου. 129

---

111 A^2 D^r. **112** A^2 B C^2 D^r. **113** A^2 D^r. **114** A^i D^r (inter lin.). **115** A^i D^r (inter lin.). **116** A^5. **117** A^2 D^r. **118** ABC^2 D^r. **119** ABC^2 D^r. **120** A^2 D^r. **121** A^2 D^r. **122** A D^r. **123** A (+) B (+) D (+). **124** A^i. **125** A^i. **126** A^i (supra κεκλιμένος). **127** A^2 D^r. **128** A D^r, cfr. B. **129** A^2 D^r.

---

3 τοῦ (pr.)] $\mathbf{A}^2$, τὸ $\mathbf{BC}^2$. βιβλίου] τῶν σφαιρικῶν $\mathbf{BC}^2$. 14 ὡς] supra scr. **A**, om. $\mathbf{C}^2$. 18 $\overset{o}{\tau}$ **A**, τοῦ $\mathbf{A}^2$. τούτου τοῦ βιβλίου] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, om. **A**. 20 ὅρος τοῦ ια'] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, om. **AB**. κλίσις] -ι- in ras. $\mathbf{A}^2$. 22 αὐτὸ **AB**, sed corr. 24 ἀπέχῃ Hultsch. 27 $\overset{o}{\tau}$ **A**, τοῦ $\mathbf{A}^2$. ια'] $\mathbf{A}^2\mathbf{D}$, ιγ' **A**; pro hoc schol. in **B** ad p. 92, 16: διὰ τὸ ιθ' et paullo inferius διὰ τοῦ $\overline{ια}$ εὐκλείδου.

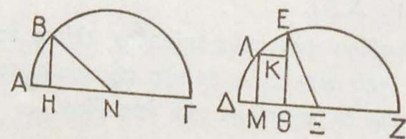
130 P. 92, 29—30: ὡς ἐν τοῖς ὅροις τῶν στερεῶν [τοῦ ια'].
131 P. 94, 5—7: διὰ τοῦ ια' τοῦ ια' Εὐκλείδου.
132 P. 94, 7—10: καθὰ προδέδεικται ἐν τῷ ια' τοῦ αὐτοῦ βιβλίου [ἤτοι ἐν τῷ λη' τοῦ ια' Εὐκλείδου].
133 P. 94, 16—17: διὰ τοῦ ἐναντίου τοῦ κδ' τῶν κυκλικῶν.
134 — : ἔστωσαν γὰρ δύο ἡμικύκλια ἴσα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ καὶ σημεῖα ἐπ' αὐτῶν τὰ Β, Ε καὶ ἀπ' αὐτῶν κάθετοι αἱ ΒΗ, ΕΘ, καὶ ἔστωσαν πρότερον ἴσαι. λέγω, ὅτι καὶ ἡ ΑΒ περιφέρεια τῇ ΔΕ περιφερείᾳ ἴση ἐστίν.

ἔστωσαν γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων τὰ Ν, Ξ, καὶ καταγεγράφθω.

ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΝ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΞ, καὶ τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΒΗΝ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΘΞ· ὧν ἡ ΒΗ ἴση τῇ ΕΘ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΗΝ τῇ ΘΞ ἐστιν ἴση. δύο οὖν αἱ ΘΞΕ δύο ταῖς ΗΝΒ ἴσαι εἰσὶ καὶ βάσις ἡ ΒΗ τῇ ΕΘ ἴση· γωνία ἄρα ἡ Ξ γωνίᾳ τῇ Ν ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ περιφέρεια ἡ ΑΒ περιφερείᾳ τῇ ΔΕ ἐστιν ἴση.

τούτων οὖν προαποδειχθέντων καὶ τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω ἡ ΕΘ κάθετος μείζων τῆς ΒΗ. λέγω, ὅτι καὶ περιφέρεια ἡ ΔΛΕ μείζων ἐστὶ τῆς ΑΒ περιφερείας.

ἀφῃρήσθω γὰρ τῇ ΒΗ ἴση ἡ ΘΚ, καὶ διὰ τοῦ Κ τῇ ΘΜ παράλληλος ἡ ΚΛ, διὰ δὲ τοῦ Λ τῇ ΚΘ παράλληλος ἡ ΛΜ· ἴση ἄρα ἡ ΛΜ τῇ ΚΘ. ἀλλ' ἡ ΚΘ τῇ ΒΗ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΒΗ ἄρα τῇ ΛΜ ἐστιν ἴση. καί εἰσιν ἀμφότεραι αἱ ΒΗ, ΛΜ κάθετοι· ἴση ἄρα ἡ ΑΒ



130 ADr. **131** A^2Dr. **132** ADr. **133** A^2Dr. **134** A (o⊃) B (o⊃) ED (o⊃).

1 τοῦ ια'] **A^2D**, om. **A**. 3 ἤτοι—Εὐκλείδου (4)] **A^2D**, om. **A**. 7 ἐπ' αὐτῶν] bis **D**, sed corr. 8 ἴσα **B**. καὶ (alt.)] om. **B**. περιφέρεια] comp. **A**, om. **D**. 9 περιφερείᾳ] comp. **A**, om. **D**. 10 καταγεγράφθω] ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΝ, ΕΞ Hultsch. 12 ἐπεὶ] ἐπὶ **A**, καὶ ἐπὶ **A^2**, καὶ ἐπεὶ **BED**. καὶ] om. **D**. ἄρα] om. **B**. 13 ΒΗΝ] ΒΗ **B**, ΒΗ ΗΝ **B^2**. ΕΘΞ] Tannery, ΕΘΖ **AD**, ΕΘ ΘΞ **BE**. 14 ἄρα] e corr. in scrib. **B**. ΝΗ **B**. 15 εἰσὶ] ·/:/. **A**, ⋀ **B**. ΒΝ **E**. 16 ἴση ἐστίν **B** (comp.) **E**. περιφέρεια] om. **B**. περιφερείᾳ] om. **B**. 19 ΒΗ] post ras. 1 litt. **A**. περιφέρεια] om. **B**. 20 περιφερείας] comp. ins. **B**. 21 καὶ] om. **B**. τοῦ] supra scr. **B**. 22 ἡ] seq. ras. 1 litt. **A**, ἤχθω ἡ Hultsch. 23 τῇ ΚΘ παράλληλος] lac. **B**. 24 ἴση ἄρα] compp. in ras. **A**. 27 εἰσι **B**. ἴση] comp. **AB**, ἴσαι **E**. ἡ] **D**, αἱ **ABE**.

περιφέρεια τῇ ΔΛ περιφερείᾳ· ὥστε ἡ ΔΛΕ μείζων ἐστὶ τῆς ΑΒ περιφερείας.
P. 94, 17—18: διὰ τὸ ις' τοῦ α' βιβλίου. 135
P. 94, 23—24: διότι καὶ ἡ ΑΚ περιφέρεια ἐλάσσων ἐδείχθη τῆς ΕΛ περιφερείας. καὶ ἔχεις καὶ τοῦτο διὰ τοῦ ἐναντίου τοῦ κζ' τῶν κυκλικῶν· ἐὰν γὰρ αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι ἴσαι, αἱ ἐπὶ ἀνίσων ἄνισοι. 136
P. 96, 17—18: διὰ τοῦ κδ' τῶν κυκλικῶν. 137
P. 96, 20—21: διὰ τοῦ ις' τοῦ α' βιβλίου. 138
P. 98, 2—5: διὰ τοῦ ὅρου τοῦ ια' τῶν Εὐκλείδου. 139

Prop. XXII.

P. 98, 24—26: διὰ τὸ ιθ'. 140
P. 100, 6—7: διὰ τὸ ͞κ τοῦ $α^{β}$. 141
P. 100, 9—10: διὰ τὸ ε' [τούτου τοῦ βιβλίου]. 142
P. 100, 14: διὰ τὸ θ' [τούτου τοῦ βιβλίου]. 143
P. 100, 18—20: διὰ τοῦ ις' τοῦ α' βιβλίου. 144
P. 102, 2—3: διὰ τοῦ β' τούτου τοῦ βιβλίου. 145
P. 102, 7—8: οὕτως γὰρ ἀπείληπται. 146
P. 102, 15—16: διὰ τοῦ ε' τούτου τοῦ βιβλίου. 147
P. 102, 16—18: διὰ τοῦ ις' τοῦ α' βιβλίου. 148
P. 102, 23—25: τὸ ὕστερον ἦν τοῦτο τῆς προτάσεως τοῦ θεωρήματος. 149
P. 102, 27: ὅτι δὲ κεκλιμένοι, δῆλον· εἰ γὰρ μή εἰσι κεκλιμένοι οἱ ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ κύκλοι πρὸς τὸν ΑΒΓ, ἔσονται ὀρθοὶ καὶ παράλληλοι, οἱ δὲ παράλληλοι περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους εἰσί· περὶ τοὺς αὐτοὺς ἄρα πόλους τῷ ΑΒΓ κύκλῳ ἔσονται καὶ οἱ ΜΝΞ, ΒΖΓ, ΟΠΡ, ΣΤ, ΥΘ κύκλοι· ὅπερ οὐκ ἔστιν. 150
P. 102, 31: διὰ τὴν ὑπόθεσιν· οἱ γὰρ ΜΝΞ, ΟΠΡ ἐφαπτόμενοι τοῦ ΕΖΗΘ κατὰ τὰ Ν, Π ἴσον τῆς διχοτομίας ἀπέχουσιν. 151

135 ADr. **136** A^2Dr. **137** A^2Dr. **138** A^2Dr. **139** A^2Dr. **140** AC^2Dr. **141** B. **142** ABC^2Dr. **143** ABC^2Dr. **144** A^2BC^2Dr. **145** A^2BC^2Dr. **146** A^iDr. **147** A^2Dr. **148** A^2Dr. **149** A^iDr (inter lin.). **150** E in textu (post κέκλιται). **151** B (ad p. 104, 3 relatum).

1 περιφέρεια] comp. **BD**, περιφέρειαι **E**. ἡ] καὶ ἡ **B**. ΔΛΕ] corr. ex ΛΕ **B**. In fig. ΒΗ non perpendicularis in **ABE**, ΛΜ et ΕΘ non perpendiculares in **A**; Κ] del. **A^2D**, paullo inferius Τ add. **AD**; Κ] Η **E** ducta ΗΞ pro ΕΞ, rectam ΛΔ add. **E**. 3 τὸ] $\overset{o}{τ}$ **A**, τοῦ **A^2**. 12 $\overset{o}{τ}$ **A**. 13 $δια^{τ}$ **B**, ut solet. 14 $\overset{o}{τ}$ **A**, τοῦ **A^2**, τ' **B**. τούτου τοῦ βιβλίου] **A^2D**, om. **A**, τοῦ δευτέρου **B**, τοῦ β' **C^2**. 15 $\overset{o}{τ}$ **A**, τοῦ **A^2**, τ' **B**. τούτου τοῦ βιβλίου] **A^2D**, om. **ABC^2**. 16 τοῦ (pr.)] τὸ **B**. βιβλίου] om. **BC^2**. 17 τοῦ (pr.)] τὸ **C^2**. τούτου τοῦ βιβλίου] **AD**, om. **BC^2**. 25 ΜΝΞ] ΜΝΖ **E**.

152 P. 104, 1: ἀπὸ τοῦ ι′ τοῦ β′.

153 P. 104, 3: ἐὰν γὰρ ἐπιζεύξωμεν εὐθείας τὰς ϛω, ϡφ, τεμοῦσιν ἀλλήλας κατὰ τὸ κέντρον τὸ ,δ· διάμετροι γὰρ αἱ ϛω, ϡφ ὡς ὑποτείνουσαι τὰς φλϡ, ϛλω περιφερείας διὰ τοῦ λ πόλου διαχθείσας. ἐπεὶ γοῦν αἱ ϛ,δ, ,δϡ ἴσαι εἰσὶ ταῖς ω,δ, ,δφ, καὶ ἡ γωνία ἡ ὑπὸ ϛ,δϡ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ω,δφ ἴση· κατὰ κορυφὴν γάρ· βάσις ἄρα ἡ ϛϡ εὐθεῖα βάσει τῇ ωφ εὐθείᾳ ἴση ἐστίν. αἱ δὲ ἴσαι εὐθεῖαι ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις ἴσας περιφερείας ὑποτείνουσι, πᾶς δὲ κύκλος ἴσος ἑαυτῷ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ϛϡ περιφέρεια τῇ φω περιφερείᾳ.

154 P. 104, 5—6: διὰ τῶν πόλων γάρ.

155 P. 104, 9—11: ἀπὸ τοῦ ιβ′ [τούτου τοῦ βιβλίου].

156 — : πῶς τοῦτο, οὐ δυσχερές ἐστι δεῖξαι, δείκνυσι δ' ὅμως τοῦτο ὁ Θεοδόσιος ἐν τῷ τρίτῳ θεωρήματι τοῦ τρίτου τῶν Σφαιρικῶν βιβλίου· οὐ κωλύει δὲ τὸ τρίτον λῆμμα τοῦ τρίτου τῶν Σφαιρικῶν προτάττεσθαι τούτου.

157 P. 104, 13: διὰ τοῦ β′ τούτου τοῦ βιβλίου.

158 P. 104, 15—17: ἤχθωσαν γὰρ κάθετοι ἀπὸ τοῦ χω ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐπίπεδον· παράλληλοι ἄρα αἱ κάθετοι. ἐὰν γὰρ δύο εὐθεῖαι τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσι, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι διὰ τὸ ϛ τοῦ πρώτου τῶν Στοιχείων. ἐὰν ἄρα διὰ τῶν χ, ω ἐπίπεδον ἐκβληθῇ τέμνον τοὺς χιω, αβγ κύκλους παραλλήλους, τὰς κοινὰς τομὰς αὐτῶν παραλλήλους ποιήσει· παράλληλος ἄρα ἡ χω εὐθεῖα τῇ ἐπιζευγνυούσῃ τὰς καθέτους, καθ' ἃ σημεῖα συμβάλλουσι τῷ ἐπιπέδῳ, ἐφ' ὃ ἤχθησαν. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ κάθετοι παράλληλοι· παραλληλόγραμμον ἄρα συνέστη. παντὸς δὲ παραλληλογράμμου αἱ ὑπεναντίον πλευραὶ ἴσαι· ἴσαι ἄρα αἱ ἀπὸ τῶν χ, ω ἀγόμεναι κάθετοι ἐπὶ τὸ τοῦ αβγ κύκλου ἐπίπεδον.

ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ ἀπὸ τοῦ χιω κύκλου κάθετοι ἀγόμεναι ἐπὶ τὸ τοῦ αβγ κύκλου παραλλήλου ἐπίπεδον ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις.

159 P. 104, 15—17: διὰ τὸ ϛ′ καὶ τὸ ιϛ′ τοῦ ια′ βιβλίου Εὐκλείδου.

160 P. 104, 27—28: διὰ τὸ κα′ [τούτου τοῦ βιβλίου].

161 P. 106, 2—4: κατὰ τὴν προτέραν δεῖξιν.

---

152 AC²Dr. **153** E (in textu post ἐστίν p. 104, 4). **154** B. **155** ADr. **156** B (ad p. 104, 3 relatum; quo pertineat, et quid sibi uelit, incertum). **157** A²Dr. **158** E (in textu post κύκλῳ p. 104, 15). **159** ABDr. **160** AC²Dr. **161** BC².

---

3 κέντρον] κε̄ **E.** ,δ] scripsi, δ̄ **E.** 4 πόλου] bis **E.** 5 ,ω,δ **E.** 11 τούτου τοῦ βιβλίου] **A²D**, om. **A.** 20 Στοιχείων] immo στερεῶν (Eucl. XI 6, citanda erat XI 16). 22 ποιήσῃ **E.** 28 τοῦ] addidi, om. **E.** 31 τὸ (pr.)] ⸗ **A**, τοῦ **A²**. ϛ′] corr. ex B **A²**. τὸ (alt.)] om. **B.** ια′] corr. ex ιγ′ **A²**. 32 ⸗ **A**, τοῦ **A²**. τούτου τοῦ βιβλίου] **A²C²D**, om. **A.**

Prop. XXIII.

P. 108, 2: συνδέσμους καλεῖν εἰώθασιν οἱ φιλόσοφοι τὰ πέρατα τῆς κοινῆς τομῆς τῶν ἐν σφαίρᾳ κύκλων, καθάπερ καὶ νῦν τὰ Μ, Ρ σημεῖα· ταῦτα γὰρ πέρατά εἰσι, τὸ μὲν Μ τῆς κοινῆς τομῆς τῶν ΑΒΡ, ΜΝΞ κύκλων, τὸ δὲ Ρ τῶν ΑΒΡ, ΟΠΡ κύκλων· καὶ ἐπὶ τῶν οὐρανίων τὰ ἐκλειπτικὰ σημεῖα· ταῦτα γὰρ πέρατά εἰσι τῆς κοινῆς τομῆς τῶν τῆς σφαίρας κύκλων. 162

P. 108, 2: τῶν ἁφῶν, καθ' ἃς οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους συνδέονται, τουτέστιν ἀλλήλων ἐφάπτονται. 163

P. 108, 10—11: διὰ τοῦ ε′ [τούτου τοῦ βιβλίου]. 164

P. 108, 20—21: ἐπεὶ γὰρ μέγιστοί εἰσιν οἱ ΜΝΞ, ΛΝΣ, δίχα τέμνουσιν ἀλλήλους· ἡμικυκλίου ἄρα ἐστὶν ἡ ΝΛ καὶ ἡ συνεχὴς αὐτῇ· ἡ ἄρα ἡμίσεια αὐτῆς, τουτέστιν ἡ διχοτομία, τεταρτημορίου. ἡ δὲ ΝΛ ἐλάττων τεταρτημορίου, ἐπειδὴ καὶ ὁ κύκλος ὁ ΕΝΖ ἐλάττων τοῦ μείζονος. ἐκ πόλου δὲ αὐτοῦ· ὥστε τὸ Λ οὐκ ἐστὶν ἡ διχοτομία τοῦ ἡμικυκλίου· ἐλάττων ἄρα ἢ ἡμίσεια ἡ ΝΛ. 165

P. 108, 22—24: διὰ τοῦ ιβ′ τούτου τοῦ βιβλίου. 166

P. 108, 26: διὰ τοῦ β′ τούτου τοῦ βιβλίου. 167

P. 110, 1—2: διὰ τοῦ θ′ τούτου τοῦ βιβλίου. 168

P. 110, 14—15: διὰ τοῦ κθ′ τῶν κυκλικῶν. 169

P. 110, 20—22: διὰ τὸ ι′ [τούτου τοῦ βιβλίου]. 170

P. 110, 25—26: διὰ τοῦ πρὸ τούτου ἤτοι τοῦ κβ′. 171

---

162 BE (+). **163** E. **164** ADr. **165** A (ǫ⊃) B (mg. inf. ǫ⊃) D (mg. sup. +). **166** A²Dr. **167** A²Dr. **168** A²Dr. **169** A²Dr. **170** ADr. **171** A²Dr.

---

2 εἰώθασι καλεῖν **E.** 7 σφαίρας] σελήνης **E.** 8 ἁφῶν] ἀφ' ὧν **E.** 10 ⸗ **A.** τούτου τοῦ βιβλίου] **A²D**, om. **A.** 13 ἄρα] om. **B.** ἡ (alt.)—τεταρτημορίου (14)] bis **A.** 14 καὶ] comp. ins. **A²**. 16 ἡμισία **A.** 21 ⸗ **A**, τοῦ **A²**. τούτου τοῦ βιβλίου] **A²B**, om. **A.** 22 δι^τ **D**, ut solet.

Liber III.

Prop. I.

1 P. 112, 2: τοῦτο καὶ τὸ ἑξῆς λήμματά εἰσι τῶν μετ' αὐτὰ ῥηθησομένων καὶ διὰ τοῦτο προτέτακται.

2 P. 112, 4: εἴδομεν, ὅτι, κἂν μεῖζον ὑποτεθῇ τὸ ἐφεστὼς τμῆμα ἡμικυκλίου, οὐδὲν ἄτοπον συμβαίνει μὴ μόνον ἐπὶ τοῦδε τοῦ θεωρήματος, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ ἄλλων, καὶ πῶς γέγονεν ὁ προσδιορισμός, οὐκ οἴδαμεν ὧδε.

3 P. 112, 21—22: διὰ τὸ λη' τοῦ ια' βιβλίου Εὐκλείδου.

4 P. 112, 23: διὰ τοῦ α' τῶν κυκλικῶν Εὐκλείδου.

5 P. 112, 28—29: διὰ τοῦ ὅρου τοῦ ια' τῶν Εὐκλείδου.

6 P. 114, 1—2: ὡς ἐν τῷ γ' βιβλίῳ τῶν ἐπιπέδων διὰ τὸ ζ'.

7 P. 114, 4—6: διὰ τοῦ μζ' τοῦ α' τῶν Εὐκλείδου.

8 P. 114, 14: ἔγγιον γάρ ἐστι τοῦ κέντρου.

9 — : διὰ τοῦ ζ' τοῦ γ' τῶν Εὐκλείδου.

10 P. 114, 16—18: διὰ τοῦ μζ' τοῦ α' Εὐκλείδου.

11 P. 114, 26: ἐπ' αὐτῆς γάρ ἐστι τὸ κέντρον.

12 P. 114, 32: καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΕΒ ἐλάσσων ἐδείχθη πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΒΓΚΔ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἡ δὲ ΕΔ ἐλάσσων τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΔΜΚ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, καί ἐστι τῆς ΕΔ ἐλάσσων ἡ ΕΒ, ἡ ΕΒ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου πρὸς τὴν ΒΛΓΚΜΔ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν.

13 Lin. 21: ὡς ἐλάσσονα περιφέρειαν ὑποτείνουσα ὡς ἐν τοῖς κυκλικοῖς.

---

1 E. **2** E (ad μεῖζον, o⊃). **3** ADr. **4** A^2 Dr. **5** A^2 Dr. **6** ABC^2 Dr. **7** A^2 Dr. **8** AB Dr. **9** A^2 Dr. **10** A^2 Dr. **11** AB (paullo inferius) Dr. **12** in textu ABDF post εὐθειῶν p. 114, 33, post εὐθειῶν p. 116, 13 E; mg. σχ͡ BD et postea add. A. **13** A^2 Dr.

---

3 λημμ͞ς ῑ E. τῶν] ͞τ E. ῥηθησομ͡, E. 5 κἂν] scripsi, καὶ comp. E. 8 ὧδε E. 9 ͞τ A, τοῦ A^2. ια'] corr. ex ιγ' A^2. 11 δι͞τ D. 12 ὡς] corr. ex δ·· in scrib. D. τῷ γ' βιβλίῳ] ζ' τοῦ B, lac. C^2. διὰ τὸ ζ'] om. BC^2. ͞τ A, τοῦ A^2 D. 14 ἔγγειον A, corr. A^2. κ—ν in ras. A. 17 αὐτῆς] in ras. A. 19 ΒΓΚΔ] F, ΒΓΚΛ AD, ΒΓΚ B, ΒΛΓΚ A^2 et K e corr. B. περιφέρειαν] supra add. A^2. 20 ΔΜΚ] A^2 BF, ΛΜΚ AD. 21 ΕΒ] E- e corr. A. 22 ἐστὶν A. 23 ΒΛΓΚΜ AD, corr. A^2. εὐθειῶν: D, εὐθειῶν ※ A, mg. τέλος τοῦ σχ͡ A (add. ※) BD. 24 ͻ͞αν e corr. D.

P. 116, 4: διὰ τοῦ ζ' τῶν κυκλικῶν. **14**

P. 116, 6: διὰ τοῦ μζ' τοῦ α' τῶν Εὐκλείδου. **15**

P. 116, 14: ἡ δευτέρα πρότασις. **16**

P. 116, 19—20: ἐπεὶ γὰρ μείζων ἡ ΕΔ περιφέρεια τῆς ΕΒ περιφερείας, μείζων καὶ ἡ ΕΔ εὐθεῖα τῆς ΕΒ· ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ μεῖζον τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΒ. καί ἐστι τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΕΔ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΔΖΕ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΕΒ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΒΖΕ· ὥστε καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΔΖΕ μείζονα τῶν ἀπὸ τῶν ΒΖΕ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΖ λοιπῆς τῆς ΖΒ μείζων ἐστίν. **17**

Lin. 6—7: διὰ τοῦ μζ' τοῦ α' τῶν Εὐκλείδου.. **18**

P. 116, 20: οὕτως γὰρ ὑπετέθη. **19**

P. 116, 21—22: διὰ τοῦ ζ' τῶν κυκλικῶν. **20**

P. 116, 24—25: διὰ τοῦ μζ' τοῦ α' τῶν Εὐκλείδου. **21**

Prop. II.

P. 118, 21: διὰ τοῦ α' τῶν κυκλικῶν. **22**

P. 118, 23—24: εἰ γὰρ ἦν ἔλασσον, οὔτε ἐπὶ τῆς ΑΓ ἦν τὸ κέντρον, ὡς μὴ οὔσης διαμέτρου καὶ τεμνούσης δίχα τὸν κύκλον, οὔτε μεταξὺ τῆς ΑΓ εὐθείας καὶ τῆς ΑΒΓ περιφερείας, ἀλλ' ἄνωθεν τῆς ΑΓ εὐθείας. **23**

P. 118, 29—31: διὰ τοῦ ὅρου τοῦ ια' Εὐκλείδου. **24**

P. 118, 33 sq.: διὰ τὸ ζ' τοῦ γ' βιβλίου Εὐκλείδου. **25**

P. 120, 3—4: διὰ τοῦ μζ' τοῦ α' τῶν Εὐκλείδου. **26**

P. 120, 16—17: διὰ τοῦ μζ' τοῦ α' τῶν Εὐκλείδου. **27**

P. 120, 26: διὰ τοῦ ζ' τοῦ γ' τῶν Εὐκλείδου. **28**

P. 120, 30—32: ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΑ ἐλάσσων ἐδείχθη τῶν ἀπὸ τοῦ Ε πρὸς τὴν ΑΘΒ προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἡ δὲ ΕΓ ἐλάσσων πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε πρὸς τὴν ΒΓ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, καί ἐστιν ἡ ΑΕ ἐλάσσων τῆς ΕΓ, [ὥστε] ἡ ΑΕ ἐλάσσων ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Ε πρὸς τὴν ΑΘΒΓ περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν. **29**

---

14 A^2 Dr. **15** A^2 Dr. **16** A^2 Dr. **17** A (mg. inf. o⊃) D (mg. ext.). **18** A^i Dr. **19** A^i Dr (inter lin.). **20** A^2 Dr. **21** A^2 Dr. **22** A^2 Dr. **23** A$^{rec.}$ (·b·) Dr (+). **24** A^2 mg. inf. (·/.). **25** ADr. **26** A^2 Dr. **27** A^2 Dr. **28** A^2 Dr. **29** A (mg. inf.) C (mg. inf., x) D.

---

3 β͞α D. 4 μείζων] om. D. περιφέρεια] supra add. A^2, comp. AD. 5 ΕΒ] -B e corr. A. ἀπὸ] postea ins. A. 8 ἀφαιρήσθω A, sed corr. in scrib. 9 λοιπῆς] λοιπῇ A, corr. A^2. 10 τῶν] ͞τ A. 21 ͞τ A, τοῦ A^2. 25 ΕΑ] -A in ras. A, ΕΔ C. ἐλάσσων] comp. AC, ut saepe; ͻ͞α D. τῶν] πασῶν τῶν cod. Riccard. m. 2, Hultsch. 26 ἐλάσσων] ͻ͞α D. 27 ΒΓ] Tannery, ΒΕ ACD, ΒΚΓ susp. Hultsch. περιφέρειαν] om. C. 28 ἐλάσσων (utr.)] ͻ͞α D. ὥστε] deleo, ἡ ΑΕ ἄρα maluit Hultsch.

Prop. III.

30 P. 122, 21—22: διὰ τοῦ ιε΄ τοῦ α΄ βιβλίου.

31 P. 122, 26—27: διὰ τοῦ δ΄ τοῦ α΄ τῶν Εὐκλείδου.

32 P. 124, 9—10: ἀπὸ γὰρ ἴσων ἴσα ἐὰν ἀφέλῃς.

33 P. 124, 12: διὰ τοῦ ιβ΄ τοῦ β΄ βιβλίου.

34 — : ἀπεδείξαμεν γὰρ ἐν τῷ ια΄ τοῦ β΄ βιβλίου διὰ τοῦ προλημματίου, ἔστι δὲ καὶ ἐκ τῶν κειμένων φανερόν.

ἐπεὶ γὰρ ὅλη ἡ ΗΓΕΔΘ περιφέρεια ἴση ἐστὶν ἑαυτῇ, καὶ ἡ μὲν ΗΓ τῇ ΔΘ ἐστιν ἴση, κοινὴ δὲ ἡ ΓΕΔ, ὅλη ἄρα ἡ ΗΓΕΔ ὅλῃ τῇ ΘΔΕΓ ἐστιν ἴση. ἐν δὲ τοῖς ἴσοις κύκλοις ἐπὶ τῶν ἴσων περιφερειῶν ἴσαι γωνίαι βεβήκασιν· ἴση ἄρα ἡ Η γωνία τῇ Θ γωνίᾳ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΗ, ΔΘ· ἴσαι ἄρα. ἐπεὶ οὖν $\bar{β}$ τρίγωνα τὰ ΓΗΚ, ΔΛΘ δύο γωνίας δύο γωνίαις ἴσας ἔχει καὶ μίαν πλευρὰν τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, καὶ τὰ λοιπὰ πάντα ἴσα ἐστίν.

35 P. 124, 12: διὰ τὸ ὕστερον λῆμμα τοῦ $\overline{ια}$ θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Σφαιρικῶν.

36 P. 124, 12: δειχθήσεται δὲ ἡ ΓΚ τῇ ΔΛ ἴση οὕτως·

ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΚ καὶ συμβαλέτω τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ κατὰ τὸ Μ σημεῖον. ἐπεὶ οὖν αἱ ΓΚ, ΚΗ ἴσαι εἰσὶ ταῖς ΗΚ, ΚΜ, καὶ γωνίαι αἱ πρὸς τῷ Κ ἴσαι· ὀρθαὶ γάρ· καὶ βάσις ἡ ΓΗ βάσει τῇ ΗΜ ἴση ἐστί, καὶ ἡ ΓΗ περιφέρεια τῇ ΗΜ περιφερείᾳ ἴση ἐστί, διπλῆ ἔσται ἡ ΓΜ περιφέρεια τῆς ΓΗ περιφερείας. ὁμοίως δὴ ἐκβληθείσης τῆς ΔΛ καὶ συμβαλούσης τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ κατὰ τὸ Ν δειχθήσεται καὶ ἡ ΔΝ διπλῆ τῆς ΔΘ· ἴση ἄρα ἡ ΓΜ περιφέρεια τῇ ΔΝ περιφερείᾳ, καὶ αἱ ὑποτείνουσαι ταύτας εὐθεῖαι ἴσαι· καὶ αἱ ἡμίσειαι ἄρα ἴσαι.

37 P. 124, 18: διὰ τοῦ δ΄ τοῦ α΄ τῶν Εὐκλείδου.

Prop. IV.

38 P. 126, 21—22: διὰ τοῦ ιε΄ τοῦ α΄ βιβλίου.

39 P. 126, 26: διὰ τοῦ ις΄ τοῦ ια΄ βιβλίου Εὐκλείδου.

---

30 A² Dr. **31** A² Dr. **32** Aⁱ Dr (inter lin.). **33** A² Dr. **34** A (mg. inf., ☾ A²) D (χ). **35** E (mg. sup., ·/.). **36** B. **37** A² Dr. **38** A² Dr. **39** A² Dr.

---

4 ἀπὸ γὰρ] **A**, ἐὰν γὰρ ἀπὸ **D**. ἐὰν] **A**, ἂν **D**. 5 error est. 6 προλημματίου] schol. II 62; β΄ λημματίου Hultsch. 8 ΗΓΕΔΘ] ΗΓ- e corr. in scrib. **A**, ΗΓΕΔ **D**. 9 ΓΕΔ] Tannery, ΕΔ **AD**. 12 $\bar{β}$] supra scr. **A**. 14 μιᾶ πλευρᾶ **A**. 16 λῆμμα] schol. II 62 (quod in E deest). 19 περιφερείᾳ] Hultsch, γωνίᾳ **B**. 20 σημεῖον] Hultsch, περισσόν **B**. ταῖς] Hultsch, τῇ **B**. 21 τῷ] corr. ex τὸ **B**. 27 ἡμισίαι **B**.

P. 128, 2: διὰ τοῦ ιθ΄ τοῦ ια΄ βιβλίου Εὐκλείδου. **40**

P. 128, 2—4: διὰ τοῦ ὅρου τοῦ ια΄ Εὐκλείδου. **41**

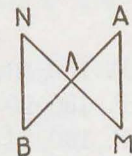
P. 128, 7: διὰ τοῦ ις΄ τοῦ α΄ Εὐκλείδου. **42**

P. 128, 9: διὰ τῶν ὅρων τοῦ α΄ Εὐκλείδου. **43**

P. 128, 10—11: διὰ τοῦ κθ΄ τοῦ α΄ Εὐκλείδου. **44**

P. 128, 12—13: διὰ τοῦ λγ΄ τοῦ α΄ Εὐκλείδου. **45**

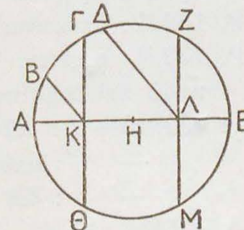
P. 128, 13: ἔστωσαν γὰρ δύο παράλληλοι αἱ ΝΒ, ΑΜ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΝΜ, ἴση δὲ ἔστω ἡ ΑΛ τῇ ΛΒ. λέγω, ὅτι καὶ ἡ ΛΝ ἴση ἐστὶ τῇ ΛΜ. **46**



φανερόν, ὅτι ἡ Ν γωνία τῇ Μ ἐστιν ἴση καὶ ἡ Β τῇ Α· δύο δὴ τρίγωνα τὰ ΝΒΛ, ΑΛΜ ἐστὶ τὰς δύο γωνίας τὰς Ν, Β ταῖς $\bar{β}$ γωνίαις ταῖς Α, Μ ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν τὴν ΑΛ τῇ ΛΒ ἴσην· ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ΝΛ λοιπῇ τῇ ΛΜ ἐστιν ἴση.

P. 128, 17—18: ἔστω γὰρ τὸ προειρημένον ἡμικύκλιον τὸ ΑΒΓΔΖΕ, καὶ ἀπειλήφθωσαν ἀπὸ τῆς διαμέτρου ἴσαι αἱ ΑΚ, ΛΕ, καὶ ἤχθωσαν παράλληλοι αἱ ΚΒ, ΛΔ, καὶ ἔστω ἡ μὲν ΑΚΒ γωνία ὀξεῖα, ἡ δὲ ΕΛΔ ἀμβλεῖα. λέγω, ὅτι ἡ ΔΖΕ περιφέρεια μείζων ἐστὶ τῆς ΑΒ περιφερείας. **47**

ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν Κ, Λ τῇ ΑΕ πρὸς ὀρθὰς αἱ ΚΓ, ΛΖ, καὶ προσαναπεπληρώσθω ὁ κύκλος, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΓΚ, ΛΖ ἐπὶ τὰ Θ, Μ σημεῖα, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Η. φανερόν, ὅτι αἱ ΓΘ, ΖΜ ἴσον ἀπέχουσι τοῦ κέντρου καί εἰσιν ἴσαι. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΗΚ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΓΘ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ· ἴση ἄρα ἡ ΓΚ τῇ ΚΘ. ὁμοίως δὴ καὶ ἡ ΖΛ τῇ ΛΜ. ἀλλὰ καὶ ὅλη ἡ



---

40 A² Dr. **41** A² Dr. **42** A² Dr. **43** A² Dr. **44** A² Dr. **45** Aⁱ (error est) Dr (inter lin.). **46** A (mg. sup., o⊃) B (o⊃ +) D (mg. sup., o⊃) E (in textu post ΛΜ p. 128, 13). **47** A (mg. inf., ☾) D (mg. ext., ϶˙) E (in textu post ἀμβλεῖα p. 128, 17).

---

6 λγ΄] ιγ΄ **D**. 7 γὰρ] om. **D**. ἐπεζεύχωσαν **A**. 11 ΝΛΒ **D**. 12 δύο] $\bar{β}$ **D**. Ν] Η? **B**. ἴσην **D**, ἴση **E**. 14 λοιπῇ] om. **E**. In fig. B et M om. **E**. 15 τμῆμα ἡμικύκλιον Hultsch. 16 αἱ] e corr. **A²**, εὐθεῖαι αἱ **E**. 17 ἡ μὲν] ὑπὸ **E**. ΑΚΒ] -Β e corr. **D**. 18 ΕΛΔ] corr. ex ΕΛΑ **A**, ΕΚΒ **D**, ὑπὸ ΕΛΔ **E**. ΔΖΕ] Δ- e corr. **D**, corr. ex ΑΖΕ **A²**. 23 τὸ] corr. ex τῶ **A**. κέντρον] κ̅΄ϵ **E**. 24 Η] e corr. **D**. ἀπέχουσιν **A**. 25 κέντρου] ⊙⁸ **DE**. ἴσαι] ἴσαι διὰ τοῦτο **E**. 26 κέντρου] κ–⁸ **D**, κ̅⁸∠ **E**. In fig. Λ in ΖΜ positum non est in **AD**, Η centrum non est in **E**, Λ] Θ **E**, Θ] om. **D**. 27 κ̅⁸∠ **E**.

ΓΘ ὅλῃ τῇ ΖΜ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΓΚ ἄρα τῇ ΖΛ ἐστιν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΚΑ τῇ ΛΕ ἴση, καὶ γωνία ἡ ΑΚΓ γωνίᾳ τῇ ΕΛΖ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Γ βάσει τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Ζ ἐστιν ἴση, καὶ περιφέρεια ἡ ΖΕ περιφερείᾳ τῇ ΓΑ ἐστιν ἴση· ὥστε ἡ ΔΖΕ περιφέρεια μείζων ἐστὶ τῆς ΓΑ περιφερείας· πολλῷ ἄρα τῆς ΑΒ.

ἀποδειχθήσεται δέ, ἐάν τε τὸ προειρημένον τμῆμα ἔλασσον ᾖ ἡμικυκλίου ἐάν τε μεῖζον.

Prop. V.

48 P. 130, 16: καὶ διὰ τὸ ι' τοῦ β' βιβλίου.

49 P. 130, 20—21: διὰ τοῦ ιε' τοῦ α' βιβλίου.

50 P. 130, 24—26: διὰ τὸ α' [τούτου τοῦ βιβλίου].

51 P. 130, 29: ἀμείνων δεῖξις, ἐὰν ὁμοίως τοῖς ἄνω εἰρημένοις διὰ τῶν Α, Η γράφωμεν μέγιστον κύκλον καί, ἅπερ ἐπὶ τοῦ ΟΚΠ εἴρηται, τὰ αὐτὰ εἴπωμεν καὶ ἐπὶ τοῦ ΝΘΞ.

52 Lin. 16: οὐκ ἀμείνων, σοφώτατε ἄνερ ὁ γράψας τὸ σχόλιον, ἀλλ' ἦν ἀμείνων δεῖξις, ἐὰν ὁμοίως τοῖς ἄνω εἰρημένοις διὰ τῶν Α, Η γράφωμεν μέγιστον κύκλον καί, ἅπερ ἐπὶ τοῦ ΟΚΠ εἴρηται, τὰ αὐτὰ εἴπωμεν καὶ ἐπὶ τοῦ ΝΘΞ χρησάμενοι πρὸς τὴν δεῖξιν καὶ τῷ ῑ θεωρήματι τοῦ δευτέρου τῶν Σφαιρικῶν.

53 P. 132, 1: ὑπόκειται γὰρ τὸ εἶναι ἴσας.

54 P. 132, 4: μέγιστοι γὰρ ὄντες διὰ τοῦ κέντρου ποιοῦσι τὰς τομάς, καθὸ καὶ συμπίπτουσιν.

55 P. 132, 13—14: διὰ τοῦ πρὸ αὐτοῦ.

56 — : ἀπὸ τοῦ πρὸ αὐτοῦ.

57 — : διὰ τὸ δ' τοῦ γ' τῶν Σφαιρικῶν.

Prop. VI.

58 P. 134, 3—4: διὰ τὸ ι' τοῦ β' βιβλίου.

59 P. 134, 4—5: διὰ τὸ α' τοῦ δ' τῶν Στοιχείων· πῶς δέ, ἄξιον ἐπιστῆσαι.

---

48 AB (paullo superius) C^2 Dr. **49** A^2 Dr. **50** AC^2 Dr. **51** AD (+). **52** B (51 om.) (+). **53** E (ad ἴση, ∸). **54** E. **55** A^2 Dr. **56** A^2 Dr. **57** E (mg. sup.). **58** ABDr. **59** B.

---

1 ΓΘ] Γ- e corr. **A**. 2 καὶ γωνία—8] om. **E**. 3 τὸ] τ̆ **A**. 4 ΓΑ] corr. ex ΓΒ **A**A^2. 5 πολῷ **A**, sed corr. 7 δὲ] δὲ ὁμοίως Hultsch. ἐλάσσων **A**, sed corr. 8 μείζων **A**, sed corr. 10 τὸ] ꝰ τ **A**, τ̀ **B**, τοῦ A^2 C^2 **D**. 12 τὸ] ꝰ τ **A**, τοῦ A^2. τούτου τοῦ βιβλίου] A^2 **D**, om. AC^2. 15 ταυτ̇ (α suprascr.) **A**, ταῦτα **D**. 17 ἦν] ἠ̓ **B**. 19 εἴπομεν **B**, sed corr. ΝΘΞ] ΗΘ seq. spat. uac. **B**. 28 ꝰ τ **A**, τοῦ A^2, τ̀ **B**. 29 τὸ] τ̀ **B**.

P. 134, 5—7: διὰ τὸ γ' [τούτου τοῦ βιβλίου]. **60**

P. 134, 12: διὰ τοῦ ιε' τοῦ α' βιβλίου. **61**

P. 134, 15—18: διὰ τοῦ ις' τοῦ ια' βιβλίου Εὐκλείδου. **62**

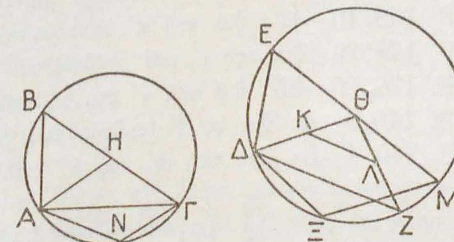
P. 134, 25—27: διὰ τοῦ α' τούτου τοῦ βιβλίου. **63**

P. 134, 29 sq.: ὡς διὰ τοῦ γ' τούτου τοῦ βιβλίου. **64**

P. 136, 3: διὰ τοῦ ς' τοῦ α' βιβλίου. **65**

P. 136, 4—8: ἔστωσαν γὰρ ἄνισοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἔστω **66** ἐλάσσων ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ εἰς αὐτοὺς ἄνισοι εὐθεῖαι μὴ διὰ τῶν κέντρων αἱ ΑΓ, ΔΖ, μείζων δὲ ἡ ΑΓ τῆς ΔΖ. λέγω, ὅτι ἡ ΑΝΓ περιφέρεια τῆς ΔΞΖ περιφερείας μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία.

ἤχθωσαν γὰρ αἱ ἀπὸ τῶν κέντρων αἱ ΗΑ, ΗΓ, ΘΔ, ΘΖ, καὶ ταῖς ΑΗ, ΗΓ ἴσαι ἀπειλήφθωσαν αἱ ΘΚ, ΘΛ· φανερόν, ὅτι ἡ ΔΖ τῇ ΚΛ παράλληλός ἐστι καὶ μείζων ἡ ΔΖ τῆς ΚΛ. καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΑΗΓ δύο ταῖς ΚΘΛ εἰσιν ἴσαι, καὶ βάσις ἡ ΑΓ βάσεως τῆς ΚΛ μείζων ἐστί, γωνία ἄρα ἡ Η γωνίας τῆς ΚΘΛ μείζων ἐστί. κείσθω οὖν τῇ Η ἴση ἡ ΔΘΜ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΓΗ, ΜΘ ἐπὶ τὰ Β, Ε, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῶν ΑΓ, ΔΖ περιφερειῶν τυχόντα σημεῖα τὰ Ν, Ξ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΝ, ΝΓ, ΕΔ, ΔΞ, ΞΜ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΗΓ ἐστιν ἴση τῇ ΔΘΜ, ἀλλ' ἡ μὲν ΑΗΓ τῆς ΑΒΗ ἐστι διπλῆ, ἡ δὲ ΔΘΜ τῆς ΘΕΔ ἐστι διπλῆ, ἴση ἄρα καὶ ἡ Β τῇ Ε. καὶ ἐπεὶ αἱ πρὸς τοῖς Β, Ν γωνίαι ἴσαι εἰσὶ ταῖς πρὸς τοῖς Ε, Ξ· ἐν γὰρ κύκλοις τετράπλευρά ἐστι τὰ ΒΑΝΓ, ΕΔΞΜ, καὶ αἱ ἀπεναντίον



---

60 ABC^2 Dr. **61** A^2 Dr. **62** A^2 BC^2 Dr. **63** A^2 Dr. **64** Ai Dr. **65** A^2 Dr. **66** A (ο⊃, init. ☾ A^2) B (ο⊃) Dr (ο⊃).

---

1 ꝰ τ **A**, τοῦ A^2. τούτου τοῦ βιβλίου] A^2 C^2 **D**, τοῦ βιβλίου τούτου **B**, om. **A**. 3 τοῦ (pr.)] τὸ **B**C^2. βιβλίου Εὐκλείδου] τῶν στοιχείων **B**C^2. 9 ἡ (alt.)] καὶ ἡ **D**. 10 περιφέρεια] ἴση **B**. τῆς] -ς in ras. **D**. 11 ΗΑ] **AB**, ΜΑ A^2**D**. ΗΓ] **AB**, ΜΓ A^2**D**. 12 ΑΗ] ΑΜ **AD**. ΗΓ] ΜΓ **AD**. In fig. Η] **B**, Μ **AD**; Δ] corr. ex Γ A^2. 15 παράλληλός] = ‘ **A**, ἴση **B**. 17 ΑΗΓ] **AB**, ΑΜΓ A^2**D**. 20 ἐστί] comp. **AB**. 21 Η] **AB**, Μ A^2**D**. ἐστί] comp. **A**. Η] **AB**, Μ A^2**D**. 22 ΓΗ] ΓΜ **D** et in ras. **A**. Β] ΑΒ **A**, corr. A^2. 23 ΔΖ] -Ζ in ras. **A**, ΔΜ **B**. περιφερειῶν] ʼʼ **A**, ἴσα **B**, om. **D**. 24 ΝΓ] ΗΓ **B**. ἡ] ἡ ὑπὸ **B**. ΑΗΓ] **A**, corr. ex ΔΗΓ **B**, ΑΜΓ **D**. 25 ΑΗΓ] **B**, ΑΜΓ **D** et -Μ- in ras. A^2. ΑΒΗ] **B**, ΑΜΒ **A**, ΑΒΜ A^2**D**. 26 ἄρα] ἔσται **B**. 27 ταῖς] -αῖς e corr. in scrib. **B**. 28 αἱ] **D**, om. **AB**.

δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὧν ἡ Β τῇ Ε ἐδείχθη ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ Ν λοιπῇ τῇ Ξ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ περιφέρεια ἡ ΑΝΓ περιφερείᾳ τῇ ΔΞΖΜ ὁμοία ἐστίν· ὥστε ἡ ΑΝΓ περιφέρεια μόνης τῆς ΔΞΖ μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία.

67 P. 191, 14—16: διὰ τὸ ἀντίστροφον τοῦ δευτέρου τοῦ ϛ′ τῶν Στοιχείων.

68 Lin. 2—3: διὰ τὸν ὅρον τοῦ γ′ βιβλίου.

69 P. 136, 8—9: διὰ τὸ ι′ τοῦ β′ τῶν Σφαιρικῶν.

Prop. VII.

70 P. 136, 33—34: διὰ τὸ ιε′ τοῦ β′ τῶν Σφαιρικῶν.

71 P. 138, 5—6: διὰ τοῦ ιε′ τοῦ α′ βιβλίου.

72 P. 138, 10—12: διὰ τοῦ α′ τούτου τοῦ βιβλίου.

73 P. 138, 19: διὰ τοῦ ι′ τοῦ β′ βιβλίου.

74 P. 138, 20—25: διὰ τοῦ ε′ τούτου τοῦ βιβλίου.

75 P. 140, 3—4: διὰ τὸ δ′ [τούτου τοῦ βιβλίου].

76 P. 140, 4—5: ἀπὸ τοῦ ιγ′ τοῦ β′ βιβλίου.

77 — : πξ ἴση σκ μει κψ ξμ — μείζων

Prop. VIII.

78 P. 140, 30: διὰ τὸ ιγ′ τοῦ β′ βιβλίου.

79 P. 140, 33: ἀπὸ τοῦ πρὸ αὐτοῦ.

80 — : διὰ τὸ ε̄ τοῦ γ̄ τῶν Σφαιρικῶν.

81 P. 142, 1: διὰ τοῦ ιγ′ τοῦ β̄ βιβλίου.

82 — : ϑρ ἴση τ σπ μει τῆ στ ἴση νϑ — μείζων ἀπὸ τοῦ ἐν ὅλω δεῖ ἄρχεσθαι ὧδε

67 A (6). **68** AD^r (Eucl. III def. 11). **69** C^2. **70** BC^2. **71** A^{2}BC^{2}D^r. **72** A^{2}D^r. **73** A^{2}D^r. **74** A^{rec} D^r. **75** ABC^{2}D^r. **76** ABC^{2}D^{r}E (ad ΠΞ, ∻). **77** E (mg. sup.). **78** AC^{2}D^r. **79** ABC^{2}D^r. **80** E (errat). **81** A^{2}D^r. **82** E (mg. inf.).

1 B] seq. ras. 1 litt. **A**. 3 τῇ] τ A, τ A^2. ΔΞΖΜ] ΔΞ- e corr. **D**. ὥστε] ὧν ἔ~ **B**. 10 ιε′] ια **B**. β′] δευτέρου **B**. 11 τοῦ (pr.)] τὸ **BC^2**. βιβλίου] om. **BC^2**. 15 τ **A**, τ **B**, τοῦ **A^2**. τούτου τοῦ βιβλίου] **A^{2}D**, τοῦ γ′ **C^2**, τῶ γ̄ **B**, om. **A**. 16 ἀπὸ τοῦ] διὰ τὸ **E**. β′ βιβλίου] δευτ′ρ τῶν σφαιρικῶν **E**. 19 τ **A**, τοῦ **A^2**.

P. 142, 3: οὕτως γὰρ ὑπετέθη. **83**

P. 142, 3—4: ἀπὸ τοῦ γ′ τοῦ ἐν τῷ γ′ βιβλίῳ. **84**

P. 142, 10: διὰ τοῦ ιε′ τοῦ α′ βιβλίου. **85**

P. 142, 10—11: διὰ τοῦ κβ′ τοῦ β′ βιβλίου. **86**

P. 142, 15—16: διὰ τοῦ ιϛ′ τοῦ ια′ βιβλίου Εὐκλείδου. **87**

P. 142, 26—28: διὰ τοῦ α′ τούτου τοῦ βιβλίου. **88**

P. 144, 5: διὰ τοῦ ϛ′ τοῦ α′ βιβλίου. **89**

P. 144, 5—11: ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ ϛ′ τούτου τοῦ βιβλίου ἔξωθεν διὰ σχολίου. **90**

— : διὰ τὸ λῆμμα τὸ ἐν τῷ ϛ̄ τοῦ γ′, οὗ σημεῖον τὸ [illegible]. **91**

P. 144, 11—12: διὰ τὸ ιγ′ τοῦ β′ βιβλίου. **92**

Prop. IX.

P. 144, 29—30: διὰ τοῦ κ′ τοῦ πρώτου. **93**

P. 146, 1: ὧδε ἡ πρώτη καταγραφή. **94**

P. 146, 6—7: ἀπὸ τοῦ ϛ′ τοῦ γ′. **95**

P. 146, 14: ὧδε ἡ δευτέρα. **96**

P. 146, 17—18: [γρ′. κρειττόνως οὕτω· καὶ τριῶν οὐσῶν περιφερειῶν ὁμοιογενῶν] μείζονος μὲν τῆς ΚΘ, ἐλάσσονος δὲ τῆς ΘΠ, ὡς ἔτυχεν δὲ τῆς ΗΘ. **97**

P. 148, 18—19: τριῶν μεγεθῶν ὑποκειμένων ὁμοιογενῶν τῶν ΑΒ, Γ, ΔΕ καὶ ὄντος μείζονος τοῦ ΑΒ τοῦ Γ, τοῦ δὲ ΔΕ, ὡς ἔτυχεν, δέον ἔστω εὑρεῖν μέγεθος τοῦ μὲν ΑΒ ἔλαττον, τοῦ δὲ Γ μεῖζον, τῷ δὲ ΔΕ σύμμετρον. **98**

ἔστω τῷ Γ ἴσον τὸ ΒΖ. τέμνοντες δὴ τὸ ΔΕ δίχα καὶ τὸ ἥμισυ αὐτοῦ δίχα καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιοῦντες λείπομέν τι μέγεθος ἔλαττον τοῦ ΑΖ· λελείφθω καὶ ἔστω τὸ ΔΗ ἔλαττον τοῦ ΑΖ μέτρον ὂν τοῦ ΔΕ.

τὸ δὲ ΔΗ ἤτοι μετρεῖ τὸ ΒΖ ἢ οὐ μετρεῖ.

83 A^{i}D^r (inter lin.). **84** ABC^{2}D^r. **85** A^{2}D^r. **86** A^{2}D^r. **87** A^{2}D^r. **88** A^{2}D^r. **89** A^{2}D^r. **90** A^{2}D^r. **91** E (ad μείζων p. 144, 9; ad prop. VI nullum signum). significatur III schol. 66, ut in 90). **92** ABC^{2}B^r. **93** B. **94** A^{rec}. **95** ABD^r (ante 98). **96** A^{rec}. **97** A (mg. sup., ο⊃) D^r (ο⊃) E (ad μείζων p. 146, 18). **98** A (mg. inf., ο⊃) D (mg. sup. et ext., +).

1 οὕτω **D**. 2 γ′ (alt.)] in ras. **A**. 5 ιϛ′] -ϛ′ in ras. **D**. ια′] -α′ in ras. **D**. 11 τ **A**, τοῦ **A^2**. 17 γρ′.—ὁμοιογενῶν (18)] **E**, om. **AD**. 18 ἐλάττονος **E**. ἔτυχε **DE**. 19 ΗΘ] e corr. **A**, ΗΘ ο? (euan.) **D**. 20 Γ] seq. ras. 1 litt. **A**. 21 ἔτυχε **D**. 22 ἔλαττον] comp. **A**, ut infra. ἴσον] **A^2**, comp. **A**. 24 τῷ] corr. ex τὸ in scrib. **A**. τῷ δὲ] in ras. **A**, τὸ δὲ **D**. 25 ἥμισυ] comp. **A**, om. **D**. αὐτὸ (euan.) **D**. λίπομεν **A**. 26 λελίφθω **A**. 28 δὲ] δὴ Hultsch. μετρὶ (utr.) **A**, corr. **A^2**.

μετρείτω πρότερον, καὶ ἔστω τῷ ΔΗ ἴσον τὸ ΖΘ. ἐπεὶ τὸ ΔΗ τὸ ΖΒ μετρεῖ, καί ἐστιν ἴσον τὸ ΔΗ τῷ ΖΘ, καὶ τὸ ΔΗ ἄρα τὸ ΒΘ μετρεῖ. ἐμέτρει δὲ καὶ τὸ ΔΕ· σύμμετρον ἄρα τὸ ΒΘ τῷ ΔΕ ὂν τοῦ μὲν ΑΒ ἔλαττον, τοῦ δὲ Γ μεῖζον.

μὴ μετρείτω δὴ τὸ ΔΗ τὸ ΖΒ, καὶ τὸ ΔΗ τὸ ΖΒ καταμετροῦν ὑπερβαλέτω ἐλάσσονι ἑαυτοῦ τῷ ΖΘ· τὸ ΔΗ ἄρα μετρεῖ τὸ ΒΘ. ἀλλὰ καὶ τὸ ΔΕ ἐμέτρει· σύμμετρον ἄρα τὸ ΒΘ τῷ ΔΕ ὂν τοῦ μὲν ΑΒ ἔλαττον, τοῦ δὲ Γ μεῖζον.

99 P. 146, 23: ἀπ' αὐτοῦ τοῦ προδειχθέντος ἐν τῇ α΄ καταγραφῇ.

100 P. 148, 4—5: διὰ τὸ ς΄ τοῦ γ΄.

101 P. 148, 5—6: καὶ τοῦτο ἀπ' αὐτοῦ τοῦ προδειχθέντος ἐν τῇ α΄ καταγραφῇ.

102 P. 148, 6: ἔστω γὰρ ἡ ΛΡ τῆς ΡΜ μείζων, καὶ κείσθω τῇ ΜΣ ἡ ΣΛ ἴση· ἡ ΛΜ ἄρα τῆς ΜΣ ἐστι διπλῆ· τῆς ἄρα ἐλάττονος αὐτῆς μείζων ἢ διπλῆ.

103 P. 148, 8—9: ἐδείχθη γὰρ καὶ τοῦτο ἐπὶ τῆς β΄ καταγραφῆς.

104 P. 148, 11—12: πρὸς ὃ γὰρ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν, ὡς ἐν τῷ ε΄ τῶν Στοιχείων (V 10).

105 P. 148, 12—15: ἐδείχθη γὰρ ἐν τῇ δευτέρᾳ δείξει τοῦδε τοῦ θεωρήματος, ὅτι ἴσων οὐσῶν τῶν ΟΗ, ΘΠ μείζων ἐστὶν ἡ ΡΜ τῆς ΝΣ.

Prop. X.

106 P. 150, 9: ὧδε ἡ πρώτη καταγραφή.

107 P. 150, 13—14: διὰ τοῦ ς΄ τούτου τοῦ βιβλίου.

108 P. 150, 18: διὰ τοῦ η΄ τοῦ ε΄ βιβλίου Εὐκλείδου.

109 P. 150, 19: πρὸς ὃ γὰρ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν [ὡς διὰ τοῦ ι΄ τοῦ ε΄ Εὐκλείδου].

110 P. 150, 23: ὧδε ἡ δευτέρα.

---

99 A D^r. **100** B. **101** $A^{rec.}$ D^r (cfr. 99). **102** A (ΟↃ) D (+). **103** ABD^r (cfr. 99, 101). **104** ABD^r. **105** E (∸, cfr. p. 146, 22—23). **106** $A^{rec.}$ **107** A^2BD^r. **108** $A^2 D^r$. **109** ABD^r. **110** $A^{rec.}$

---

1 μετρείτω] **A**², μετρίτω **A**, ἔστω **D**. τῷ] τὸ **D**. 2 ἐπὶ **A**, corr. **A**². μετρί **A**, corr. **A**². 3 τὸ (pr.)] corr. ex τῷ **A**. ΒΕ **D**. μετρί **A**, corr. **A**². ἐμέτρι **A**, corr. **A**². 4 σύνμετρον **A**, corr. **A**². ΒΘ] ΒΕ **D**. ὂν] **A**², ὧν **AD**. 6 μὴ] om. **D**. μετρίτω **A**, corr. **A**². ΔΗ] **A**², ΔΜ **AD**. Fig. hab. etiam BE; in fig. Θ] corr. ex Δ **A**². 7 ὑπερβαλλέτω **D**. ἐλάσσονι] **AD**. ἄρα] seq. ras. 1 litt. **A**. μετρὶ **A**, corr. **A**². 8 ἐμέτρι **A**, corr. **A**². σύνμετρον **A**, sed corr. 9 μείζων **AD**, corr. **A**². 14 ϗσθω **A**. 15 ΣΛ] Σ- e corr. **A**. 17 γὰρ] comp. in ras. **A**. 18 ὃ] supra scr. **A**. ἔχει] -ει in ras. **B**. 24 τοῦ (pr.)] **AD**, τὸ **B**. 27 ἐστι **B**. ὡς—Εὐκλείδου] **A**² **D**, om. **AB**.

P. 152, 2—3: [κρεῖττον τοῦτο] μείζονος μὲν τῆς ΖΛ, ἐλάσσονος δὲ τῆς ΖΗ, ἄλλης δέ, ὡς ἔτυχεν, τῆς ΔΖ. **111**

P. 152, 6: ἀπὸ τῆς α΄ καταγραφῆς. **112**

P. 152, 19—20: διὰ τοῦ ς΄ τούτου τοῦ βιβλίου. **113**

P. 152, 23—24: διὰ τοῦ η΄ τοῦ ε΄ τῶν Εὐκλείδου. **114**

P. 152, 26: διὰ τὸ ἐναλλὰξ τῆς ὑποθέσεως. **115**

Prop. XI.

P. 154, 29—30: διὰ τοῦ ιε΄ τοῦ α΄ βιβλίου. **116**

P. 156, 2—3: διὰ τοῦ ι΄ τοῦ α΄ βιβλίου. **117**

P. 156, 6—7: διὰ τοῦ ις΄ τοῦ ια΄ τῶν Εὐκλείδου. **118**

P. 156, 12: διὰ τοῦ ι΄ τοῦ ια΄ τῶν Εὐκλείδου. **119**

P. 156, 14: διὰ τὸ ιθ΄ τοῦ ια΄ Εὐκλείδου. **120**

P. 156, 16—17: διὰ τοῦ ὅρου τοῦ αὐτοῦ βιβλίου. **121**

P. 156, 19—20: οὕτως γὰρ ἀπεδείχθη. **122**

P. 156, 21—22: ὡς ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσα. **123**

— : ὡς ὑποτεινούσης ὀξεῖαν. **124**

P. 156, 25—28: διὰ τοῦ δ΄ τοῦ α΄ βιβλίου Εὐκλείδου. **125**

P. 158, 1: διὰ τοῦ κθ΄ τοῦ α΄ Εὐκλείδου. **126**

— : δύο γάρ εἰσιν εὐθεῖαι ἁπτόμεναι παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων. **127**

P. 158, 2—5: ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ, καὶ διήχθω τις ἡ ΑΔ. δεῖξαι, ὅτι ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΒΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΑΔΒ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΓΒ. **128**

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Δ τῇ ΑΓ παράλληλος ἡ ΔΕ.

---

111 ABD^r. **112** ABD^r. **113** A^2BD^r. **114** A^2D^r. **115** E (∸) (ult. schol.). **116** A^2D^r. **117** $A^2BC^2D^r$. **118** $A^2BC^2D^r$. **119** A^2D^r. **120** AC^2 (ult.) D^r. **121** A^2D^r. **122** A^iD^r. **123** A^iD^r (+). **124** A^iD^r (ⅴ). **125** A^2D^r. **126** A^iD^r. **127** B. **128** A (ΟↃ σχόλιον, mg. ext. et inf.) B (ΟↃ + f. 77^v mg. inf. et f. 78^r sup., ad fig.: σχ̄ο ΟↃ) D (mg. ext. ΟↃ post 132), M(onac. 301).

---

1 κρεῖττον τοῦτο] **B**, om. **AD** (cfr. 97). 2 ἔτυχε **BD**. 4 τοῦ] τὸ **B**. τούτου τοῦ βιβλίου] τοῦ γ΄ **B**. 9 δι̇τ **D**, διὰ τ̀ **B**. 10 τοῦ (pr.)] τὸ **BC**². Εὐκλείδου] στοιχείων **BC**². 12 τ̊ **A**, τοῦ **A**². ια΄] corr. ex ιγ΄ **A**², ια΄ τῶν **C**². 13 δι̇τ **D**. 14 οὕτω **D**. ὑπεδείχθη **D**. 21 πῶς ἐστι δεδειγμένον, ὅτι ἡ ΘΡ πρὸς τὴν ΡΤ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΡΤΗ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΡΘΗ γωνίαν praemittit **M**. ὀρθογόνιον **B**, sed corr. in scrib.; ὀρθογώνω **M**, corr. mg. διήχθω] δι- eras. **A**, ἤχθω **BDM**. 22 δεῖξαι—ΑΓΒ (23)] om. **M**. 23 ὑπὸ (alt.)] **B**, om. **AD**. 24 ἤχθω γὰρ] καὶ **M**. τῇ] τῆς **M**. ἡ ΔΕ] ἤχθω **M**.

καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΔΕ τῆς ΒΔ [διὰ τὸ μείζονα ὑποτείνειν γωνίαν· ὀρθὴ γάρ, ὀξεῖα δὲ ἡ Δ· ἀμβλεῖα ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ], μείζων δὲ ἡ ΑΔ τῆς ΕΔ, ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Δ, διαστήματι δὲ τῷ ΔΕ κύκλος γραφόμενος τεμεῖ μὲν τὴν ΑΔ, ὑπερπεσεῖται δὲ τὴν ΒΔ. ἡκέτω ὡς ὁ ΕΘΖ. τὸ ΑΕΔ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸν ΕΔΖ τομέα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ΕΒΔ τρίγωνον πρὸς τὸν ΕΗΔ τομέα· καὶ ἐναλλὰξ τὸ ΑΕΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΒΔ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ ΕΔΖ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΗΔ τομέα. ὡς δὲ τὸ ΑΕΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΒΔ τρίγωνον, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΒΕ, ὡς δὲ ὁ ΕΔΖ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΗΔ τομέα, οὕτως ἡ ὑπὸ ΖΔΕ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΒ· καὶ συνθέντι ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΖΔΗ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΒ. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΕΔΒ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ διὰ τὸ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΑΓ εἶναι τὴν ΕΔ· ἡ ἄρα ΑΒ πρὸς τὴν ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΖΔΒ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΓΒ γωνίαν. ἡ ΓΒ ἄρα πρὸς τὴν ΒΔ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ ΖΔΒ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΒ· ἀνάλογον γὰρ τέμνει τὰς πλευρὰς ἡ ΕΔ, καὶ γίνεται, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς ΒΔ.

129 P. 158, 5—6: ὡς ὑπετέθη.

---

129 Ai.

---

1 ἐστὶ **B**, sed corr. ΒΔ] ΒΑ **D**; ΒΕ **A**², -Ε e corr. διὰ—ΑΔΓ (2)] del. Tannery. μεῖζον **A**, corr. **A**². 1—2 γωνίαν ὑποτείνειν **M**. 2 ὀρθὴ—ΒΔ (4)] in ras. **A**. Post γάρ add. ἡ πρὸς τῷ Ε **A**². δὲ ἡ Δ] ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΕΔ **M**, δὲ ἡ πρὸς τῷ Ε **B**. ΑΔΓ] ΑΕΔ **M**. 3 δὲ (pr.)] Tannery, ἄρα **ABDM**. τῆς] bis **M**|. κέντρῳ] κ-ω **D**, κύκλῳ **B**. διαστήματι δὲ τῷ ΔΕ] **A**²**BM**, om. **AD**. 4 ΑΔ] -Δ e corr. **D**. ΒΔ] corr. ex ΒΓ **D**. 5 ὡς] e corr. **D**, καὶ ἔστω **M**. ΕΘΖ] **B**, ΕΗΖ **D**; ΕΜΖ **A**, -Μ- (?) in ras.; ΕΖΗ **M**. τὸ] corr. ex τῷ **A**, lac. 1 litt. **B**. 6 τὸ] ὁ **B**. 7 ἐναλὰξ **B**. 8 ΑΕΔ] corr. ex ΑΔ **B**. ΕΒΔ] corr. ex ΕΒΖ **A**. 10 ΔΕΖ **M**. ○⊃ mg. **D**. 11 ΑΕΔ] post Ε ras. 1 litt. **A**. 13 ΕΔΖ] ΕΖΔ **M**. 14 ΖΔΕ] Ζ- corr. ex Δ in scrib. **D**. ὑπὸ (alt.)] om. **B**. συτνεθέντι **M**. 16 ἴση] in ras. min. **A**², ἡ **BM**. τῇ] ⸓ **AD**, corr. **A**². ΑΓΒ] ΑΓΒ ⸗" ἐστί **B**, ΑΓΒ ἴση ἐστίν **M**. διὰ—ΕΔ (17)] om. **M**. 18 μείζω **B**. ΖΔΒ] Ζ- corr. ex Δ in scrib. **D**. 19 γωνίαν] ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΕΒ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΔΒ. καὶ **M**. ΓΒ] -Β e corr. **B**. ΒΔ] ΔΒ **M**. 20 ΕΔΒ] ΕΔΗ **M**, ΑΓΒ Hultsch (et sic debuit dici). ἀνάλογον—ΒΔ (22)] om. **M**. 21 γίνεται] Γ e corr. **D**. Fig. om. **M**, Θ] om. **B**; in D rectae ΑΗ, ΑΓ circulum contingunt.

P. 158, 7—8: τριγώνου γὰρ τοῦ ΔΣΟ παρὰ τὴν ΔΣ ἡ ΡΠ οὖσα τέμνει τὰς πλευρὰς ἀνάλογον. **130**

P. 158, 8: ἡμίσεια γὰρ ἡ μὲν ΔΟ τῆς ΔΖ, ἡ δὲ ΔΣ τῆς ΔΜ. **131**

P. 158, 8—10: ἀπὸ τοῦ λγ' τοῦ ς' βιβλίου τῶν Εὐκλείδου ἐπιπέδων. **132**

Prop. XII.

133

P. 160, 6—9: λῆμμα.

ἔστωσαν γὰρ παράλληλοι κύκλοι καὶ μέγιστοι οἱ ΕΜ, ΖΛ ἐφαπτόμενοι τοῦ ΕΖ κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα, διὰ δὲ τοῦ πόλου τοῦ Η καὶ τοῦ Γ μέγιστος ὁ ΗΓΝ. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΛΝ τῇ ΝΜ.

διὰ γὰρ τοῦ πόλου καὶ τῶν ἁφῶν μέγιστοι κύκλοι οἱ ΗΕΘ, ΗΖΚ· καὶ φανερόν, ὅτι ὀρθοί εἰσιν πρὸς τοὺς ΕΜ, ΖΛ κύκλους· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΛ, ΗΜ. ἴσων δὴ κύκλων τῶν ΕΜ, ΖΛ ἐπὶ διαμέτρων τῶν ἀπὸ τῶν Ε, Ζ ἴσα τμήματα κύκλων πρὸς ὀρθὰς ἐφέστηκεν τὰ ΕΗ, ΗΖ καὶ τὰ συνεχῆ, καὶ ἀπειλημμέναι εἰσὶν ἴσαι περιφέρειαι αἱ ΕΗ, ΗΖ ἐλάττους ἢ ἡμίσειαι τῶν ἐφεστώτων τμημάτων, καὶ κοινὴ αὐτῶν ἡ ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Γ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα· ὥστε ἡ ΕΓ περιφέρεια τῇ ΖΓ περιφερείᾳ ἴση ἐστί. διὰ τὰ αὐτὰ δή, ἐπεὶ ἡ ΗΛ τῇ ΗΜ ἴση ἐστί, καὶ ἡ ΕΜ τῇ ΖΛ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση· ὥστε λοιπὴ ἡ ΓΛ περιφέρεια τῇ ΓΜ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπειδὴ ὁ ΗΓΝ κύκλος διὰ τῶν πόλων τέμνει τὸν

---

130 Ai. **131** Ai. **132** ABDr. **133** A (mg. inf., ○⊃) B (f. 78v, ○⊃) Dr (mg. sup., +) M.

---

2 λ/π **A**. 4 λγ'] **B**, λβ' **AD**. τῶν] ω/τ **A**. 6 λῆμμα] f. 79r mg. sup. **B**. 7 γὰρ] om. **M**. μέ^Γ **D**. 8 ΕΖ] ΕΘ **D**. τοῦ (sec.)] corr. ex τοῦτο **M**. Η] Ν **BM**. 9 Γ] ΙΓ (?) σημείου **B**, Γ σημείου **M**. μέγιστος] μέ^Γ **D**, μέγιστος κύκλος γεγράφθω **M**. 10 τοῦ] ΛΗ **D**. ΝΜ] Ν- in ras. **B**. ΗΕΘ] Η- supra scr. **B**. οἱ] supra scr. in ras. **A**, γεγράφθωσαν οἱ **BM**. ὀρθοί] ⌊οι ⌊οι in ras. **A**. 11 ΝΖΚ **BM**. καὶ φανερόν] φανερὸν οὖν **M**. 13 ἴσην **M**. ΛΖ **M**. 14 τῶν (alt.)] **B** et in ras. **A**. εἰσι **BDM**. 16 ἐφέστηκε **BD**, ἐφέστησε **M**. τὰ (alt.)] lac. 2 litt. **B**, τὰ τούτοις **M**. 15 ἴσα] ϥτϥ **B**. 17 ἀπειλημέναι **A**. 19 ἡμίσιαι **A**, ἡμίσειαι οὖσαι **M**. 22 ἴση] ϥ" **B**. ἐστί] comp. **A**. Fig. om. **BM**, rectas ΗΛ, ΗΜ om. **AD**. 23 τὰ] supra scr. **B**. ἐπεὶ] καὶ **M**. ΗΜ] Hultsch, ΛΜ **ABDM**. ἐστί] comp. **AB**. περιφερείᾳ] om. **M**. 24 ἐστὶ **M**. ὥστε] ὥστε καὶ **M**. ΓΛ] e corr. **D**. περιφερείᾳ] om. **M**. 25 ἴση ἐστί compp. **M**.

ΘΝΚ, ὀρθός ἐστι πρὸς αὐτόν. κύκλου δὴ τοῦ ΘΝΚ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ἀπὸ τοῦ Ν ὀρθὸν τμῆμα ἐφέστηκεν τὸ ΓΝ καὶ τὸ τούτῳ συνεχές, καὶ ἀπειλημμένη ἐστὶν ἡ ΓΝ ἐλάττων ἢ ἡμίσεια οὖσα τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος, καί ἐστιν ἴση ἡ ΓΜ περιφέρεια τῇ ΓΛ περιφερείᾳ· ὥστε καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὸ Ν εὐθεῖα ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ Ν ἐπὶ τὸ Μ· ὥστε καὶ περιφέρεια ἡ ΛΝ περιφερείᾳ τῇ ΝΜ ἴση ἐστίν.

134 P. 197, 25: ἐὰν γραφῇ διὰ τοῦ Θ παράλληλος κύκλος.
135 P. 160, 11: διὰ τὸ ιγ΄ τοῦ β΄ βιβλίου.
136 — : τοῦτο ὑπόκειται.
137 — : κεῖται γάρ.
138 — : δι᾽ αὐτοῦ τοῦ ιγ΄ τοῦ β΄ βιβλίου.
139 P. 160, 11: ἀπὸ τοῦ ι΄ τοῦ β΄ βιβλίου.
140 P. 160, 11—12: τουτέστιν ὅτι ἡ διπλῆ τῆς ΝΞ μείζων ἐστὶν τῆς ΒΔ.
141 P. 160, 12—14: ἀπὸ τοῦ πρὸ αὐτοῦ.
142 P. 160, 12—14: διὰ τὸ ια΄ τοῦ γ΄. ὅτι δὲ πρὸς ὀρθάς ἐστιν ὁ ΕΚΖ τῷ ΛΕΜ, ἐντεῦθεν δῆλον· ἐπεὶ γὰρ οἱ ΕΗ, ΕΚΖ ἐφάπτονται ἀλλήλων, διὰ δὲ τῶν τοῦ ἑνὸς πόλων τοῦ ΕΗ καὶ τῆς ἁφῆς μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΛΕΜ, καὶ διὰ τῶν πόλων ἐλεύσεται, καί, εἰ διὰ τῶν πόλων, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτῷ ἔσται. ἐπεὶ γοῦν ὁ ΛΕΜ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ΕΚΖ, καὶ ὁ ΕΚΖ πρὸς ὀρθὰς αὐτῷ ἐστιν. ἔστι δὲ αὐτῷ πρὸς ὀρθὰς καὶ ὁ τῶν παραλλήλων μέγιστος· δύο ἄρα κύκλοι οἱ ΕΚΖ, ΜΒΞ πρὸς ὀρθάς εἰσι μεγίστῳ κύκλῳ τῷ ΕΛΜ τοὺς πόλους ἐπὶ τῆς περιφερείας ἔχοντι.
143 P. 160, 14—16: ἐδείχθη γὰρ ἐν τῷ ι΄, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ ΜΝ πρὸς τὴν ΕΘ, οὕτως ἡ ΝΞ πρὸς ἐλάσσονά τινα τῆς ΘΚ, τουτέστιν ὅτι ἡ ΜΝ πρὸς τὴν ΕΘ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΝΞ πρὸς τὴν ΘΚ.
144 P. 160, 14—16: ἐπεὶ γὰρ δύο ἄνισά ἐστι μεγέθη ἡ ΘΚ καὶ ἡ ἐλάτ-

---

134 ADr. **135** ADr (ante 134). **136** B. **137** A. **138** AiDr. **139** AB. **140** ADr. **141** A (: add. A²) Dr (Ɣ). **142** B (mg. inf., γ) M. **143** A (Ɣ) Dr (+). **144** A (☾, ad p. 160, 23 mg. sup.) B (☾, ibid., mg. inf.) D (+) M.

---

1 ὀρθός] ⊥ **ABD**. ΘΝΑ **M**. 2 ἐφέστηκε **BDM**. 3 ἀπειλημένη (μ suprascr.) **B**. ἡμίσια **A**, sed corr. 4 ἴση] om. **D**. τῇ] ἴση τῇ **D**. 5 ἡ] om. **B**. Λ] corr. ex Γ **B**. Ν] Γ **BM**. ἐστιν ἴση compp. **B**. 6 Ν] Γ **BM**. περιφέρεια] comp. ins. **B**. ΛΝ] ΑΝ **AD**, corr. **A**². περιφερείᾳ] om. **M**. 8 ƒ^ρ **D**. 9 ⁰τ **A**, τοῦ **A**². 12 δι'] δι^τ) **D**. 13 ἀπὸ τοῦ] διὰ τὸ **B**. β' βιβλίου] δευτέρου **B**. 14 ἐστὶν] comp. **D**. 16 γ'] τρίτου **B**. 24 πόλους] seq. spat. 2 litt. **B**. 26 ΝΞ] ΜΞ **D**. πρὸς] postea ins. **A**. ἔλασσον comp. **A**, -α postea add. 28 ἐπει^δ **D**. εἰσι **D**. ΘΚ] τε ΘΚ **M**. ἐλάσσων **M**, comp. **D**.

των τῆς ΘΚ, ἔξωθεν δὲ τὸ αὐτὸ τὸ ΝΞ, τὸ δὲ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον, ἡ ΝΞ ἄρα πρὸς τὴν ἐλάσσονα τῆς ΘΚ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν ΘΚ. ὡς δὲ ἡ ΝΞ πρὸς τὴν ἐλάττονα τῆς ΘΚ, οὕτως ἡ ΜΝ πρὸς τὴν ΕΘ διὰ τὸ ι' θεώρημα· ἡ ΜΝ ἄρα πρὸς τὴν ΕΘ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΝΞ πρὸς τὴν ΘΚ.

P. 160, 21—22: τῶν γὰρ ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον· ἔστι δὲ μεῖζον μὲν μέγεθος ἡ διπλῆ τῆς ΝΞ, ἔλαττον δὲ ἐκείνης μέγεθος ἡ ΒΔ, ἔξωθεν δὲ τὸ αὐτὸ ἡ ΘΚ. **145**

Prop. XIII.

P. 162, 11—12: ἀπὸ τοῦ ιζ΄ τοῦ β'. **146**
P. 162, 14: ἀπὸ τοῦ ιη' τοῦ β'. **147**
P. 162, 15—17: ἀπὸ τοῦ γ' τοῦ γ' βιβλίου. **148**
P. 162, 17: διὰ τοῦ κη΄ τῶν κυκλικῶν. **149**
P. 162, 19—20: τοῦτο, εἰ μὲν οἱ ΑΖΓ, ΚΘ, ΒΔ κύκλοι διὰ τῶν πόλων ὦσιν τῶν παραλλήλων, ἀπὸ τοῦ ι΄ τοῦ ἐν τῷ β' δείκνυται, εἰ δὲ πάλιν οἱ αὐτοὶ ἑνὸς τῶν παραλλήλων ἐφάπτονται, ἀπὸ τοῦ ιγ' τοῦ αὐτοῦ βιβλίου. **150**
P. 162, 21: τὰ γὰρ ὅμοια ἢ ἑνὸς κύκλου ὄντα ἢ δύο ἴσων κύκλων καὶ ἴσα ἐστίν. **151**

Prop. XIV.

P. 164, 14—15: ἀπὸ τοῦ ιγ' τοῦ β'. **152**

---

145 A (ad p. 158, 32) D. **146** A (ad p. 162, 9; : add. A²) Dr. **147** A (☾ add. A² ad p. 162, 12 relatum, ∸ add. A²) Dr. **148** A (∸ A²) B (ad p. 162, 19) Dr (post 149). **149** AiDr. **150** A (ˢ) D (ϡ). **151** A (mg. inf., ۷) B (mg. inf., ۷) Dr M (p. 199, 6). **152** A (:) BDr.

---

1 ΘΚ] spat. rel. om. **B**. ΝΞ] -Ξ in ras. **B**. ἔλασσον **M**. 2 ΝΖ? **B**. 3 ΘΚ (pr.)] lac. **B**. 4 ΝΖ **B**. ἐλάσσονα **M**. 5 τὸ ι'] lac. **B**, τὸ **M**. 6 ΝΖ **B**. ΘΚ] ΘΚ· τὰ γὰρ ὅμοια ἢ ἑνὸς κύκλου ὄντα ἢ δύο ἴσων καὶ ἴσα ἐστίν **M**; cfr. 151. 16 ΑΖΓ, ΚΘ, ΒΔ] Tannery; ΑΘΓ, ΚΘΔ **AD**. 19 αὐτοῦ βιβλίου] transpositum postea ex lin. seq. **A** (propter fig.). 20 ὄντα] **M**, ὄντα ἴσα ἐστὶν **ABD**. κύκλων] om. **M**. 21 καὶ] deletum mauult Hultsch.

VI. Bd. Nr. 2. **Meyer, Wilhelm** (aus Speyer), *Henricus Stephanus über die Regii Typi Graeci.* Mit 2 Tafeln. 4. (32 S.) 1902. 3 RM

VI. Bd. Nr. 3. **Möller, Hermann,** *Ein hochdeutsches und zwei niederdeutsche Lieder von 1563—1565 aus dem siebenjährigen nordischen Kriege.* Mit einem Anhang: *Deutsche Lieder aus der Grafenfehde.* 4. (67 S.) 1902. 5 RM

VI. Bd. Nr. 4. **Pietschmann, R.,** *Pedro Sarmientos Geschichte des Inkareiches.* 4. (CXVIII u. 161 S.) 1906. 18 RM

VII. Bd. Nr. 1. **Bonwetsch, N.,** *Die Theologie des Methodius von Olympus.* 4. (177 S.) 1903. 12 RM

VII. Bd. Nr. 2. **Wilmanns, W.,** *Der Untergang der Nibelunge in alter Sage und Dichtung.* 4. (43 S.) 1903. 3 RM

VII. Bd. Nr. 3. **Höhlbaum, K.,** *Der Kurverein von Rense i. J. 1338.* 4. 1903. 5,50 RM

VII. Bd. Nr. 4. **Flemming, J., u. Lietzmann, H.,** *Apollinaristische Schriften.* 4. (X u. 76 S.) 1904. 8 RM

VII. Bd. Nr. 5. **Schwartz, E.,** *Ueber den Tod der Söhne Zebedaei.* 4. (53 S.) 1904. 3,50 RM

VIII. Bd. Nr. 1. **Meyer, Wilhelm,** *Die Legende des hl. Albanus.* 4. (82 S.) 1904. 5,50 RM

VIII. Bd. Nr. 2. **Frensdorff, F.,** *G. A. v. Münchhausens Berichte über seine Mission nach Berlin im Juni 1740.* 4. (87 S.) 1904. 5,50 RM

VIII. Bd. Nr. 3. **Schulthess, Fr.,** *Christlich-palaestinische Fragmente der Omajjaden-Moschee zu Damaskus.* Mit 5 Tafeln. 4. (138 S.) 1905. 12 RM

VIII. Bd. Nr. 4. **Schulten, A.,** *Numantia.* Eine topographisch-historische Untersuchung. Mit 3 Karten. 4. (X u. 112 S.) 1905. 10 RM

VIII. Bd. Nr. 5. **Leo, Fr.,** *Der Saturnische Vers.* 4. (III u. 80 S.) 1905. 5,50 RM

VIII. Bd. Nr. 6. **Schwartz, E.,** *Christliche und jüdische Ostertafeln.* Mit 3 Tafeln. 4. (198 S.) 1905. 14 RM

IX. Bd. Nr. 1. **Goldziher, I.,** *Kitâb ma'ânî al-nafs. Buch vom Wesen der Seele,* herausg. 4. (63 u. 69 S.) 1907. 12 RM

IX. Bd. Nr. 2. **Lüders, H.,** *Das Würfelspiel im alten Indien.* 4. (75 S.) 1907. 5 RM

IX. Bd. Nr. 3. **Lehmann-Haupt, C. F.,** *Materialien zur älteren Geschichte Armeniens und Mesopotamiens.* Mit 14 Tafeln und 92 Abbildungen im Text. 4. (183 S.) 1907. 20 RM

IX. Bd. Nr. 4. **Wellhausen, J.,** *Analyse der Offenbarung Johannis.* 4. (34 S.) 1907. 2 RM

IX. Bd. Nr. 5. **Hultzsch, E.,** *Annambhaṭṭas Tarkasaṁgraha, ein Kompendium der Dialektik und Atomistik, mit des Verfassers eigenem Kommentar, genannt Dîpîka.* 4. (VI u. 57 S.) 1907. 4 RM

X. Bd. Nr. 1. **Schneider, Rudolf,** *Griechische Poliorketiker.* Mit den handschriftlichen Bildern herausgegeben und übersetzt. I. Mit 14 Tafeln. 4. (65 S.) 1908. 8 RM

X. Bd. Nr. 2. **Schulthess, Fr.,** *Die syrischen Kanones der Synoden von Nicaea bis Chalcedon nebst einigen zugehörigen Dokumenten.* 4. (XIII, 27 u. 177 S.) 1908. 20 RM

X. Bd. Nr. 3. **Helbig, W.,** *Zur Geschichte der hasta donatica.* Mit 2 Tafeln u. 6 Figuren im Text. 4. (46 S.) 1908. 4 RM

X. Bd. Nr. 4. **Kolbe, Walter,** *Die attischen Archonten von 293/2—31/0 v. Chr.* 4. (59 S.) 1908. 10 RM

X. Bd. Nr. 5. **Leo, Friedrich,** *Der Monolog im Drama.* Ein Beitrag zur griechisch-römischen Poetik. 4. (124 S.) 1908. [Vergr.]

XI. Bd. Nr. 1. **Schneider, Rudolf,** *Griechische Poliorketiker.* Mit den handschriftlichen Bildern herausgegeben und übersetzt. II. Mit 11 Tafeln. 4. (109 S.) 1908. 9 RM

XI. Bd. Nr. 2. **Meyer, Wilhelm,** *Die Arundel-Sammlung mittellateinischer Lieder.* 4. (53 S.) 1908. 3,50 RM

XI. Bd. Nr. 3. **Wolkenhauer, August,** *Sebastian Münsters handschriftliches Kollegienbuch aus den Jahren 1515 bis 1518 und seine Karten.* Mit 8 Lichtdrucktafeln (14 Karten) und 3 Abb. im Text. 4. (68 S.) 1909. 7 RM

XI. Bd. Nr. 4. **Frensdorff, F.,** *Von und über Schlözer.* 4. (114 S.) 1909. 7 RM

XI. Bd. Nr. 5. **Oldenberg, Hermann,** *Ṛgveda.* Textkritische und exegetische Noten. Erstes bis sechstes Buch. 4. (VII u. 438 S.) 1909. 30 RM

XII. Bd. Nr. 1. **Körte, Gustav,** *Das Volumniergrab bei Perugia.* 4. (48 S.) 1909. 5 RM

XII. Bd. Nr. 2. **Hertel, Johannes,** *Tantrākhyāyika.* Die älteste Fassung des Pañcatantra. Nach den Handschriften beider Rezensionen zum ersten Male herausgegeben. Mit einer Tafel in Lichtdruck. 4. (XXVII und 186 S.) 1910. 24 RM

XII. Bd. Nr. 3. **Bonwetsch, N.,** *Doctrina Iacobi nuper baptizati.* 4. (XVIII und 97 S.) 1910. 8 RM

XII. Bd. Nr. 4. **Schultz, Hermann,** *Die handschriftliche Ueberlieferung der Hesiod-Scholien.* 4. (VIII und 101 S.) 1910. 7 RM

Fortsetzung auf der 4. Umschlagsseite